अप्रैल–जून 2018
ISSN : 2320-7736

सत्यमेव जयते

विज्ञान गरिमा सिंधु

अंक–105

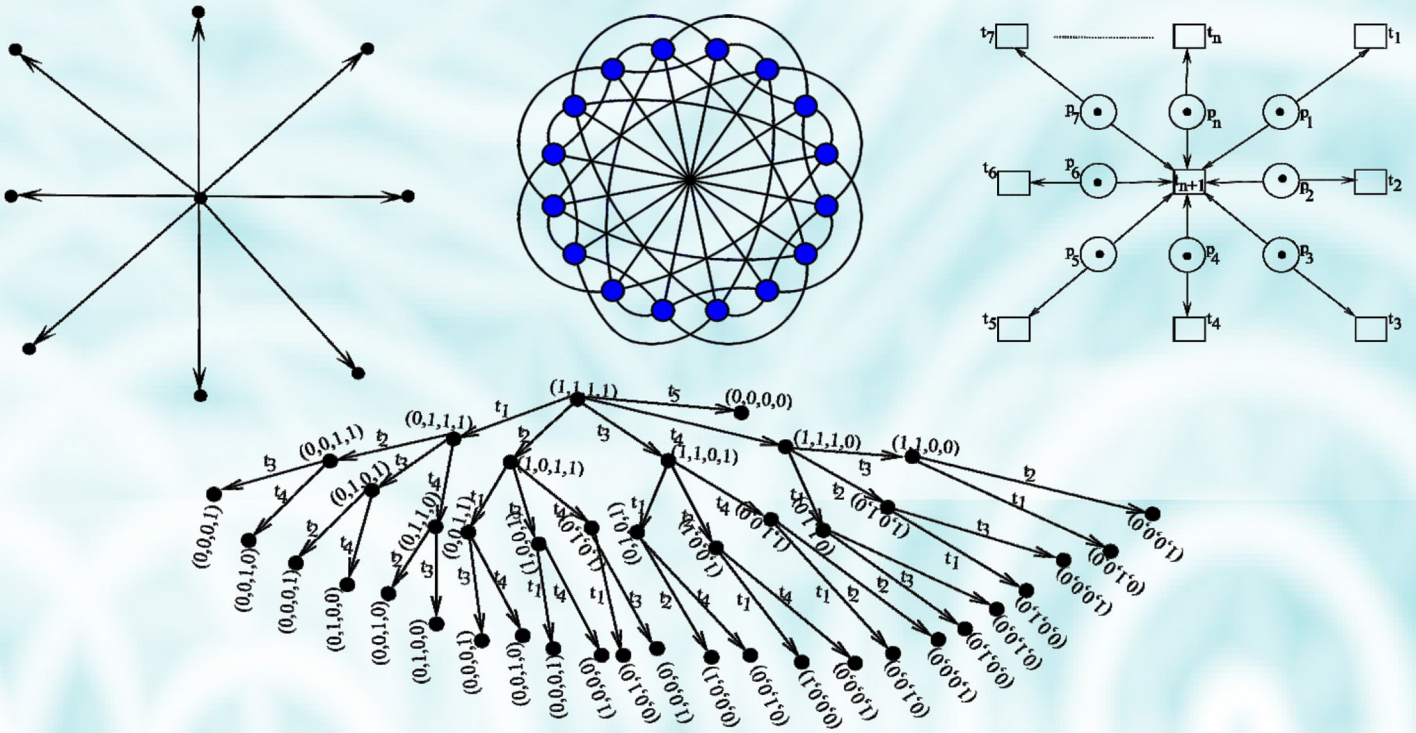
स्वच्छ भारत
एक कदम स्वच्छता की ओर

Digital India
Power To Empower

11वें विश्व हिंदी सम्मेलन 2018 के उपलक्ष्य में

गणितीय–विज्ञान विशेषांक (आलेख सिद्धांत)

गणित की मूलभूत शब्दावली (अंग्रेजी–हिंदी–गुजराती) सहित



वैज्ञानिक तथा तकनीकी शब्दावली आयोग
मानव संसाधन विकास मंत्रालय (उच्चतर शिक्षा विभाग) भारत सरकार
Commission for Scientific and Technical Terminology
Ministry of Human Resource Development
(Department of Higher Education)
Government of India

ISSN : 2320-7736 (Print)

विज्ञान गरिमा सिंधु

(त्रैमासिक विज्ञान पत्रिका)

गणितीय-विज्ञान विशेषांक (आलेख सिद्धांत)

अंक - 105

(अप्रैल-जून 2018)

सत्यमेव जयते

वैज्ञानिक तथा तकनीकी शब्दावली आयोग

मानव संसाधन विकास मंत्रालय

(उच्चतर शिक्षा विभाग)

भारत सरकार

'विज्ञान गरिमा सिंधु' एक त्रैमासिक विज्ञान पत्रिका है। पत्रिका का उद्देश्य है– हिंदी माध्यम से विश्वविद्यालयी व अन्य छात्रों के लिए विज्ञान-संबंधी उपयोगी एवं अद्यतन पाठ्य पुस्तकीय तथा संपूरक साहित्य की प्रस्तुति। इसमें वैज्ञानिक लेख, शोध–लेख, तकनीकी निबंध, शब्द–संग्रह, शब्दावली–चर्चा, विज्ञान–कथाएँ, विज्ञान–समाचार, पुस्तक–समीक्षा आदि का समावेश होता है।

लेखकों के लिए निर्देश–

1. लेख की सामग्री मौलिक, अप्रकाशित तथा प्रामाणिक होनी चाहिए।
2. लेख का विषय मूलभूत विज्ञान, अनुप्रयुक्त विज्ञान और प्रौद्योगिकी से संबंधित होना चाहिए।
3. लेख सरल हो जिसे विद्यालय/महाविद्यालय के छात्र आसानी से समझ सकें।
4. लेख लगभग 2000 से 3000 शब्दों का हो। कृपया टाइप किया हुआ या कागज के एक ओर स्पष्ट हस्तलिखित लेख भेजें जिसके दोनों तरफ हाशिया भी छोड़ें।
5. प्रकाशन हेतु भेजे गए लेख के साथ उसका सार भी हिंदी में अवश्य भेजें। लेख में आयोग द्वारा निर्मित शब्दावली का प्रयोग करें तथा प्रयुक्त तकनीकी/वैज्ञानिक हिंदी शब्द का मूल अंग्रेजी पर्याय भी आवश्यकतानुसार कोष्ठक में दें।
6. श्वेत–श्याम या रंगीन फोटोग्राफ स्वीकार्य हैं।
7. लेख के प्रकाशन के संबंध में संपादक का निर्णय ही अंतिम होगा।
8. लेखों की स्वीकृति के संबंध में पत्र-व्यवहार का कोई प्रावधान नहीं है। अस्वीकृत लेख वापस नहीं भेजे जाएँगे। अतः लेखक कृपया टिकट–लगा लिफाफा साथ न भेजें।
9. प्रकाशित लेखों के लिए मानदेय की दर 2500/– रुपए प्रति हजार शब्द है, तथा भुगतान लेख के प्रकाशन के बाद ही किया जाएगा।
10. कृपया लेख की दो प्रतियां निम्न पते पर भेजें:
    डॉ० अशोक एन. सेलवटकर
    संपादक, विज्ञान गरिमा सिंधु
    वैज्ञानिक तथा तकनीकी शब्दावली आयोग
    पश्चिमी खंड – 7, रामकृष्णपुरम, नई दिल्ली – 110066
11. अपने लेख E-mail द्वारा तथा CD में भी (फॉन्ट के साथ) भेज सकते है। E-mail: vgs.cstt@gmail.com
12. समीक्षा हेतु कृपया पुस्तक/पत्रिका की दो प्रतियाँ भेजें।

सदस्यता शुल्क :

	सामान्य ग्राहकों /संस्थाओं के लिए	विद्यार्थियों के लिए
प्रति अंक	₹ 14.00	₹ 8.00
वार्षिक चंदा	₹ 50.00	₹ 30.00
पाँच वर्ष	₹ 250.00	₹ 150.00
दस वर्ष	₹ 500.00	₹ 300.00
बीस वर्ष	₹ 1000.00	₹ 600.00

वेबसाइट : **www.cstt.mhrd.gov.in**
www.csttpublication.mhrd.gov.in
कॉपीराइट © 2018
प्रकाशक :
वैज्ञानिक तथा तकनीकी शब्दावली आयोग
मानव संसाधन विकास मंत्रालय
भारत सरकार, पश्चिमी खंड–7
रामकृष्णपुरम, नई दिल्ली – 110066

बिक्री हेतु पत्र–व्यवहार का पता :
सहायक निदेशक, बिक्री एकक
वैज्ञानिक तथा तकनीकी शब्दावली
आयोग, पश्चिमी खंड–7,
रामकृष्णपुरम, सेक्टर–1,
नई दिल्ली– 110066
दूरभाष– (011) 26105211
फैक्स – (011) 26102882

बिक्री स्थान :
प्रकाशन नियंत्रक, प्रकाशन विभाग
भारत सरकार,
सिविल लाइन्स, दिल्ली–110054

अध्यक्ष की कलम से

वैज्ञानिक तथा तकनीकी शब्दावली आयोग द्वारा विभिन्न वैज्ञानिक तकनीकी एवं अन्य संबद्ध क्षेत्रों में तैयार की गई शब्दावली के समुचित उपयोग सुनिश्चित करने तथा उच्चतर शिक्षा के क्षेत्र में वैज्ञानिक एवं तकनीकी लेखन को प्रोत्साहित करने के उददेश्य से "विज्ञान गरिमा सिंधु" का प्रकाशन करता है। आयोग द्वारा पत्रिका के समय-समय पर विशेष विषयों पर विशेषांकों का प्रकाशन किया जाता है। इसी कड़ी में **"गणितीय-विज्ञान विशेषांक (आलेख सिद्धांत)"** अपने पाठकों व लेखकों को सौंपते हुए मुझे अपार हर्ष का अनुभव हो रहा है। एक ही विषय पर वैविध्यपूर्ण जानकारी प्रस्तुत करने से पाठकों को संबंधित क्षेत्रों में हो रहे नवीनतम अनुसंधानों एवं शोध-कार्यों की अद्यतन सूचनाएँ एक ही स्थान पर उन्हीं की भाषा में उपलब्ध हो जाती हैं।

"विज्ञान गरिमा सिंधु" का अप्रैल-जून 2018 का अंक विशेष रूप से आलेख सिद्धांत, गणितीय विज्ञान तथा गौण रूप में कंप्यूटर तथा अन्य संबद्ध वैज्ञानिक क्षेत्रों से जुड़े विषयों पर केंद्रित किया जा रहा है, तथा इस विशेषांक का प्रकाशन मॉरीशस में किए जा रहे ग्याहरवें विश्व हिंदी सम्मेलन के उपलक्ष्य में किया गया है। इसका मूल उद्देश्य "विज्ञान गरिमा सिंधु", त्रैमासिक पत्रिका को विश्व पटल पर प्रस्तुत करना है। जैसा कि जानते हैं कि पत्र-पत्रिकाएँ न केवल संस्था विशेष के ज्ञान के वैशिष्ट्य की परिचायक होती हैं, बल्कि राष्ट्रीय स्तर पर अलग-अलग क्षेत्रों में हो रहे महत्वपूर्ण अनुसंधानों व शोध कार्यों का एक समेकित व जनोपयोगी सार्थक मंच भी प्रदान करती हैं। यद्यपि अन्य वैज्ञानिक पत्रिकाओं के समानांतर ही "विज्ञान गरिमा सिंधु" का उद्देश्य भी मूल रूप में हिंदी में वैज्ञानिक लेखन को प्रचारित-प्रसारित करना है, जिसका कार्यान्वयन व अनुपालन पत्रिका अपने प्रत्येक अंक में करती रही है। पत्रिका का यह अंक कई दृष्टियों से महत्वपूर्ण व संग्रहणीय है। देश के विभिन्न विश्वविद्यालयों, तकनीकी एवं वैज्ञानिक संस्थानों तथा अन्य अभियांत्रिकी संस्थानों के वैज्ञानिकों, प्राध्यापकों ने न केवल अपने-अपने विषयों के महत्वपूर्ण शोध पत्र एवं लेख तैयार किए हैं, बल्कि उन शोध पत्रों एवं लेखों को 'संगणकीय एवं समेकित विज्ञान संस्थान, जवाहर लाल नेहरू विश्वविद्यालय, नई दिल्ली' में आयोग द्वारा आयोजित 'अभिकलनात्मक अध्ययन, जैव सूचना विज्ञान एवं अभियांत्रिकी में ग्राफ एवं नेटवर्क के अनुप्रयोग एवं उनकी तकनीकी शब्दावली' विषयक राष्ट्रीय संगोष्ठी में प्रस्तुत भी किया गया।

आलेख सिद्धांत तेजी से महत्वपूर्ण होता जा रहा है क्योंकि यह गणित, विज्ञान और प्रौद्योगिकी के अन्य क्षेत्रों पर लागू होता है। यह गणित के सबसे रोमांचक और दृश्य क्षेत्रों में से एक है, और इसमें अनगिनत महत्वपूर्ण अनुप्रयोग हैं। तथ्य यह है कि, आलेख सिद्धांत द्विआधारी संबंध से जुड़ी किसी भी पद्धति के लिए गणितीय मॉडल के रूप में कार्य करता है और अपने आरेखण प्रतिनिधित्व के कारण, आलेख सिद्धांत को एक सहज और कलात्मक आधार प्रदान करता है।

आलेख सिद्धांत का सबसे पहले उल्लेख ऑयलर (Euler) (1707-1782) के कार्यों में मिलता है, जब 1736 में उन्होंने उन दिनों की एक प्रसिद्ध अनसुलझी समस्या, कोनिग्सबर्ग-ब्रिज समस्या का समाधान किया। वह आलेख सिद्धांत के जनक माने जाते हैं। ऑयलर ने समस्या का अध्ययन किया, ऑयलरी आलेख नामक एक संरचना का निर्माण किया और यह सिद्ध भी किया कि इस समस्या का कोई समाधान नहीं है।

आलेख नोड और इन नोडों को जोड़ने वाली कोरों से युक्त अलग-अलग संरचनाएं हैं। अधिक स्पष्ट रूप से, एक आलेख या निर्दिष्ट आलेख में नोडों के एक सीमित अरिक्त समुच्चय V के साथ E, एक निर्धारित अक्रमित नोड-युग्मों का विभिन्न समुच्चय होता है और इसे G=(V,E) द्वारा दर्शाया जाता है। अनगिनत नोड-समुच्चय या अनंत कोरों वाले आलेख को अनंत आलेख कहा जाता है। विभिन्न प्रकार के आलेख इस प्रकार के होते हैं – यदि कोरों में निर्देश है तो उन्हें निर्देशित आलेख या डायग्राफ के रूप में जाना जाता है; यदि एक से अधिक कोरों को समान जोड़ी के नोडों से जोड़ दिया जाता है तो उन्हें मल्टीग्राफ के नाम से जाना जाता है, और यदि आलेख में लूप और एक से अधिक कोर दो स्थिर नोडों से जुड़ी हो तो उसे छद्म-आलेख (सूडोग्राफ) कहा जाता है। अन्य प्रकार के आलेख में सरल आलेख, संबद्ध आलेख (कनेक्टेड ग्राफ़), पूर्ण आलेख और द्विपक्षीय आलेख शामिल हैं। लगभग हर कल्पनीय क्षेत्र में समस्याएँ आलेख मॉडल का उपयोग करके हल की जा सकती हैं।

आलेख सिद्धांत तेजी से विभिन्न क्षेत्रों में अपने अनुप्रयोगों के कारण गणित की मुख्यधारा के रूप में आगे बढ़ रहा है, जिसमें जैव रसायन (जीनोमिक्स), विद्युत इंजीनियरी (संचार नेटवर्क और कोडिंग सिद्धांत), कंप्यूटर विज्ञान (एल्गोरिथ्म और अभिकलन) और संक्रिया विज्ञान (शेड्यूलिंग) शामिल हैं। उदाहरण के लिए, एक डेटा संरचना वृक्ष के रूप में डिजाइन की जा सकती है जो नोडों और कोरों का उपयोग करती है। इसी प्रकार, आलेख अवधारणाओं का उपयोग करके नेटवर्क सांस्थितिकी (टोपोलॉजी) का निदर्शन किया जा सकता है। इसी तरह आलेख कलरिंग की सबसे महत्वपूर्ण अवधारणा संसाधन आवंटन, शेड्यूलिंग, और मानचित्र के क्षेत्रों को रंगने के लिए आवश्यक रंगों की संख्या को खोजने के लिए उपयोग की जाती है। इसके अलावा, आलेख सिद्धांत के पथ, वॉक और सर्किट का उपयोग विभिन्न अनुप्रयोगों में किया जाता है, जैसे कि यात्रा विक्रेता समस्या (टी.एस.पी.), डेटाबेस डिजाइन अवधारणाओं, संसाधन नेटवर्किंग। आलेख मॉडल का उपयोग करके, हम यह निर्धारित कर सकते हैं कि किसी शहर में किसी सड़क पर दो बार जाए बिना सभी सड़कों पर चलना संभव है या नहीं। भारित आलेख, यानी उनकी कोरों को आवंटित वजन के साथ आलेख, का उपयोग परिवहन नेटवर्क में दो शहरों के बीच सबसे छोटा रास्ता खोजने जैसी समस्याओं को हल करने के लिए किया जा सकता है। इसने कई नए एल्गोरिथ्म और नए प्रमेय के विकास को जन्म दिया है जिसका उपयोग विभिन्न अनुप्रयोगों में किया जा सकता है।

आइए अन्य क्षेत्रों में कुछ और अनुप्रयोगों पर चर्चा करें। डेटा केंद्रों और कंप्यूटर के बीच संचार लिंक से बने एक कंप्यूटर नेटवर्क को आलेख का उपयोग करके मॉडलिंग किया जा सकता है जिसमें आलेख के नोड, डेटा केंद्रों का प्रतिनिधित्व और कोर, संचार-जुड़ाव का प्रतिनिधित्व करेंगे। आलेख, रासायनिक यौगिकों के आलेखन के लिए एक मूल निरूपक है। रासायनिक यौगिकों की मॉडलिंग करने के लिए रसायन शास्त्र के क्षेत्र में आलेख का उपयोग किया

जाता है। रासायनिक यौगिकों के आलेखन में, नोड परमाणुओं का प्रतिनिधित्व करते हैं और कोर परमाणु के बीच बंधन का प्रतिनिधित्व करते हैं। एक ही आणविक सूत्र और उनकी विभिन्न संरचनाओं वाले दो रासायनिक यौगिकों को आलेख का उपयोग करके उनके भेद को स्पष्ट किया जा सकता है। जैविक विज्ञान के लगभग सभी पहलुओं में आलेख का उपयोग करके मॉडल्ड किया जा सकता है। एक कोशिका के भीतर प्रोटीन अंतर्क्रिया (इंटरैक्शन) को प्रोटीन अंतर्क्रिया आलेख (इंटरैक्शन ग्राफ़) का उपयोग करके निदर्शन किया जा सकता है, जिसमें अनिर्दिष्ट आलेख के नोडों को प्रोटीन द्वारा और प्रोटीन अंतर्क्रिया उस आलेख के कोरों द्वारा निरूपित होती है। आलेख का उपयोग करके वैद्युत परिपथ का निदर्शन किया जा सकता है, जिसमें नोड – डायोड, ट्रांजिस्टर, कैपेसिटर, स्विच इत्यादि का प्रतिनिधित्व करते हैं, और कोर उन्हें जोड़ने वाली तारों का प्रतिनिधित्व करता है। हम सड़क, वायु और रेल नेटवर्क, साथ ही शिपिंग नेटवर्क सहित कई अलग-अलग प्रकार के परिवहन नेटवर्क निदर्शन के लिए आलेख का उपयोग कर सकते हैं। उदाहरण के लिए, एयरलाइन नेटवर्क के प्रत्येक हवाई अड्डे को नोडों द्वारा प्रस्तुत करके और एक निर्देशित कोर द्वारा प्रत्येक उड़ान, जो प्रस्थान हवाई अड्डे का प्रतिनिधित्व करने वाले नोड से गंतव्य हवाई अड्डे का प्रतिनिधित्व करने वाले नोड पर जा रहा है, का प्रतिनिधित्व करके मॉडलिंग किया जा सकता है। परिणामस्वरूप, आलेख आमतौर पर निर्देशित मल्टीग्राफ होगा। पथ नेटवर्क का निदर्शन करते समय, नोडों चौराहों का प्रतिनिधित्व करते हैं और कोर सड़कों का प्रतिनिधित्व करती है। अनिर्दिष्ट कोर का उपयोग दो-तरफा सड़कों का प्रतिनिधित्व करने के लिए और निर्दिष्ट कोरों का उपयोग एक तरफा सड़कों का प्रतिनिधित्व करने के लिए किया जाता है। निदर्श सॉफ्टवेयर के डिजाइन में आलेख एक उपयोगी विधा है। मॉड्यूल-निर्भरता-आलेख, प्रोग्राम के विभिन्न मॉड्यूल की अन्योन्य-क्रिया को समझने के लिए उपयोगी टूल प्रदान करता है, जहाँ प्रत्येक मॉड्यूल को नोडों द्वारा दर्शाया जाता है, और जब दूसरा मॉड्यूल पहले पर निर्भर हो तो मॉड्यूल-लिंक को निर्दिष्ट कोर द्वारा दर्शाते हैं। आलेख का उपयोग विभिन्न नेटवर्कों का निदर्शन करने के लिए किया जा सकता है, जो विशेष प्रकार की जानकारी को लिंक करते हैं। वर्ल्ड वाइड वेब को एक निर्देशित ग्राफ के रूप में मॉडलिंग किया जा सकता है, जहाँ प्रत्येक वेब पेज को नोडों द्वारा दर्शाया जाता है और यदि वेब पेज a से वेब पेज b तक इंगित कोई लिंक होता है, तो कोर वेब पेज a से शुरू होती है और b पर समाप्त होती है। शैक्षणिक कागजात, पेटेंट और कानूनी राय सहित विभिन्न प्रकार के दस्तावेजों में उद्धरणों का प्रतिनिधित्व करने के लिए आलेख का उपयोग किया जा सकता है। ऐसे आलेखों में, प्रत्येक दस्तावेज़ को नोडों द्वारा दर्शाया जाता है, और एक दस्तावेज़ से दूसरे दस्तावेज़ में एक कोर होता है यदि पहला दस्तावेज़ अपनी उद्धरण सूची में दूसरे दस्तावेज़ को स्थान देता है। आलेख का उपयोग लंबी दूरी के टेलीफोन नेटवर्क में किए गए टेलीफोन कॉल के मॉडल के लिए किया जा सकता है। विशेष रूप से, एक निर्देशित मल्टीग्राफ का उपयोग उन निदर्शनों के निदर्श के लिए किया जा सकता है जहाँ प्रत्येक टेलीफोन नंबर को नोडों द्वारा दर्शाया जाता है और प्रत्येक टेलीफोन कॉल को निर्देशित कोर द्वारा दर्शाया जाता है। निर्देशित कोर जिस टेलीफोन नंबर से कॉल किया गया था उस पर शुरू हो कर जिस टेलीफोन नंबर पर कॉल किया गया था उस पर समाप्त होती है। आलेख, गणितीय व्यवहार्यता के साथ अंतर्ज्ञान का विकास करता है। बड़े पैमाने पर आलेख की प्रयोज्यता में रुचि अंतर्क्रिया टूल की गुणवत्ता पर निर्भर करती है। इस प्रकार, रोजमर्रा की जिंदगी में कई वस्तुओं और अवधारणाओं में ग्राफ का उपयोग

किया जाता है। सामान्य जीवन के व्यवहार में आलेख का उपयोग करने की समझ हासिल करने के लिए विभिन्न आलेखों की उचित समझ आवश्यक है।

मैं इस अवसर पर देश के प्रतिनिधि विश्वविद्यालयों, तकनीकी, वैज्ञानिक एवं अन्य संस्थाओं के वैज्ञानिकों एवं अधिकारियों से अपेक्षा करता हूँ कि वे आयोग के विशेषज्ञ विद्वानों के सहयोग से तैयार की गई प्रामाणिक व मानक शब्दावली का अधिक से अधिक प्रयोग कर अपना सार्थक सहयोग प्रदान करें। इस कार्य को पूर्ण रूप से संपादित कर प्रकाशन योग्य तैयार करने का उत्तरदायित्व श्री शिव कुमार चौधरी, सहायक निदेशक एवं श्री विजय राज सिंह शेखावत, सहायक वैज्ञानिक अधिकारी (गणित) द्वारा निर्वहन किया गया। पत्रिका को निश्चित समय सीमा में तैयार करने के लिए श्री शिव कुमार चौधरी (सहायक निदेशक), श्री विजय राज सिंह शेखावत, सहायक वैज्ञानिक अधिकारी (गणित) एवं प्रकाशन एकक सहित अन्य स्टाफ सदस्य साधुवाद के पात्र हैं। इस पत्रिका की परामर्श एवं संपादन समिति के प्रत्येक विशेषज्ञ, विशेष सहयोग हेतु संगणकीय एवं समेकित विज्ञान संस्थान, जवाहरलाल नेहरू विश्वविद्यालय, नई दिल्ली के सहायक प्रोफेसर डॉ गजेन्द्र प्रताप सिंह के प्रति धन्यवाद व्यक्त करता हूँ। मैं इस विशेषांक के लेखकों को भी साधुवाद देता हूँ।

सुधी पाठकों के अमूल्य सुझावों व सहयोग की प्रतीक्षा रहेगी।

(प्रोफेसर अवनीश कुमार)
अध्यक्ष

ISSN: 2320-7736 अंक 105 अप्रैल-जून 2018

संपादकीय

विज्ञान गरिमा सिंधु के 105 वें अंक को आपके समक्ष प्रस्तुत करते हुए मुझे अपार हर्ष की अनुभूति हो रही है। पत्रिका का यह अंक, गणितीय-विज्ञान विशेषांक (आलेख सिद्धांत) के रूप में सामने आया है। हिंदी भाषा में गणितीय विज्ञान के शोध-पत्रों को सम्मिलित कर यह विशेषांक संपादित करने का यह प्रयास, अभिनव प्रयासों में से एक है।

आयोग में लगभग छह वर्षों की सेवा के दौरान दूसरी बार विज्ञान गरिमा सिंधु के 'गणितीय विज्ञान : आलेख सिद्धांत विशेषांक' पर सामग्री एकत्रित करने तथा इसे सम्पादित करने का अवसर मिला। यद्यपि बहुत कम समय में इसका संयोजन-संपादन वास्तव में कठिन कार्य था, परन्तु नित्य प्रति के प्रयासों के साथ-साथ सभी लेखों का संपादन व प्रूफ़ शोधन प्रारंभ हुआ। परामर्श समिति द्वारा लेखों एवं शोध पत्रों का विषयानुसार वर्गीकरण, संयोजन तथा पत्रिका के विशेषांक का नामकरण, इस पत्रिका को सार्थक रूप देने में अभीष्ट सिद्ध हुआ।

प्रस्तुत विशेषांक हेतु देश-विदेश के विभिन्न विश्वविद्यालयों, महाविद्यालयों व संस्थानों के विभिन्न प्रतिभागियों एवं लेखकों के 30 से अधिक शोध पत्र एवं लेख प्राप्त हुए, इन शोध लेखों को 'संगणकीय एवं समेकित विज्ञान संस्थान, जवाहर लाल नेहरू विश्वविद्यालय, नई दिल्ली' में आयोग द्वारा आयोजित 'अभिकलनात्मक अध्ययन, जैव सूचना विज्ञान एवं अभियांत्रिकी में ग्राफ एवं नेटवर्क के अनुप्रयोग एवं उनकी तकनीकी शब्दावली' विषयक राष्ट्रीय संगोष्ठी में प्रस्तुत भी किया गया। प्राप्त शोध लेखों में से इस विशेषांक की परामर्श एवं संपादन समिति द्वारा अंतिम रूप से चयनित 21 लेखों का समावेश किया जा रहा है, जिसमें से 12 शोध-लेख, आलेख सिद्धांत विषय से संबंधित हैं तथा शेष 9 कंप्यूटर विज्ञान एवं गणितीय विज्ञान से संबंधित है। विशेषांक अपने विषय की अधुनातन जानकारी के लेखों से परिपूर्ण है। प्रकाशित शोध लेखों में, हिंदी जगत के सामने इन सर्वोपयोगी विज्ञान विषयों के अनेक सारगर्भित बिन्दुओं पर विचार-विमर्श किया गया है।

मैं माननीय अध्यक्ष महोदय का आभारी हूँ, जिनके मार्गदर्शन व प्रोत्साहन से ही यह दुरूह कार्य नियत समय में निष्पादित हो सका। मैं श्री शिव कुमार चौधरी, सहायक निदेशक तथा इस विशेषांक की परामर्श एवं संपादन समिति के प्रत्येक सदस्य के प्रति धन्यवाद ज्ञापित करता हूँ, जिनके समेकित प्रयासों से विशेषांक को मूर्त रूप मिल सका। मैं जवाहर लाल नेहरू विश्वविद्यालय-प्रबंधन, विशेष रूप से संगणकीय एवं समेकित विज्ञान संस्थान, जवाहर लाल नेहरू विश्वविद्यालय के सहायक प्रोफेसर डॉ गजेंद्र प्रताप सिंह के प्रति आभार ज्ञापित करता हूँ।

मुझे विश्वास है, कि राष्ट्रीय संगोष्ठी में प्रस्तुत किए गए इन शोध पत्रों एवं लेखों से हमारे पाठकों को अवश्य प्रेरणा मिलेगी।

(विजय राज सिंह शेखावत)
सहायक वैज्ञानिक अधिकारी (गणित)

विशेषांक संपादन एवं परामर्श समिति

प्रधान संपादक

प्रोफेसर अवनीश कुमार, अध्यक्ष

संपादक

श्री शिव कुमार चौधरी, सहायक निदेशक

श्री विजय राज सिंह शेखावत, स. वैज्ञानिक अधिकारी (गणित)

प्रो. एन. एन. रोघेलिया सह प्रोफ़ेसर (सेवा निवृत्त) 302, सुकीर्ति एनेक्सी, सेटेलाइट, अहमदाबाद-380015 (गुजरात)	डॉ. अंजू खंडेलवाल सह–प्रोफ़ेसर (गणित विभाग) एस. आर. एम. एस. अभियांत्रिकी एवं प्रौद्योगिकी महाविद्यालय बरेली-243202 (उत्तर प्रदेश)
डॉ. मधु जैन प्रोफेसर, गणित विभाग, आई.आई.टी. रुड़की, रुड़की, उत्तराखंड	डॉ. सुधीर प्रताप सिंह, प्रोफेसर, हिंदी विभाग, जवाहरलाल नेहरू विश्वविद्यालय, नई दिल्ली
डॉ गजेन्द्र प्रताप सिंह सहायक प्रोफेसर (गणित) संगणकीय एवं समेकित विज्ञान संस्थान, जवाहरलाल नेहरू विश्वविद्यालय, नई दिल्ली	डॉ पुष्पेन्द्र कुमार शर्मा पूर्व उपमहाप्रबंधक (राजभाषा) एनबीसीसी (इंडिया) लिमिटेड, नई दिल्ली
श्री एस पी अरोड़ा पूर्व उप निदेशक, वै. त. श. आयोग, नई दिल्ली	डॉ संदीप कुमार पाण्डेय पूर्व सहायक प्रोफेसर फैकल्टी ऑफ़ बेसिक साइंस एंड ह्यूमैनिटीज़, भारतीय नौसेना अकादमी, कन्नूर, केरल
डॉ. कल्पना पांडे, सहायक प्रोफेसर, गणित विभाग, वी.एम.वी. कॉलेज, नागपुर, महाराष्ट्र	डॉ. चमन सिंह, सहायक प्रोफेसर, गणित विभाग, आचार्य नरेंद्र देव कॉलेज, दिल्ली विश्वविद्यालय, नई दिल्ली

ISSN: 2320-7736 अंक 105 अप्रैल-जून 2018

विज्ञान गरिमा सिंधु

हिंदी में वैज्ञानिक एवं तकनीकी लेखन की स्तरीय त्रैमासिकी

गणितीय-विज्ञान विशेषांक (आलेख सिद्धांत)

अंक 105, अप्रैल-जून 2018 (**ISSN : 2320-7736**)

प्रधान संपादक
प्रो. अवनीश कुमार
अध्यक्ष

विशेषांक संपादक
श्री शिव कुमार चौधरी
सहायक निदेशक

श्री विजय राज सिंह शेखावत
स. वैज्ञानिक अधिकारी (गणित)

प्रकाशन-मुद्रण व्यवस्था
श्री शिव कुमार चौधरी
सहायक निदेशक

बिक्री एवं वितरण
डॉ. भीमसेन बेहेरा
वरिष्ठ वैज्ञानिक अधिकारी
(आयुर्विज्ञान)

संपर्क सूत्र :
संपादक
"विज्ञान गरिमा सिंधु"
वैज्ञानिक तथा तकनीकी
शब्दावली आयोग
पश्चिमी खंड-7,
आर. के. पुरम
नई दिल्ली -110066

अनुक्रम			पृ. सं.
1	प्रतिबंधित भौतिक नेटवर्क : प्राथमिक अध्ययन	एल. एन. दास	1
2	रेखा–काट चिह्नित आलेख का अभिलक्षणन	रश्मि जैन, मुक्ति आचार्य, संगीता कंसल	5
3	पॉलीहाइड्रोक्साल्कॉनेट्स (PHAs) के मेटाबोलिक मार्ग का पेट्री नेट निदर्शन	साक्षी गुप्ता, गजेंद्र प्रताप सिंह, सुनीता कुमावत	10
4	आलेख (ग्राफ) का दुर्बल संकर्ष	पारस डी. उचाट	19
5	गैर चक्रीय हाइड्रोकार्बन : सभी बाइनरी n-वेक्टर्स की उत्पत्ति	राकेश कुमार, गजेंद्र प्रताप सिंह, संदीप कुमार पाण्डेय, विजय राज सिंह शेखावत	24
6	गुच्छन दृष्टिकोण का उपयोग कर पानी के नीचे वायरलेस संवेदी नेटवर्क में लोड संतुलन	गुलिस्ता खान, राकेश द्विवेदी, वाजिद अली	29
7	परिवहन समस्या की दृष्टि से भिन्न आपूर्ति और मांग के तहत संभावित लागत फलन के साथ कुल लागत उपाय	फिरोज़ अहमद, अहमद यूसुफ अधामी	37
8	हर्पीस वायरल हमले के प्रति प्रतिरक्षा प्रणाली की प्रतिक्रिया के लिए गणितीय निदर्शन	प्रमिला बाजपेयी, वरुण कुमार	47
9	अधोजल संवेदक नेटवर्क : एक समीक्षा	कमल कुमार गोला, भूमिका गुप्ता	54
10	क्लाउड कंप्यूटिंग में कार्यप्रवाह प्रबंधन: एक दृष्टिकोण	सोनम सेठ, निपुर सिंह, अवनीश कुमार	60

इस पत्रिका में प्रकाशित लेखों, अभिव्यक्त विचारों आदि से वैज्ञानिक तथा तकनीकी शब्दावली आयोग, मानव संसाधन विकास मंत्रालय या संपादक का सहमत होना आवश्यक नहीं है। यह पत्रिका वैज्ञानिक एवं तकनीकी शब्दावली आयोग द्वारा निर्मित शब्दावली के प्रचार–प्रसार के साथ हिंदी में वैज्ञानिक लेखन को प्रोत्साहित करने के लिए प्रकाशित की जाती है।

अनुक्रम पृ. सं.

11	सत्तात्मक तात्पर्य की समस्या : बुलियन लॉजिक और स्ट्रावसन लॉजिक का समीक्षात्मक अध्ययन	राकेश कुमार सिंह, गजेंद्र प्रताप सिंह, विनेश कुमार	66
12	रूक्ष समुच्चय पर निकटता सिद्धांत - एक परिचय	रश्मि सिंह, जयंती त्रिपाठी पांडे, अनुज कुमार उमराव	71
13	मृदु समुच्चय सिद्धांत में k, t-निकटता : एक अध्ययन	रश्मि सिंह, अनुज कुमार उमराव	76
14	संचार प्रणाली के लिए दीर्घवृत्तीय वक्र गूढ़लेखन आधारित सुरक्षित प्रमाणीकरण योजना	विनोद कुमार, मुशीर अहमद, आदेश कुमारी	82
15	पुनरावर्ती वक्रता वाले कैहलर समष्टि में प्रक्षेपीय गति के संबंध में अध्ययन	आलोक कुमार गहलोत, अवधेश कुमार सिंह	87
16	एक संकुचित नली में सरंध्र (पोरस) माध्यम से रक्त प्रवाह का गणितीय अन्वेषण : जेफ्री तरल मॉडल	अग्रज गुप्ता, अर्चना दीक्षित	91
17	रेखीय गैर-सममित स्टेनोसिस के साथ धमनी के माध्यम से रक्त प्रवाह पर हेमेटोक्रिट स्तर और फिसलन वेग की प्रतिक्रिया: वलबुर्न-स्नेक मॉडल	अर्चना दीक्षित, श्यामवीर सिंह	99
18	माइक्रोपोलर तरल पदार्थ में रेले-बनार्ड संवहन की स्थिरता	रोहित गोयल	106
19	वैदिक परिप्रेक्ष्य में आधुनिक गणित का इतिहास	अंजू खंडेलवाल	110
20	मानव संसाधन चयन प्रक्रिया में भावनात्मक बुद्धिमत्ता के महत्व के संबंध में अध्ययन	यवनिका यादव, आलोक कुमार गहलोत	117
21	कण झुंड अनुकूलन : बुनियादी बातों, प्रगति तथा अनुप्रयोग	कुसुम दीप	123
	गणित की मूलभूत शब्दावली : अंग्रेजी-हिंदी-गुजराती		127

प्रतिबंधित भौतिक नेटवर्क : प्राथमिक अध्ययन

एल. एन. दास
अनुप्रयुक्त गणित विभाग
दिल्ली प्रौद्योगिकी विश्वविद्यालय, दिल्ली
lndas@dce.ac.in

सार

इस शोध पत्र में प्रतिबंधित भौतिक नेटवर्क पर एक संक्षिप्त चर्चा की गई है। वैद्युत संचार नेटवर्क के भौतिक पहलुओं को समृद्ध करने और वैद्युत सिग्नल संचार में उपयोग करते हुए तीन गणितीय मॉडलिंग डिज़ाइनों के संश्लेषण को समझाते हुए शब्दों की व्याख्या पर जोर दिया गया है। आलेख सिद्धांत में नेटवर्क का विश्लेषण इस प्रकार है – नेटवर्क नोड का समुच्चय है जो किनारों या कोर के साथ जुड़ा होता है। वैद्युत संचार नेटवर्क में माइक्रोप्रोसेसर, माइक्रो-कंट्रोलर और प्रतिरोधक, संधारित्र, प्रेरक, डायोड, ट्रांजिस्टर या एकीकृत परिपथ (ICs) जैसे विद्युत घटक होते हैं। आयनमंडल में कोर, वायु रेखाओं का संचालन या अर्धचालक सिग्नल हो सकते हैं।

कुंजी शब्द : वैद्युत संचार नेटवर्क (electronic communication network), चैनल (channel), इष्टतमीकरण (optimization), ट्रांस्मीटर (transmeter), आवृत्ति (frequency)

1. प्रस्तावना

भौतिक नेटवर्क के कुछ गणितीय अध्ययन उसी नेटवर्क के भीतर न्यूनतम स्पैनिंग ट्री का निर्धारण जैसे संयोजक इष्टतमीकरण अभिकलन रूपों के लिए एल्गोरिथ्म के अभिकल्पन, कार्यान्वयन और परीक्षण पर आधारित होते हैं, जैसे कि प्रिम[4] एल्गोरिथ्म और क्रॉशकल[4] एल्गोरिथ्म नेटवर्क में लघुतम पथ का निर्धारण डिजस्ट्रा[2], फ्लॉइड[3] का लघुतम एल्गोरिथ्म पथ तरल प्रवाह नेटवर्क में अधिकतम प्रवाह के लिए पथ का निर्धारण, कम लागत वाले संचरण का निर्धारण या यातायात नियंत्रण सड़क नेटवर्क में परिचालन समय निर्धारित करना, मल्टीमोडल परिवहन नेटवर्क में उचित वाहन-चालक दल-बंदरगाहों और मार्गों का नियत करने का निर्णय आदि, इस प्रतिबंधित भौतिक नेटवर्क का हल ढूँढने के लिए कुछ गणितीय पहलू का अध्ययन आवश्यक है।

कई भौतिक नेटवर्कों में से - वैद्युत संचार नेटवर्क दैनिक जीवन में व्यापक रूप से उपयोग किया जाने वाला अनुप्रयोग है। वैद्युत संचार नेटवर्क के प्रमुख उप-क्षेत्रों में टेलीफोन नेटवर्क, इंटरनेट, रेडियो और टीवी प्रसारण, मोबाइल संचार, वाई-फाई, उपग्रह और अंतरिक्ष संचार, स्मार्ट पावर ग्रिड नेटवर्क आदि शामिल हैं। उल्लिखित वैद्युत संचार उप-क्षेत्रों की परिचालन और अभिकलन कार्यक्षमता को एनालॉग-डिजिटल संचार मोड में वर्गीकृत किया गया है।

एनालॉग संचार आयाम (कोण) मॉडुलन (AM) अथवा आवृत्ति (प्रवाह) मॉडुलन (FM) के साथ कार्य करता है। इसी तरह डिजिटल संचार और उसका आधार आठ या सोलह अंकों, बिट्स या संख्याओं में जानकारी के हस्तांतरण के साथ संबंधित है। व्यावसायिक शब्द ब्रॉड बैंड, 3-जी, DAB/DVB इत्यादि को डिजिटल संचार

मोड में भी प्रयोग किया जाता है। संचार की विधि कुछ भी हो, परंतु संचार के कुछ निम्नलिखित घटक हैं :

1. ट्रांसमीटर : ट्रांसमिशन के लिए भेजे जा रहे संकेत को उपयुक्त संदेश में परिवर्तित करता है।
2. चैनल : यह भौतिक माध्यम विरूपित ध्वनि को रोकने के लिए प्रयुक्त होता है।
3. राउटर : भेजे गए संदेश का पथ निर्धारण करता है।
4. स्मृति : संदेश के व्याकरण को घड़ी के समय के अनुसार पंजीकृत करता है।
5. अभिग्रहीत्र : संदेश को पहचाने जाने योग्य रूप में पुनः परिवर्तित करता है।

संचार चैनल : चैनल में रैखिक (चल रेडियो उपस्कर), अरैखिक (सैटेलाइट योजित), काल अचर (फाइबर संचालित) अथवा काल परिवर्ती (चल रेडियो प्रचालित) होते हैं । संचार प्रणाली की सूचना वहन क्षमता, चैनल के बैंडविस्तार के अनुपात में होती है । विभिन्न माध्यम चैनलों में बैंडविस्तार अनुमापन इस प्रकार होता है : ताम्र तार – 1 मेगाहर्ट्ज (MHz), समाक्ष केबिल - 100 मेगाहर्टज, सूक्ष्म तरंग (माइक्रोवेव)-गीगाहर्टज (GHz) और ऑप्टिकल फाइबर टेट्राहर्टज (THz)।

2. संचार नेटवर्क में व्यवरोध

निश्चित नोड से अगले नोड या कोर, सिग्नल प्रवर्धन सीमा, ध्वनि फ़िल्टरन, ऑडियो या वीडियो सिग्नल निर्धारक उपकरण विनिर्देश, सिग्नल प्रवाह से समय सीमित पथ निरंतरता या मार्ग विशिष्ट संयोजन संपीडन, त्रुटि जांच, त्रुटि का पता लगाने, उपकरण प्राप्त करने में त्रुटि सुधार आदि प्रमुख व्यवरोध हैं । समाक्ष केबिल, ऑप्टिकल फाइबर या फ्री स्पेस विनिर्देश जैसे चैनल में सूचना सिग्नल का प्रसारण होता है । मुक्त स्थान पर संचरण में कोडिड वाहक तरंग, वाहक आवृत्ति विनिर्देशों और ट्रांसमीटर और रिसीवर की बिजली खपत प्रभावी संबंध परक सिग्नल शक्ति की आवश्यकता होती है । संचार चैनल की व्यवरोध चैनल के भौतिक दबाव, विद्युत चुम्बकीय प्रवाह, चैनल तापमान विनिर्देश और कुछ गणितीय अनुमान सिद्धांतों या भौतिक माप उपकरणों से जुड़े हैं। उदाहरण के लिए, चैनल इंटीरियर स्पेस के तापवै द्युत युग्म द्वारा पेल्टियर-सीबैक प्रभाव का उपयोग करके तापमान अंतर मापने या आने वाले वाहन की गति को मापने के लिए डोप्लर प्रभाव उपयोग द्वारा रडार गन संचार चैनल के उपयोग की भी बाधाएं हैं।

विद्युत चुंबकीय सिग्नल संचार और गणितीय रूप : डाइवर्जस और कर्ल, गॉस और स्टोक्स का प्रमेय, मैक्सवेल समीकरण, अवकल –समाकल रूप, तरंग समीकरण, तरंग प्रतिबिंब और अपवर्तन, चरण और समूह वेग, प्रतिबाधा रूपांतरण।

वेव गाइड : आयताकार तरंग गाइड में बहुलता, सीमा की स्थिति, कट ऑफ आवृत्तियों।

एंटेना : डीपोल एंटेना, एंटीना सरणी, विकिरण पैटर्न, रेसिप्रोसिटी प्रमेय, एंटीना लब्धि, गणितीय रूपों का उपयोग कर विद्यत चुंबकीय सिग्नल मानकीकरण और दृढ़ संकल्प के सटीक रूप और मात्रा का निर्धारण करने के साधनों में से कुछ हैं।

3. संचार में रव

रव उन बुनियादी कारकों में से एक है जो संचार की सीमा निर्धारित करती है। रव अनुमान के लिए व्यापक रूप से इस्तेमाल किया गया सूत्र संकेत और रव का अनुपात (Signal to Noise Ratio) को निम्नलिखित रूप में व्यक्त किया गया है -

$$\text{SNR} = \frac{\text{signal power}}{\text{noise power}}$$

ध्वनि या तो बाहरी है या आंतरिक है।

बाहरी ध्वनि - नजदीकी चैनलों, मानव ध्वनि और प्राकृतिक ध्वनि का अन्योन्य हस्तक्षेप हैं।

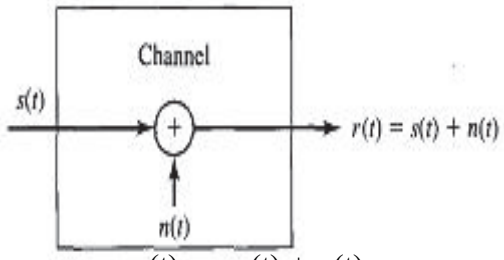
आंतरिक ध्वनि - वैद्युत उपकरणों में थर्मल ध्वनि – यादृच्छिक उत्सर्जन है।

मॉडुलेशन : यह सिग्नल को उच्च आवृत्ति वाहक माध्यम द्वारा ले जाने और वाहक तरंग के कुछ प्राचल को परिवर्तित करने का कार्य करता है। कई विस्थापन कुंजी (SK) द्वारा मोड सिग्नल को आयाम मॉडुलन, आवृत्ति (प्रवाह) मॉडुलन अथवा स्पंद मॉडुलन द्वारा अंकीय सिग्नल में परिवर्तित किया जाता है।

विमॉडुलन : मॉडुलित सिग्नल से मूल संदेश सिग्नल प्राप्त करना रोचक कार्य है। कभी-कभी रव / विकृति के कारण उस मूल संदेश की पुनः प्राप्ति सटीक या यथार्थ नहीं होती है। परिणामी गिरावट मॉडुलन के प्रकार से प्रभावित है।

3.1 योजक रव चैनल

संचार चैनल के लिए सबसे सरल गणितीय मॉडल योजक रव चैनल है। इस मॉडल में प्रेषित सिग्नल (s(t)) एक योजक यादृच्छिक रव प्रक्रिया (n(t)) द्वारा दूषित है।

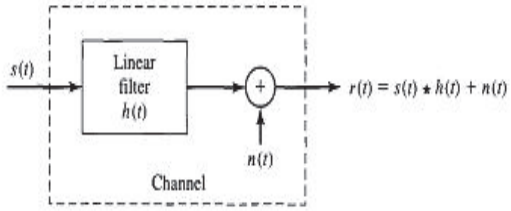


$$r(t) = a\, s(t) + n(t)$$

रेडियो सिग्नल संचरण के मामले में संचार प्रणाली के अभिग्रहित्र या प्रेषण में होने वाले हस्तक्षेप के कारण वैद्युत घटकों में अतिरिक्त रव प्रक्रिया उत्पन्न हो सकती है।

3.2 रैखिक फ़िल्टर चैनल

वायरलाइन टेलीफोन चैनलों और फिल्टरों, जैसे भौतिक चैनलों का उपयोग यह सुनिश्चित करने के लिए किया जाता है कि प्रेषित सिग्नल निर्दिष्ट बैंडविड्थ सीमाओं से अधिक न हों और एक दूसरे के साथ हस्तक्षेप न करें। इन चैनलों को गणितीय रूप से अतिरिक्त रव के साथ रैखिक फ़िल्टर चैनल के रूप में चिह्नित किया जाता है। यदि चैनल इनपुट (s(t)) है, तो चैनल आउटपुट (r(t)) सिग्नल है –



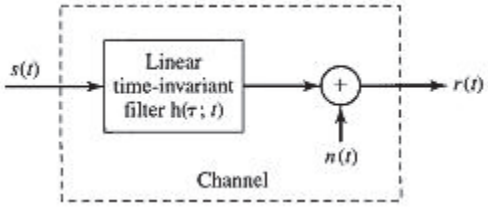
$$r(t) = s(t) * h(t) + n(t)$$

$$= \int h(t)\, s(t-\tau)d\tau + n(t),\ -\infty < \tau < +\infty$$

जहां h(t) रैखिक फ़िल्टर की आवेग प्रतिक्रिया है और * संवलन (convolution) को दर्शाता है।

3.3 रैखिक समय-परिवर्त फिल्टर चैनल

आयनोस्फेरिक रेडियो चैनल, संचारित सिग्नल के समय-परिवर्त बहुपथ प्रचार को गणितीय समय-परिवर्त फ़िल्टर के रूप में चिह्नित किया जा सकता है। इस तरह के रैखिक फिल्टर समय-परिवर्त चैनल आवेग प्रतिक्रिया h (t) द्वारा चिह्नित है, जहां h (t) समय t पर चैनल की प्रतिक्रिया है। इनपुट सिग्नल (s(t)) के लिए, चैनल आउटपुट सिग्नल है –



$$r(t) = s(t) * h(\tau, t) + n(t)$$

$$= \int h(\tau, t)\, s(t-\tau)d\tau + n(t),\ -\infty < \tau < +\infty$$

भौतिक चैनलों के माध्यम से बहुपथ सिग्नल प्रचार, जैसे आयनमंडल (30 मेगाहर्टज से कम आवृत्तियों पर) मोबाइल सेलुलर रेडियो चैनल उपरोक्त समीकरण के रूप में प्रतिनिधित्व करते हैं। निम्नलिखित समय भिन्नता आवेग प्रतिक्रिया

$h(\tau, t) = \Sigma a_k(t)\delta(\tau - \tau_k)$, k=1,2,3, …, L

है । जहां a_k (t) बहुपथ प्रचार पथ के लिए संभावित समय-परिवर्त क्षीणन कारकों का प्रतिनिधित्व करते हैं । उपरोक्त समीकरणों को मिलाकर हम

$r(t) = \Sigma a_k(t)s(\tau - \tau_k)d\tau + n(t)$, k=1,2,3, …, L

प्राप्त करते हैं । इसलिए प्राप्त सिग्नल में L बहुपथ घटक होते हैं, जिसमें से प्रत्येक घटक $\{a_k\}$ द्वारा क्षीणित और $\{t_k\}$ द्वारा विलंबित हो जाता है ।

निष्कर्ष

आलेख नेटवर्क सिद्धांत, संचयात्मक इष्टतमीकरण जैसे गणितीय विषयों में शोधकर्ता संचय विन्यास पहलुओं या सैद्धांतिक विश्लेषण के लिए अभिकल्प एल्गोरिथ्म तैयार करने में लगे हुए हैं ।

संदर्भ

[1] http://www.m.com/white-paper/14815/en/

[2] John, A.L., Paternack, A.B., (1998) Applied management science : A computer integrated approach, John Wiley and Sons.

[3] Mohan, C., Kusum Deep., (2017) Optimization technique, New Age International Publication, New Delhi.

[4] Pal, S., Bhunia, S.C., (2015) Engineering mathematics, Oxford University Press.

रेखा–काट चिह्नित आलेख का अभिलक्षणन

रश्मि जैन
अनुप्रयुक्त विज्ञान विभाग,
के.आई.ई.टी ग्रुप आफ
इन्स्टीट्यूशंस, गाजियाबाद
rashmi2011f@gmail.com

मुक्ति आचार्य
गणित विभाग,
कैलाश लिंगम् विश्वविद्यालय,
तमिलनाडु
mukti1948@gmail.com

संगीता कंसल
अनुप्रयुक्त गणित विभाग,
दिल्ली प्रौद्योगिकी विश्वविद्यालय,
दिल्ली
sangita_kansal15@rediffmail.com

सार

एक चिह्नित आलेख $S = (S^u, \sigma)$ से प्रदर्शित किया जाता है जहाँ S^u, S का अंतर्निहित आलेख कहलाता है और $\sigma: E(S^u) \longrightarrow \{+, -\}$ एक फलन है। किसी आलेख G के लिए, इसका रेखा–काट आलेख $L_c(G)$ से प्रदर्शित किया जाता है जो कि एक सर्वनिष्ठ आलेख $\Omega(E(G) \cup C(G))$ है, जहाँ E(G) तथा C(G) क्रमश: आलेख G के कोर समुच्चय और काट बिंदु समुच्चय है। किसी चिह्नित आलेख $S= (S^u, \sigma)$ के लिए, इसका रेखा–काट चिह्नित आलेख $L_c(S)$ से प्रदर्शित किया जाता है जो कि अंतर्निहित आलेख $L_c(S^u)$ रखता है तथा बिंदुओँ u व v को ऋण–कोर से जोड़ा जाता है यदि दोनों ही S की सन्निकट ऋण कोरें हों या u एक ऋण–कोर हो जो कि एक काट बिंदु पर आपतित हो अन्यथा हम u व v को एक धन–कोर से जोड़ते हैं। इस पेपर में हमने रेखा–काट चिह्नित आलेख का अभिलक्षणन दिया है।

कुंजी शब्द : चिह्नित आलेख, रेखा–काट चिह्नित आलेख, रेखा चिह्नित आलेख

1. प्रस्तावना

आलेख सिद्धांत के सामान्य संकेतों और संकल्पनाओं को समझने के लिए हम पाठक को[5] संदर्भित करते हैं। इस शोध पत्र में लिए गए सारे आलेख सरल, संबद्ध, परिमित और अदिष्ट हैं।

एक चिह्नित आलेख $S = (S^u, \sigma)$ से प्रदर्शित किया जाता है जहाँ S^u, S का अन्तर्निहित आलेख कहलाता है, और फलन $\sigma : E(S^u) \longrightarrow \{+, -\}$, S का चिह्नक कहलाता है। चिह्नित आलेख में धन (ऋण) चिह्न की कोर क्रमशः धन-कोर और ऋण–कोर कहलाती हैं, और $E^+(S) = \{e \in E(S^u) : \sigma(e) = +\}$ तथा $E^-(S) = \{e \in E(S^u) : \sigma(e) = -\}$ क्रमश: धन–कोर और ऋण–कोर के समुच्चय हैं। इस प्रकार, S का कोर समुच्चय $E(S) = E^+(S) \cup E^-(S)$ है। चिह्नित आलेख में धन-कोर, ठोस रेखाओं से तथा ऋण-कोर, dashed रेखाओं से दर्शायी जाती है जैसा कि चित्र-1 में दिखाया गया है। किसी बिंदु v पर आपतित कुल धन-कोरें, $d^+(v)$ से दर्शायी जाती है और यह v की धन परिमाण कहलाती हैं। ठीक इसी प्रकार v पर आपतित कुल ऋण-कोरें, $d^-(v)$ से दर्शायी जाती हैं और यह v

की ऋण परिमाण कहलाती हैं। इस प्रकार किसी बिंदु v की अंश, $d(v) = d^+(v) + d^-(v)$ है। एक ऐसा बिंदु, जिसका ऋण परिमाण सम होता है धन–बिंदु, कहलाता है और जिसका ऋण परिमाण विषम होता है, ऋण–बिंदु कहलाता है।

दो चिह्नित आलेख S_1 और S_2 को तुल्यकारी कहा जाता है यदि अन्तर्निहित आलेख तुल्यकारी है और संगत कोरें समान चिन्ह की हैं। दो तुल्यकारी चिह्नित आलेख, $S_1 \cong S_2$ के रूप में लिखे जाते हैं।

किसी आलेख G का रेखा-आलेख L(G) द्वारा प्रदर्शित किया जाता है जिसमें बिंदु समुच्चय E(G) होता है और उसमें दो बिंदु जुड़े होते हैं यदि संगत कोरें G में सन्निकट हों। निम्नलिखित प्रमेय रेखा आलेख के अभिलक्षणन के विषय में है।

प्रमेय 1[5] एक आलेख एक रेखा-आलेख है यदि और केवल यदि उसकी कोरों को पूर्ण उप आलेख में इस तरह से विभाजित किया जा सके, जिसमें कोई भी बिंदु दो से अधिक उपालेख में न हो।

Behzad and Chartrand[4] के अनुसार रेखा चिह्नित आलेख की अवधारणा निम्नलिखित हैं :

परिभाषा 1 किसी भी चिह्नित आलेख $S = (S^u, \sigma)$ को रेखा चिह्नित आलेख L(S) से प्रदर्शित किया जाता है जो कि अंतर्निहित आलेख $L(S^u)$ रखता हो तथा बिंदुओं e व e' को ऋण-कोर से जोड़ता हो, और उनमें दोनों ही S की सन्निकट ऋण कोरें हों अन्यथा हम e व e' को एक धन कोर से जोड़ते हैं।

Kulli and Muddebihal[6] ने रेखा–काट आलेख (या, संक्षेप में, लिक्ट आलेख) की अवधारणा को शुरू किया जो निम्नलिखित है :

परिभाषा 2 किसी आलेख G के लिए, इसका लिक्ट आलेख $L_c(G)$ से प्रदर्शित किया जाता है जिसमें बिंदु समुच्चय $E(G) \cup C(G)$ होता है, जहाँ E(G) तथा C(G) क्रमश: आलेख G के कोर-समुच्चय और काट-बिंदु समुच्चय हैं। इसके दो बिंदु सन्निकट होते हैं यदि संगत कोरें G में सन्निकट हों या एक बिंदु G में एक कोर हो जो कि G के एक काट–बिंदु पर आपतित हो, अर्थात $L_c(G)$ एक सर्वनिष्ठ आलेख $\Omega(E(G) \cup C(G))$ है।

स्पष्ट रूप से, $L(G) \cong L_c(G)$ यदि और केवल यदि $C(G) = \phi$ एक आलेख G को लिक्ट आलेख कहा जाता है यदि और केवल यदि किसी आलेख H के लिए $G \cong L_c(H)$ हो।

टिप्पणी 1 लिक्ट आलेख की परिभाषा से $L_c(G)$ के दो सन्निकट बिंदु-आलेख G के काट बिंदु नहीं हो सकते हैं।

आलेख का एक क्लिक इसका अधिकतम पूर्ण उपालेख होता है।

प्रमेय 2[1] निम्न कथन समानार्थी हैं :

(i) आलेख G एक लिक्ट आलेख है;

(ii) G की कोरें को कई क्लिक में इस तरह से विभाजित किया जा सकता है कि कोई भी बिंदु दो से अधिक क्लिक में न हो और प्रत्येक क्लिक G' के लिए;

(a) यदि G' का प्रत्येक बिंदु, विभाजन के दो क्लिक में निहित हो तो G– E (G') संबद्ध है; तथा

(b) यदि G' का कम से कम एक बिंदु विभाजन के अन्य क्लिक में निहित न हो तो G – E(G') असंबद्ध है।

परिभाषा 3[2] एक चिह्नित आलेख $S = (S^u, \sigma)$ के लिए लिक्ट चिह्नित आलेख $L_c(S) = (L_c(S^u), \sigma')$ है, जहाँ $L_c(S^u)$ की हर कोर –

uv के लिए, $\sigma'(uv)$ ऋण है यदि,

$u,v \in E^-(S)$ या $u \in E^-(S)$

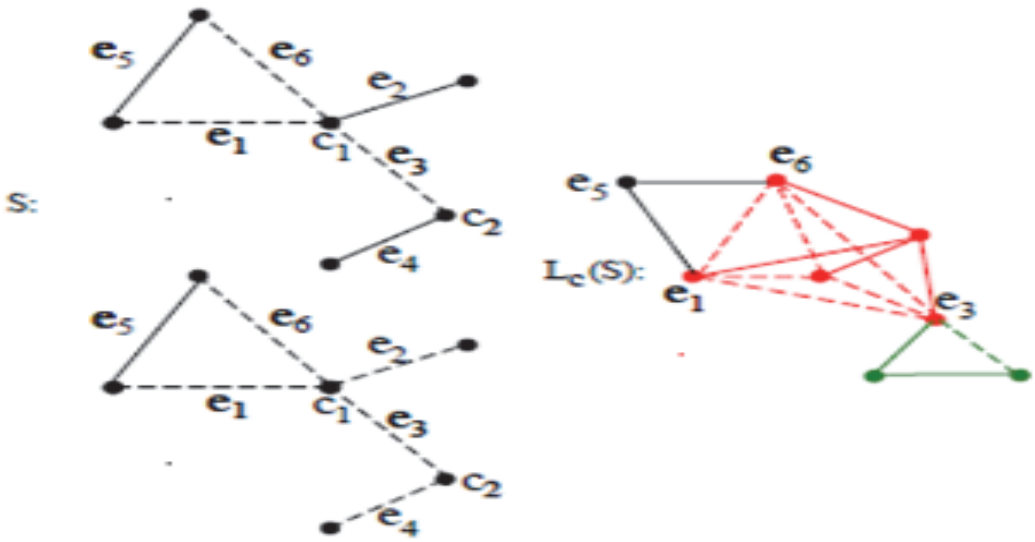
और

$v \in C^-(S)$

अन्यथा $\sigma(uv)$ धन लेते हैं।

यहां $C^-(S)$, S के ऋण काट–बिंदुओं का बिंदु समुच्चय है।

चित्र-1 में, दो चिह्नित आलेख और उसका लिक्ट-चिह्नित आलेख दिखाए गये हैं।



चित्र-1: चिह्नित आलेख S और $L_c(S)$

एक चिह्नित आलेख S को लिक्ट-चिह्नित आलेख कहा जाता है यदि और केवल यदि किसी चिह्नित आलेख T के लिए $S \cong L_c(T)$। आलेख T को S का लिक्ट मूल कहा जाता है।

2. मुख्य परिणाम

अब हम इस पेपर का मुख्य परिणाम देते हैं :

प्रमेय 3 S एक लिक्ट-चिह्नित आलेख है यदि और केवल यदि S में निम्नलिखित स्थितियां हैं:

(i) S^u एक लिक्ट आलेख हो;
(ii) कोई पथ P4 = (u, v, w, x) या त्रिभुज (u, v, w) नहीं हो जिसमें केवल कोर vw धन हो और;
(iii) किसी भी क्लिक S_i के लिए, यदि कम से कम एक बिंदु c अन्य क्लिक में निहित न हो और यदि $d^-(c) = 0$ ($d^-(c) \neq 0$) तो, c से सन्निकट सम (विषम) बिंदुओं शून्येतर ऋण परिमाण रखते हैं और ये ऋण बिंदु आपस में भी (आपस में तथा c से) ऋण कोरें द्वारा सन्निकट होते हैं।

उपपत्ति

आवश्यक प्रतिबंध

मान लीजिए S लिक्ट-चिह्नित आलेख है। किसी आलेख T के लिए $S \cong L_c(T)$ है। इसलिए $S^u \cong L_c(T^u)$ यानि S^u एक लिक्ट-आलेख है। इस प्रकार (i) प्रमाणित हुआ।

मान लीजिए कि एक पथ P4 = (u, v, w, x) मौजूद है जिसमें केवल कोर vw धनात्मक है। चूँकि S के सन्निकट बिंदु आलेख T के काट–बिंदु नहीं हैं अतः हमें आलेख T के लिए निम्न सम्भावनाएँ मिलती हैं:

स्थिति I: यदि u, v, w और x, T की कोरें हों तो uv, $wx \in E^-(S)$ दर्शाता है कि u, v, w और x, T की ऋण कोरें हैं इसलिए $vw \in E^-(S)$।

स्थिति II: यदि v, w और x, T की कोरें हों और u, T की एक काट-बिंदु हो तो, uv, $wx \in E^-(S)$ दर्शाता है कि v, w और x, T की ऋण कोरें हैं और u, T की एक ऋण काट-बिंदु है इसलिए $vw \in E^-(S)$।

स्थिति III: यदि v, x, T की कोरें हों और u, w, T की काट कोरें हों तो uv, wx ∈ $E^-(S)$ दर्शाता है कि v, x, T की ऋण कोरें हैं और u, w, T की ऋण काट कोरें हैं, इसलिए vw ∈ E−(S)।

स्थिति IV: यदि v, w, T की कोरें हों और u, x, T के काट कोरें हों, तो uv, wx ∈ $E^-(S)$ दर्शाता है कि v और w, T की ऋण कोरें हैं और u, x, T के ऋण काट कोरें हैं, इसलिए vw ∈ $E^-(S)$।

इसी तरह, यदि S में त्रिभुज (u, v, w) है, जिसमें केवल कोर vw धनात्मक हो तो ये संभावित स्थितियां होती हैं:

स्थिति I: यदि u, v और w, T की कोरें हों तो uv, wx ∈ $E^-(S)$ दर्शाता है कि u, v और w, T की ऋण कोरें हैं इसलिए vw ∈ $E^-(S)$।

स्थिति II: यदि v,w, T की कोरें हों और u, T का एक काट-बिंदु हो तो uv, wx ∈ $E^-(S)$ दर्शाता है कि v, w, T की ऋण कोरें हैं और u, T की एक ऋण काट-बिंदु है इसलिए vw ∈ E−(S)।

उपर्युक्त स्थितियों में, हम पाते हैं कि vw, S की एक ऋण-कोर है जो हमारी धारणा का खंडन है। इस प्रकार (ii) प्रमाणित हुआ।

इसके बाद, मान लीजिए किसी भी क्लिक S_i के लिए, यदि इसका कम से कम एक बिंदु c अन्य क्लिक में निहित न हो तो c, T का एक काट-बिंदु या pendant कोर होगी। चूँकि S का लिक्ट मूल अद्वितीय नहीं है (जैसा चित्र 1 में दिखाया गया है), इससे कोई फर्क नहीं पड़ता कि हम c काट–बिंदु के रूप में या pendant कोर के रूप में मानते हैं। मान लीजिए c, T का एक काट बिंदु है तो हमें c के लिए निम्नलिखित सम्भावनाएँ मिलती हैं –

स्थिति I: यदि $d^-(c)=0$ तो c पर आपतित सम-कोरें S में ऋणात्मक होनी चाहिए इसलिए S में c के सम पड़ोसी बिंदु शून्येतर ऋण परिमाण रखते हैं और ये ऋण बिंदु आपस में भी ऋण कोरों द्वारा जुड़े होंगे।

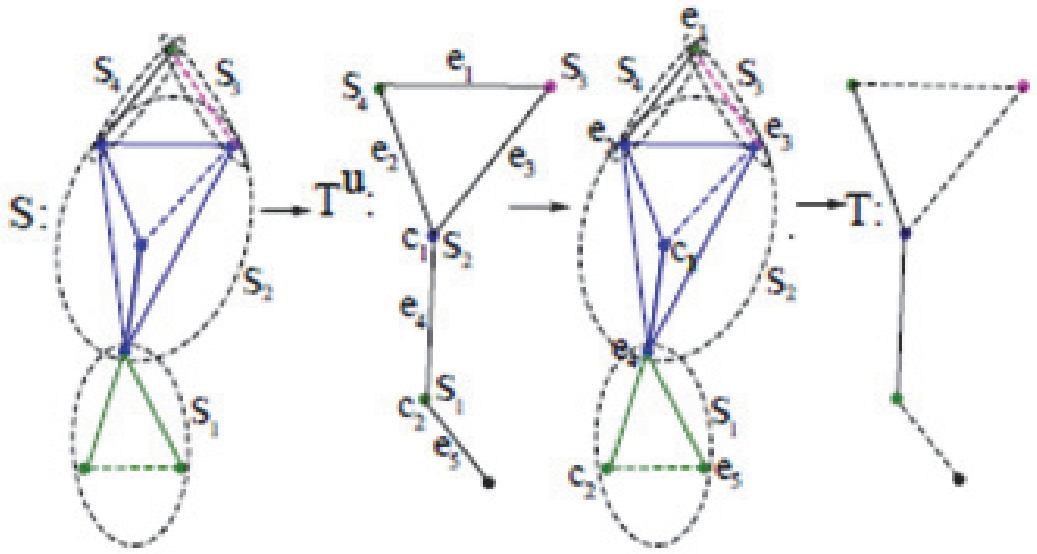
स्थिति II: यदि $d^-(c) \neq 0$ तो c पर आपतित विषम-कोरें S में ऋणात्मक होनी चाहिए इसलिए S में c के विषम पड़ोसी बिंदु शून्येतर ऋण परिमाण रखते हैं और ये ऋण बिंदु आपस में तथा c से ऋण कोरो द्वारा जुड़े होंगे। इस प्रकार (ii) प्रमाणित है।

पर्याप्त प्रतिबंध

मान लीजिए S में प्रमेय की सभी स्थितियां संतुष्ट होती हैं। हम S के लिक्ट-मूल का निर्माण करते हैं। चूँकि S^u एक लिक्ट आलेख है, प्रमेय 2 से, S^u की कोरो को क्लिक में इस तरह से विभाजित किया जा सकता है कि कोई भी बिंदु दो से अधिक क्लिक में ना हो। माना $P(S) = \{S_1,S_2,..., S_n\}$, E(S) का एक ऐसा विभाजन है जिसमें हम एक आलेख T^u ऐसा खींचते हैं कि $V(T^u) = P(S) \in U$ हो। यहाँ समुच्चय U में S के उन बिंदुओं को शामिल किया गया है जो केवल S के एक क्लिक S_i में हैं लेकिन प्रत्येक क्लिक S_i में ऐसा एक-एक बिंदु छोड़कर और उसमें दो बिंदु सन्निकट लेते हैं यदि संगत क्लिक का सर्वनिष्ठ अरिक्त हो।

अब हम T^u के कोरें और काट–बिंदुओं को निर्धारित करते हैं और फिर S के बिंदुओं को निर्दिष्ट करते हैं और चिह्नित आलेख $T = (T^u, \sigma)$ का निर्माण करते हैं जहाँ $\sigma(e_i)$ धनात्मक है यदि e_i पर केवल धनात्मक कोरें आपतित हों अन्यथा $\sigma(e_i)$ ऋण लेते हैं।
इस चिह्नित आलेख T के लिए $S \cong L_c(T)$।

चित्र-2, S के लिक्ट मूल के निर्माण को दर्शाता है जो कि प्रमेय की पर्याप्त शर्तों को संतुष्ट करता है।



चित्र-2: चिह्नित आलेख के लिक्ट मूल T का निर्माण

संदर्भ

[1] Acharya, M., Jain, R., Kansal, S., (2014) Characterization of line-cut graphs, Graph Theory Notes of New York, Vol. LXVI, pp. 43−46.

[2] Acharya, M., Jain, R., Kansal, S., (2015) Results on lict signed graph Lc(S), J. Discrete Math. Sci. and Crypto., Vol. 18, No. 6, pp. 727−742.

[3] Acharya, M., Sinha, D., (2005) Characterization of line sigraph, Nat. Acad. Sci. Letters, Vol. 28, No. 1 & 2, pp. 31−34.

[4] Behzad, M., Chartrand, G.T., (1969) Line coloring of signed graph, Element der Mathematik, Vol. 24, pp. 49-52.

[5] Harary, F., (1969) Graph theory, Addison-Wesley Publ., Massachustes.

[6] Kulli, V.R., Muddebihal, M.H., (2006) The lict graph and litact graph of a graph, J. of Analysis and Comput., Vol. 2, No. 1, pp. 33-43.

पॉलीहाइड्रोक्सालकॉनेट्स (PHAs) के मेटाबॉलिक मार्ग का पेट्री नेट निदर्शन

साक्षी गुप्ता
गणित विभाग, एमिटि विश्वविद्यालय, गुरुग्राम, हरियाणा
sakshi86.10@gmail.com

गजेंद्र प्रताप सिंह
मैथ्साइ-इन्ट्-आर-लैब, संगणकीय एवं समेकित विज्ञान संस्थान, जे.एन.यू, दिल्ली
gajendra@mail.jnu.ac.in

सुनीता कुमावत
गणित विभाग, एमिटि विश्वविद्यालय, गुरुग्राम, हरियाणा
ksunita86@gmail.com

सार

मेटाबॉलिक मार्ग की जटिलता के कारण, उनका निदर्शन (modelling) शोधकर्ताओं के लिए एक बड़ी चुनौती रही है। मेटाबॉलिक मार्गों के निदर्शन और अध्ययन के लिए विभिन्न गणितीय मॉडल विकसित किए गए हैं और इनमे अद्यतन विकास जारी है । पेट्री नेट्स ग्राफ़/आलेख के रूप में इन मार्गों के प्रतिनिधित्व के कारण विभिन्न जीवों के जटिल मेटाबॉलिक मार्गों के निदर्शन और विश्लेषण करने के लिए एक उपयुक्त गणितीय उपकरण हैं। कई मेटाबॉलिक मार्गों को सफलता पूर्वक तैयार किया गया है और पेट्री जाल के माध्यम से इनका अध्ययन किया गया है । इस पत्र में, हमने पीएचएएस (PHAs) के सबसे अध्ययनित मेटाबॉलिक मार्गों में से एक के पेट्री नेट मॉडल को प्रस्तुत किया गया है।

सामान्यतः, PHA के रूप में समझे जाने वाले पॉलीहाइड्रोक्सालकॉनेट्स जैवनिम्नी और पर्यावरण-अनुकूल पॉलिस्टर हैं । विभिन्न प्रकार के जीवाणु उन्हें अपनी कोशिकाओं में कार्बन और ऊर्जा के रूप में संग्रहीत करते हैं । उनके पर्यावरण-अनुकूल प्रकृति के कारण, इन्हें विभिन्न अनुप्रयोगों में इस्तेमाल किया जा सकता है, उनमें से एक जैवनिम्नी प्लास्टिक भी है । हालांकि, अब तक PHA के मेटाबॉलिक मार्गों को पेट्री नेट का उपयोग करके निदर्शन नहीं किया गया है।

कुंजी शब्द : पॉलीहाइड्रोक्सालकॉनेट (PHA), पेट्री नेट, मेटाबॉलिक मार्ग, निदर्शन (modelling)

1. प्रस्तावना

1962 में, एक जर्मन गणितज्ञ कार्ल एडम पेट्री ने पहली बार पेट्री नेट्स को अपने शोध निबंध 'ऑटोमेटा के साथ संचार' में गणितीय और आरेखीय उपकरण के रूप में पेश किया ।[7] पेट्री नेट एक गणितीय और आरेखीय उपकरण है जो समवर्ती, समानांतर, पृथक घटना और वितरित सिस्टम का निदर्शन और अध्ययन करने के लिए उपयोग किए जाते हैं ।[7] आज तक वे किसी भी ग्राफ-आधारित प्रणाली का प्रतिनिधित्व करने की अपनी क्षमता के कारण जैविक नेटवर्क, संचार नेटवर्क, औद्योगिक प्रणालियों आदि जैसी विभिन्न ज्ञान-आधारित प्रणालियों पर सफलतापूर्वक लागू किए जाते रहे हैं ।[2]

एक *मेटाबॉलिक मार्ग* जैव रासायनिक अभिक्रियाओं का

नेटवर्क है, जो एंजाइमों द्वारा उत्प्रेरित होता है । अभिक्रियाओं की इन श्रृंखलाओं में, एक प्रतिक्रिया का उत्पाद अगली प्रतिक्रिया के लिए अधःस्तर (substrate) बन सकता है।

रेड्डी[9] आदि पहले लोग हैं, जिन्होंने दिखाया है कि मेटाबॉलिक मार्गों को मॉडल किया जा सकता है और पेट्री नेट का उपयोग करके गुणात्मक रूप से अध्ययन किया जा सकता है। तब से पेट्री नेट का उपयोग करके विभिन्न मेटाबॉलिक मार्गों का मॉडल किया गया है । यह पेट्री नेट और मेटाबॉलिक मार्गों की अवधारणाओं के बीच समानता के कारण है । चौओआ[2] ने मेटाबॉलिक, आनुवंशिक और सिग्नलिंग नेटवर्क निदर्शन और विश्लेषण के लिए पेट्री नेट्स का उपयोग करने की कार्य सिद्धता के बारे में चर्चा की है। संदर्भ[4] में लेखकों द्वारा पेट्री नेट्स के विभिन्न प्रसार (extension); प्रसंभाव्य (stochastic), रंगीन और हाइब्रिड पेट्री नेट्स का ग्लाइकोलिसिस मार्ग का निदर्शन करने के लिए उपयोग किया गया है । संदर्भ[5] में, लेखकों ने पेट्री नेट्स और उनके गुणों का उपयोग करके जैविक मार्गों का निर्देशन और विश्लेषण करने के लिए एक एकीकृत पद्धति का प्रस्ताव भी दिया है और यह एपोप्टोसिस के उदाहरण का उपयोग करके प्रदर्शित किया गया है।

इस लेख में, हमने पॉलीहाइड्रोक्साल्कॉनेट्स (PHAs) के अध्ययन किए गए सभी मेटाबॉलिक मार्गों में से एक के पेट्री नेट मॉडल का प्रस्ताव दिया है।

आमतौर पर PHA के रूप में जाना जाने वाला पॉलीहाइड्रोक्साल्कॉनेट पर्यावरण अनुकूल और जैव-अनुकूल पॉलीएस्टर होते हैं । वे स्वाभाविक रूप से विभिन्न सूक्ष्मजीवों द्वारा उत्पादित होते हैं, बैक्टीरिया PHA का प्रमुख उत्पादक होता है ।[11] इन्हें पैकेजिंग सामग्री, दवाओं, जैव ईंधन और चिकित्सा प्रत्यारोपण बायोमेटेरियल के रूप में उपयोग किया जा सकता है ।[3] PHA का उपयोग करके उत्पादित बायोप्लास्टिक्स जीवविज्ञानी, जैव रसायनविदों और चिकित्सा शोधकर्ताओं के बीच महती रुचि रखते हैं क्योंकि ये पर्यावरण-अनुकूल और जैव-अवक्रमणीय हैं और उनके पास पॉलीथीन या पॉलीएथीन नामक सामान्य रूप से उपयोग किए जाने वाले गैर- जैवनिम्नी प्लास्टिक के समान गुण होते हैं ।[3]

शेष लेख को निम्नानुसार व्यवस्थित किया गया है: अनुभाग-2, पेट्री नेट्स की मूल बातों पर चर्चा करता है। अनुभाग-3 में मेटाबॉलिक मार्गों के पेट्री नेट निदर्शन का वर्णन किया गया है। अनुभाग-4, PHA के मेटाबॉलिक मार्ग पर चर्चा करता है । अनुभाग-5 में PHA के मेटाबॉलिक मार्ग के पेट्री नेट निदर्शन पर चर्चा की गई है। अनुभाग-6 में निष्कर्ष दिया गया है।

2. पेट्री नेट्स की मूल बातें

पेट्री नेट्स भारित, निर्देशित और द्विपक्षीय ग्राफ होते हैं, जिसमें दो प्रकार के नोड्स होते हैं, स्थान, (सर्किल द्वारा दर्शाए गए) जो शर्तों का प्रतिनिधित्व करते हैं और संक्रमण, (बार द्वारा दर्शाए गए) जो घटनाओं का प्रतिनिधित्व करते हैं। ये नोड्स निर्देशित चापों / कोरों द्वारा एक दूसरे से जुड़े हुए हैं। (चित्र-1) किसी संक्रमण का निवेश / निर्गम स्थान एक निर्देशित चाप / कोर द्वारा जुड़ा होता है। *टोकन*, किसी स्थान के अंदर काले बिंदुओं द्वारा दर्शाया गया शून्य या कोई सकारात्मक पूर्णांक हो सकता है। स्थानों पर टोकन की नियुक्ति का प्रतिनिधित्व *अंकन* द्वारा किया जाता है। एक संक्रमण *सक्षम* होता है यदि उसके सभी निवेश स्थानों में कम से कम उतने टोकन हों, जितना उन स्थानों से उस संक्रमण तक रेखाओं का वजन है। आम तौर पर, यदि यह वजन 1 है, तो रेखा का वजन छोड़ दिया जाता है। कोई भी सक्षम संक्रमण फायर कर सकता है और संक्रमण के फायरिंग के बाद, सक्षम टोकन निवेश स्थानों से हटा दिए जाते हैं और उस संक्रमण के निर्गम स्थानों में रेखा के वजन के अनुसार जमा किए जाते हैं । पेट्री नेट्स की विस्तृत जानकारी[8] में पाई जा सकती है । संदर्भ[7] में, पेट्री नेट् (पीएन) औपचारिक रूप से 5-टपल के रूप में परिभाषित किया गया है:

पेट्री नेट $= (P, T, F, W, M_0)$

जहां $P = \{p_1, p_2, \ldots, p_n\}$ स्थानों का एक सीमित सेट है,

$T = \{t_1, t_2, \ldots, t_m\}$ संक्रमण का एक सीमित सेट है,

$P \cap T = \emptyset$ and $P \cup T \neq \emptyset$, $F \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$,

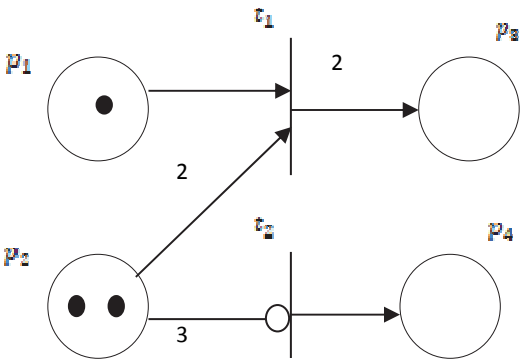
रेखाओं का एक सेट है,

$W: F \rightarrow \{1,2,3 \ldots\}$ एक भार फलन है,

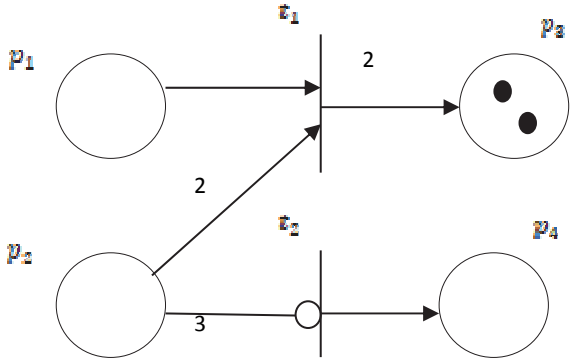
$M_0: P \rightarrow \{0,1,2, \ldots\}$ प्रारंभिक अंकन है (प्रत्येक स्थान से जुड़े टोकन की संख्या का प्रतिनिधि)।

इसे $M_0 = (m_1, m_2, \ldots, m_n)$ के रूप में लिखा जाता है, जहाँ $n = |P|$ और प्रत्येक $m_i \in \{0,1,2, \ldots\}$ है।

साधारण निर्देशित चाप के अलावा, *अवरोधक चाप* भी हैं। उनकी उपस्थिति पेट्री नेट्स की निदर्शन शक्ति को बढ़ाती है। इन चापों/कोरों को हमेशा एक जगह से एक संक्रमण के लिए निर्देशित किया जाता है और चाप के अंत में एक छोटे सर्किल का उपयोग करके निरूपित किया जाता है। अवरोधक चाप / कोर से जुड़े किसी स्थान पर टोकन की उपस्थिति संक्रमण की फायरिंग को रोकती है, हालांकि टोकन की अनुपस्थिति अन्य आवश्यक स्थितियों के साथ संक्रमण की फायरिंग को सक्षम करती है।



चित्र-1 फायरिंग से पहले पेट्री नेट ग्राफ



चित्र-2 संक्रमण t_1 की फायरिंग के बाद पेट्री नेट ग्राफ

चित्र-1 में, स्थान p_2 अवरोधक कोर द्वारा संक्रमण t_2 से जुड़ा हुआ है। यहां, केवल संक्रमण t_1 सक्षम है, जबकि संक्रमण t_2 सक्षम नहीं है। चित्र 2 संक्रमण t_1 की फायरिंग के बाद पेट्री नेट आलेख को दिखाता है।

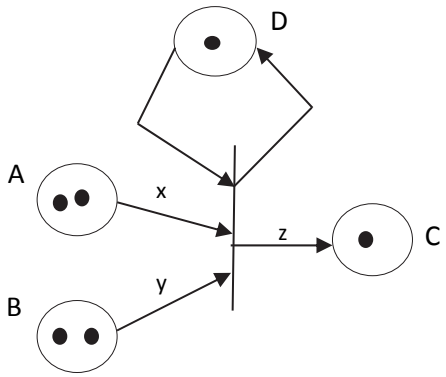
3. मेटाबॉलिक मार्ग की पेट्री नेट निदर्शन

एक मेटाबॉलिक मार्ग में अंत:संबंधित जैव अभिक्रियाओं की श्रृंखला होती है जो एंजाइमों द्वारा उत्प्रेरित होते हैं। इसे जीव के मेटाबॉलिक नेटवर्क के उप नेटवर्क के रूप में माना जा सकता है। मेटाबॉलिक मार्गों में, कुछ अणु जिन्हें अभिक्रियक या क्रियाधार कहा जाता है, वे संबंधित जैव रासायनिक अभिक्रिया के उत्पादों के रूप में परिवर्तित हो जाते हैं।[1] एक अभिक्रिया का उत्पाद आगामी रासायनिक अभिक्रिया का अभिक्रियक हो सकता है।

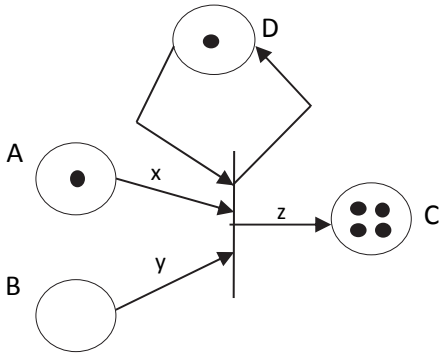
चूंकि जीवों के मेटाबॉलिक मार्ग ग्राफ पर आधारित होते हैं, इसलिए पेट्री नेट इन मार्गों की निदर्शन के लिए एक उत्कृष्ट उपकरण हैं। कुछ परिसर द्वारा कुछ अभिक्रियाओं में शामिल अवरोध के कारण मेटाबॉलिक मार्गों का निदर्शन कभी-कभी एक कठिन कार्य हो सकता है। मेटाबॉलिक मार्गों के निदर्शन में सबसे महत्वपूर्ण कदम विभिन्न घटकों और इन घटकों के बीच

संबंधों को पहचानना है । पेट्री नेट तत्वों और मेटाबॉलिक मार्ग तत्वों के बीच संबंध संक्षेप में नीचे वर्णित है ।[9]

स्थान रासायनिक यौगिकों जैसे मेटाबॉलाइट्स, एंजाइम का प्रतिनिधित्व करेंगे और संक्रमण रासायनिक अभिक्रियाओं का प्रतिनिधित्व करते हैं । एक स्थान में टोकन यौगिक की उपस्थिति दर्शाता है और चाप वजन अभिक्रिया की स्टॉइकियोमीट्री को दर्शाता है । एक चाप की दिशा विभिन्न यौगिकों के बीच संबंध दिखाती है । चूंकि एंजाइम उत्प्रेरक के रूप में कार्य करते हैं और जैव रासायनिक अभिक्रिया में उपभोग नहीं होते हैं, इसलिए उस एंजाइम का प्रतिनिधित्व करने वाले स्थान से जैव रासायनिक अभिक्रिया को दर्शाने वाले संक्रमण के लिए दो चाप होते हैं, एक एंजाइम स्थान से संक्रमण तक और दूसरा संक्रमण से एंजाइम स्थान तक । चित्र-3 और चित्र-4 एंजाइम D द्वारा उत्प्रेरित किए जाने वाली निम्नलिखित सामान्य जैव रासायनिक अभिक्रिया का $xA + yB \xrightarrow{D} zC$ फार्यरिंग से पहले और बाद का पेट्री नेट मॉडल दिखाता है:



चित्र-3 फार्यरिंग से पहले जैव रासायनिक अभिक्रिया का पेट्री नेट मॉडल ।

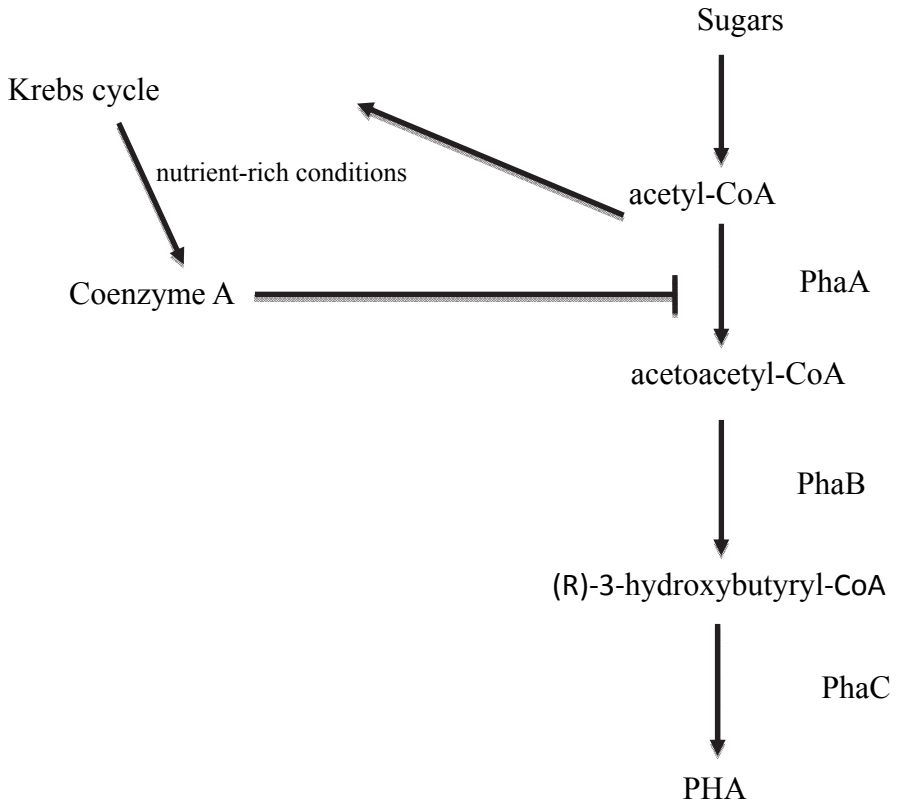


चित्र-4 फार्यरिंग के बाद जैव रासायनिक अभिक्रिया का पेट्री नेट मॉडल ।

यहां A और B निवेश यौगिक हैं, C निर्गम यौगिक है और हमने x = 1, y = 2 और z = 3 मान लिया है ।

4. पॉलीहाइड्रोक्सालकॉनेट्स (PHAs) का मेटाबोलिक मार्ग

PHA के रूप में जाना जाने वाले पॉलीहाइड्रोक्सालकॉनेट्स एकमात्र ऐसे जैवनिम्नी पॉलीएस्टर्स हैं जो कई जीवित जीवों द्वारा संश्लेषित होते हैं, बैक्टीरिया उनमें से उच्चतम संचयक होता है जो सूखी कोशिका के द्रव्यमान का लगभग 90% योगदान देता है ।[11] PHA असंतुलित पोषक तत्वों की आपूर्ति के दौरान बैक्टीरिया के अस्तित्व को प्रोत्साहित करता है क्योंकि बैक्टीरिया उन्हें कोशिकाओं के अंदर कार्बन और ऊर्जा के रूप में संचित करता है । बैक्टीरिया में कई विभिन्न मार्ग हैं जो कार्बन स्रोतों को मेटाबॉलाइज करते हैं । यहां, हम PHA के सब अध्ययन किए गए मेटाबॉलिक मार्गों में से एक के पेट्री नेट मॉडल का प्रस्ताव दे रहे हैं (चित्र-5 देखें) । इस मार्ग में शामिल जैव अभिक्रियाएं तीन अलग एंजाइमों से उत्प्रेरित होते हैं ।



चित्र-5 PHA का मेटाबॉलिक मार्ग [10]

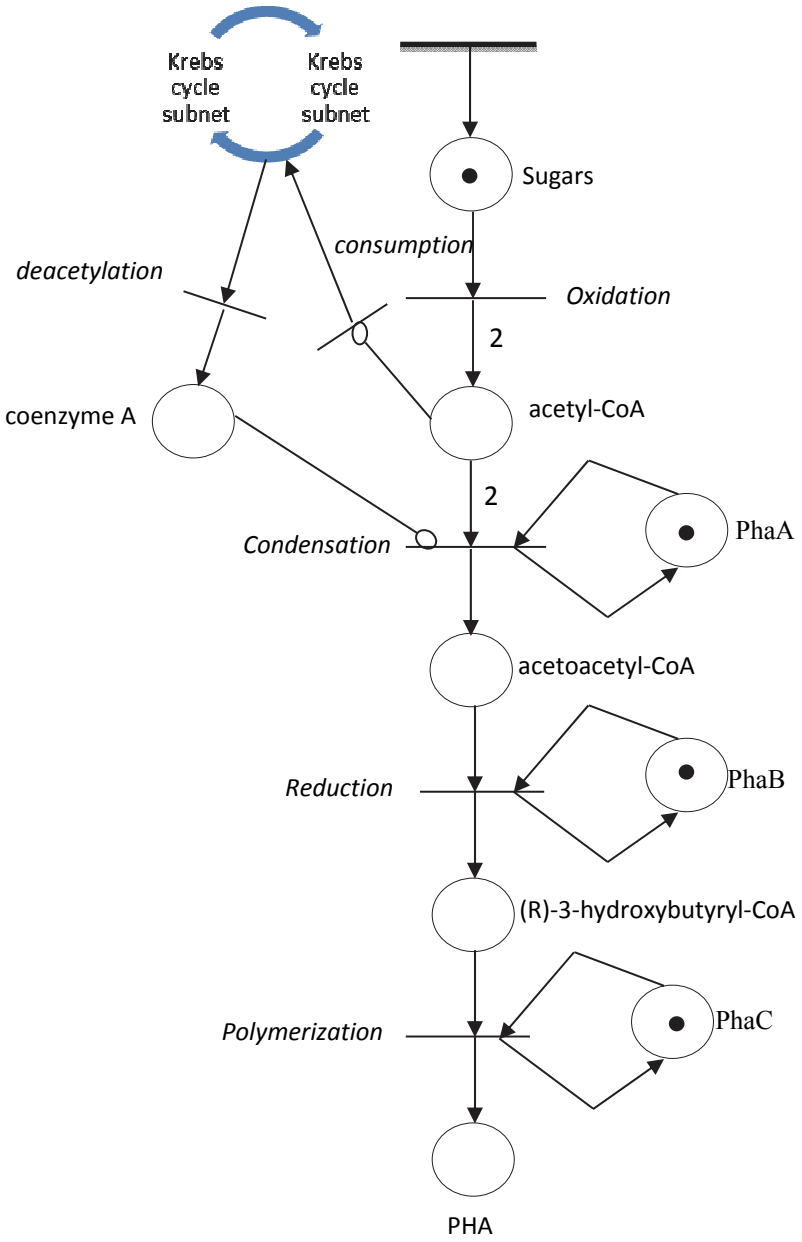
इस मार्ग में, सबसे पहले बैक्टीरिया में विभिन्न रूपों में प्रस्तुत शर्करा (sugars) का एसिटिल-कोएनजाइम A के दो अणुओं का उत्पादन करने के लिए ऑक्सीकरण होता है। अगली अभिक्रिया में एसिटिल-कोएनजाइम A के दो अणुओं का एंजाइम 3-केटोथिओलेस (PhaA) द्वारा एसीटोएसिटाइल-कोएनजाइम A बनाने के लिए संघनन किया जाता है । अगली अभिक्रिया में एनएडीपीएच-निर्भर एसीटोएसिटाइल-कोएनजाइम A रिडक्टेस (PhaB) द्वारा एसीटोएसिटाइल-कोएनजाइम A का (R)-3-इड्रॉक्सीब्यूट्री एल-कोएनजाइम A में लघुकरण शामिल है । अंत में, (R)-3-हाइड्रॉक्सी-ब्यूट्रीएल - कोएनजाइम A एकलक का PHA सिंथेस (PhaC) द्वारा PHA में बहुलकन हो जाता है।[11]

पोषक तत्व समृद्ध स्थितियों के तहत बैक्टीरिया के विकास के दौरान, PHA का संश्लेषण अवरुद्ध है क्योंकि क्रेब्स चक्र से बाहर आने वाला कोएनजाइम A 3-केटोथि-ओलेस का निरोध करेगा जिससे कि एसिटिल-कोएनजाइम A को कोशिका विकास के लिए क्रेब्स चक्र में निर्देशित किया जाएगा । हालांकि, जब पोषक तत्वों की आपूर्ति की कमी होती है, तो एसिटिल-कोएनजाइम A को PHA को संश्लेषित करने के लिए निर्देशित किया जाता है।[11]

5. पॉलीहाइड्रोक्साल्कॉनेट्स (PHAs) के मेटाबॉलिक मार्ग की पेट्री नेट निदर्शन

इस खंड में, हम खंड 4 में चर्चा किए हुए मार्ग की पेट्री नेट का निदर्शन करेंगे। चूंकि सबस्ट्रेट्स, एंजाइम, प्रत्येक अभिक्रिया के उत्पाद समेत और क्रेब्स चक्र को छोड़कर, कुल 9 घटक हैं, इसलिए पेट्री नेट मॉडल में, हमारे पास इन घटकों के अनुरूप 9 स्थान होंगे, जिनमें से 3 स्थान एंजाइम स्थानों का प्रतिनिधित्व करेंगे । क्रेब्स चक्र को टीसीए (ट्राइकार्बोक्सीलिक एसिड) चक्र के रूप में भी जाना जाता है, जिसमें एंजाइम-उत्प्रेरित जैव रासायनिक अभिक्रियाओं का एक अनुक्रम शामिल

होता है जो कोशिकीय श्वसन का हिस्सा होता है। इस लेख में, निदर्शन के दौरान हम क्रेब्स चक्र को उप नेट के रूप में मानेंगे। विभिन्न रासायनिक अभिक्रियाओं का प्रतिनिधित्व करने वाले 6 संक्रमण होंगे। क्योंकि एक *स्रोत संक्रमण*, हमेशा सक्षम संक्रमण है और इसका कोई निवेश स्थान नहीं होता है, इसलिए एक स्रोत संक्रमण शर्करा (sugars) का प्रतिनिधित्व करने वाले निवेश स्थान से जुड़ा हुआ है जो आश्वासन देता है कि टोकन हमेशा निवेश स्थान में मौजूद रहेंगे। बोल्ड रेखा का उपयोग करके स्रोत संक्रमण को अन्य संक्रमणों से अलग किया गया है।



चित्र-6 पोषक तत्वों की कमी की स्थिति के दौरान PHA के मेटाबॉलिक मार्ग का पेट्री नेट मॉडल। यह PHA का संश्लेषण दिखाता है। बोल्ड संक्रमण स्रोत संक्रमण को दर्शाता है। संक्रमण के नाम **इटैलिक** का उपयोग करके दिखाए गए हैं।

क्योंकि PHA का संश्लेषण बैक्टीरिया के पोषक तत्वों की स्थिति पर निर्भर करता है, इसलिए हमारे पास प्रत्येक स्थिति के अनुसार दो अलग पेट्री नेट मॉडल हैं। चित्र-6 पोषक तत्वों की कमी की स्थिति के तहत PHA के उत्पादन की पेट्री नेट निदर्शन प्रदान करता है और चित्र-7 पोषक तत्व समृद्ध स्थितियों के तहत पेट्री नेट मॉडल देता है, जहां PHA का संश्लेषण क्रैब्स चक्र से आने वाले को एंजाइम A द्वारा अवरुद्ध है।

दोनों मॉडलों में, एंजाइम स्थानों को दो निर्देशित चापों का उपयोग करके संबंधित जैव रासायनिक अभिक्रिया का प्रतिनिधित्व करने वाले संक्रमण से जोड़ा गया है जो सुनिश्चित करता है कि एंजाइम हमेशा उपस्थित रहेंगे और अभिक्रिया होने पर उनका उपयोग नही होगा । इटैलिक में नाम विभिन्न अभिक्रियाओं को दर्शाने वाले संक्रमण नामों का प्रतिनिधित्व करते हैं।

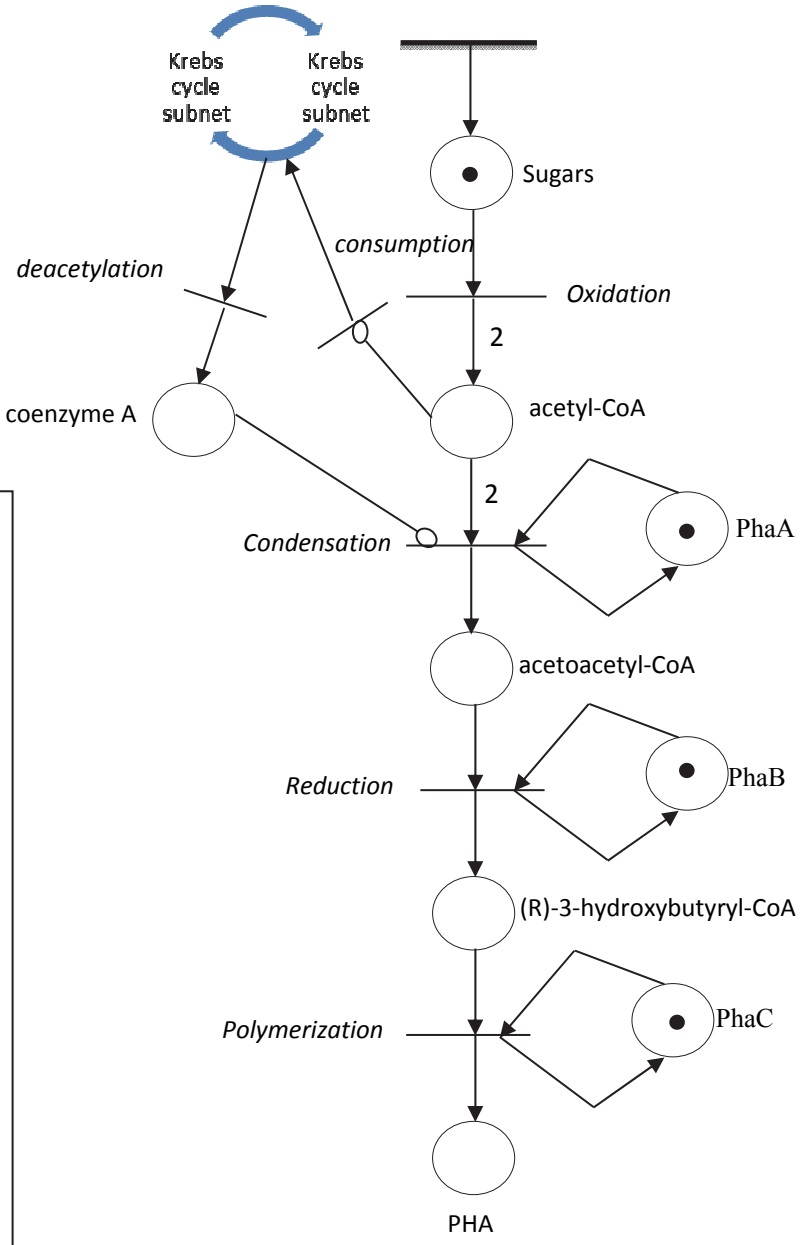
हम पहले चित्र-6 में PHA के संश्लेषण पर चर्चा करते हैं। प्रारंभ में, शर्करा (sugars) स्थान में एक टोकन की उपस्थिति शर्करा (sugars) की उपस्थिति दिखाती है। 'ऑक्सीकरण (Oxidation)' संक्रमण सक्षम हो जाएगा और फायरिंग के बाद शर्करा (sugars) के स्थान से एक टोकन का उपभोग होगा और एसिटिल-कोएनजाइम A के 2 अणु मिलेंगे, जो एसिटिल-कोएनजाइम A स्थान में दो टोकन का उपयोग करके दिखाए जाएँगे। हालांकि, स्रोत संक्रमण शर्करा (sugars) स्थान से जुड़ा हुआ है, इसलिए इस जगह में टोकन की उपस्थिति हमेशा सुनिश्चित हो जाती है। एसिटिल-कोएनजाइम A स्थान में टोकन की उपस्थिति खपत (Consumption) संक्रमण को अक्षम कर देगी । कोएंजाइम A स्थान में एक टोकन की अनुपस्थिति, एसिटिल-कोएनजाइम A स्थान में दो टोकन की उपस्थिति और PhaA स्थान में एक टोकन की उपस्थिति संघनन (condensation) संक्रमण को सक्षम कर देगी और इसलिए संक्रमण संघनन (condensation) की फायरिंग के बाद हमारे पास एसीटोएसिटाइल-कोएंजाइम A स्थान में एक टोकन होगा और एंजाइम PhaA स्थान में एक टोकन वापस आ जायेगा। एसिटिल-कोएनजाइम A स्थान से दो टोकन हट जाएँगे । इसके बाद, लघुकरण (Reduction) संक्रमण के दोनों निवेश स्थानों में टोकन की उपस्थिति 'लघुकरण' संक्रमण को सक्षम कर देगी, जिसके परिणामस्वरूप एसीटोएसिटाइल-कोएंजाइम A स्थान और PhaB स्थान से एक-एक टोकन की खपत, (R)-3-हाइड्रॉक्सीब्यूटीएल-कोएनजाइम A स्थान में एक टोकन का उत्पादन और PhaB स्थान में एक टोकन वापस आ जायेगा।

अंत में, (R)-3 हाइड्रॉक्सीब्यूटीएल-कोएंजाइम A स्थान और एंजाइम PhaC स्थान में टोकन की उपस्थिति पॉलिमराइजेशन (Polymerization) संक्रमण को सक्षम करेगी जिसके परिणामस्वरूप PHA का संश्लेषण होगा और एक टोकन PhaC स्थान पर वापस चला जाएगा।

चित्र-7 समृद्ध पोषक तत्वों के दौरान PHA के मेटाबॉलिक मार्ग के पेट्री नेट मॉडल को दिखाता है। क्योंकि पोषक तत्व समृद्ध स्थितियों के तहत, PHA का उत्पादन क्रेब्स चक्र से बाहर आने वाले कोएनजाइम A द्वारा अवरोध के कारण नही हो पाता है, इसलिए हमने एसिटिल-कोएनजाइम A स्थान से खपत (Consumption) संक्रमण तक अवरोधक चाप के बजाय निर्देशित चाप का और एसिटिल-कोएनजाइम A स्थान से संघनन (Condensation) संक्रमण के लिए निर्देशित चाप के स्थान पर अवरोधक चाप का उपयोग किया है।

ऑक्सीकरण (Oxidation) संक्रमण की भूमिका वही रहेगी जो कि पोषक तत्वों की कमी के तहत बनाए गए पेट्री नेट मॉडल में थी । इस प्रकार, ऑक्सीकरण (Oxidation) संक्रमण की फायरिंग के बाद, हमारे पास एसिटिल-कोएंजाइम A स्थान में दो टोकन होंगे। इसके बाद, एसिटिल-कोएंजाइम A स्थान में टोकन की उपस्थिति अवरोधक चाप के अस्तित्व के कारण संघनन (Condensation) संक्रमण को अक्षम और खपत (Consumption) संक्रमण को सक्षम कर देगी। खपत (Consumption) संक्रमण की फायरिंग के बाद, एसिटिल-कोएंजाइम A स्थान से एक टोकन का उपभोग होगा और उप नेट 'क्रेब्स चक्र' में प्रवेश करेगा । एसिटिल-कोएंजाइम A स्थान में एक टोकन की उपस्थिति के कारण संघनन (Condensation) संक्रमण अक्षम रहेगा । उप नेट 'क्रेब्स चक्र' के पहले जैव

रासायनिक चरण में, डेसिटाइलेशन (Deacetylation) संक्रमण फायर करेगा जिसके परिणामस्वरूप कोएनजाइम A स्थान में एक टोकन जमा हो जाएगा। एसिटिल-कोएंजाइम A स्थान और कोएंजाइम A स्थान दोनों स्थानों में टोकन की उपस्थिति के कारण, संघनन (Condensation) संक्रमण अक्षम हो जाएगा और इस प्रकार PHA संश्लेषित नहीं होगा।



चित्र-7 पोषक तत्व समृद्ध स्थितियों के दौरान PHA के मेटाबॉलिक मार्ग का पेट्री नेट मॉडल। यहां PHA का संश्लेषण अवरुद्ध है। बोल्ड लाइन का उपयोग करके स्रोत संक्रमण का प्रतिनिधित्व किया जाता है और **इटैलिक** में नाम संक्रमण नामों का प्रतिनिधित्व करते हैं।

6. निष्कर्ष

इस लेख में, हमने पॉलीहाइड्रोक्साल्कॉनेट्स (PHAs) के अध्ययन किए गए सब मेटाबॉलिक मार्गों में से एक के लिए पेट्री नेट मॉडल का प्रस्ताव दिया है। बैक्टीरिया की पोषक स्थितियों के आधार पर दो अलग-अलग पेट्री नेट मॉडल उत्पन्न किए गए हैं।

क्योंकि PHA पूरी तरह से जैवनिम्नी हैं और बायोप्लास्टिक्स और चिकित्सा उद्योग जैसे विभिन्न उच्च मूल्यवान अनुप्रयोगों में उनका उपयोग करके पर्यावरण की सुरक्षा में मदद कर सकते हैं, इसलिए उनके निदर्शन का उपयोग उनके उत्पादन और अन्य अज्ञात गुणों में दृष्टि प्राप्त करने के लिए किया जा सकता है।

आभार

हम इस शोध पत्र हेतु, परियोजनाओं UPOE-II (ID-257) और DST Purse को आर्थिक सहायता प्रदान करने के लिए धन्यवाद देते हैं। साथ ही डॉ. मम्तेश सिंह, गार्गी कॉलेज, दिल्ली विश्वविद्यालय का भी आभार व्यक्त करते हैं जिनकी मदद और मूल्यवान सुझावों के बिना यह कार्य इतनी आसानी से नहीं हो पाता।

संदर्भ

[1] Baldan, P., Cocco, N., Marin, A., Simeoni, M., (2010) Petri nets for modelling metabolic pathways: A survey, J. Natural Computing, Vol. 9, No. 4, pp. 955-989.

[2] Chaouiya, C., (2007) Petri net modelling of biological networks, Briefings in Bioinformatics, Vol. 8. No. 4, pp. 210–219.

[3] Chen, G.Q., (2010) Plastics completely synthesized by bacteria: Polyhydroxyalkanoates, Plastics from Bacteria: Natural Functions and Applications, Vol. 14, pp. 17–38.

[4] Hardy, S., Robillard, P.N., (2004) Modeling and simulation of molecular biology using Petri nets: modeling goals of various approaches, J. Bioinform. Comput. Biology, Vol. 2, pp. 595-613.

[5] Heiner, M., Koch, I., Will, J., (2004) Model validation of biological pathways using Petri nets-demonstrated for apoptosis, Biosystems, Elsevier, Vol. 75, pp. 15-28.

[6] Marwan, W., Wagler, A., Weismantel, R., (2011) Petri nets as a framework for the reconstruction and analysis of signal transduction pathways and regulatory networks, Natural Computing, Vol. 10, pp. 639-654.

[7] Murata, T., (1989) Petri nets: Properties, analysis and applications, Proceedings of the IEEE, Vol. 77, No. 4, pp. 541- 580.

[8] Peterson, J.L., (1981) Petri net theory and the modeling of systems, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, USA.

[9] Reddy, V.N., Mavrovouniotis, M.L., Liebman, M.N., (1993) Petri net representations in metabolic pathways. In Proc. of the First Int. Conf. on Intelligent Systems for Molecular Biology, AAAI Press, Menlo Park: pp. 328-336.

[10] Tan, G., Chen, C.L., Li, L., Ge, L., Wang, L., Razaad, I., M.N., Li, Y., Zhao, L., Mo, Y., Wang, J.Y., (2014) Start a research on biopolymer polyhydroxyalkanoate (PHA): A review, Polymers, Vol. 6, pp. 706–754.

[11] Verlinden, R.A.J., Hill, D.J., Kenward, M.A., Williams, C.D., Radecka, I., (2007) Bacterial synthesis of biodegradable polyhydroxyalkanoates, J. Applied Microbiology, Vol. 102, pp. 1437-1449.

आलेख (ग्राफ) का दुर्बल संकर्ष

पारस डी. उचाट
गणित विभाग, भारतीय शिक्षक शिक्षा संस्थान, गांधीनगर, गुजरात
uchat.paras@gmail.com

सार
इस शोध पत्र में हमने आलेख के दुर्बल संकर्ष की संकल्पना को परिभाषित किया है, जो मुख्य रूप से आलेख के संकर्ष की प्रकारांतर है । हमने आलेख के दुर्बल संकर्ष के कुछ मूलभूत गुणों का विवेचन भी किया है । इसके अतिरिक्त, आलेख के संकर्ष तथा साथ ही साथ दुर्बल संकर्ष से जुड़े परिणामों को भी प्रमाणित किया है । दृष्टांत एवं जवाबी दृष्टांत की सहायता से इस संकल्पना को संजीदगी से समझाया गया है । आलेख के दुर्बल समरूपता से जुडी यह संकल्पना कई नई संभावनाओं की ओर इंगित करती है ।

कुंजी शब्द : दुर्बल संकर्ष, कोशक्रमिक गुणनफल, पंक्ति आलेख

1. प्रस्तावना

आलेख समरूपता[2] के अध्ययन का इतिहास लगभग पांच दशक पुराना है । यह आलेख की रंगीन विशिष्टताओँ के रूप में जाना जाता है । दुर्बल संकर्ष की अवधारणा समझने के लिए हमें आलेख की समरूपता एवं आलेख के संकर्ष के बारे मे जानना होगा । मान लीजिए G और H दो आलेख हैं । आलेख G से आलेख H के बिंदुओं (शीर्षों) पर लागू किए गए फलन में जब आलेख G के आसन्न (समीपस्थ) बिंदुओं के प्रतिबिंब बिंदु, आलेख H में आसन्न होते है तो इस फलन को आलेख की समरूपता कहते हैं । जब कि इस फलन में आलेख H के प्रतिबिंब बिंदु आसन्न हों या समान हो तो उसे आलेख की दुर्बल समरूपता[4] कहते हैं । स्वाभाविक रूप से, हर समरूपता दुर्बल समरूपता भी है; किंतु इसके विपरीत विधान सही नहीं है । आलेख G से उप-आलेख H पर लागू की गई समरूपता में संकुचन प्रतिचित्रण जब तत्समक फलन बनता है, तब उप-आलेख H को आलेख G का संकर्ष[1] कहते है । हमने आलेख के दुर्बल संकर्ष की अवधारणा को प्रस्तावित किया है । इससे संबंधित कई परिणामों को हम सिद्ध करेंगे ।

2. संकेत विवरण

आलेख $G = (V , E)$ के बिंदुओं (शीर्षों) के समुच्चय को $V (G)$ और कोरों (रेखाए) के समुच्चय को $E(G)$ से दर्शाया गया है । आलेख G और आलेख H के कोशक्रमिक गुणनफल को $G \circ H$ से, n बिंदुओं पर दिए गए पूर्णआलेख को K_n और पथ आलेख को P_n से , आलेख G के रेखाआलेख को $L(G)$ से दर्शाया गया है । बिंदु v के संवृत सामीप्य को $N[v]$ से, आसन्न बिंदुओं u और v को $u \sim v$ से, और गैर आसन्न (असमीपस्थ) बिंदुओं को $u \not\sim v$ से दर्शाया गया है ।

आलेख G में बिंदुओं u और v की दूरी को $d_G(u, v)$ से दर्शाया गया है।

3. मूल शब्दों की परिभाषाएँ

(i) कोशक्रमिक गुणनफल[4] : आलेख $G=(V_1, E_1)$ और आलेख $H = (V_2, E_2)$ के कोशक्रमिक गुणनफल आलेख $G \circ H = (V, E)$ में बिंदुओं का समुच्चय V को V_1 और V_2 का कार्तीय गुणन के रूप में लिया है। जब कि बिंदु $u = (u_1, u_2)$ और बिंदु $v = (v_1, v_2)$ की आसन्नता निम्न दी गई शर्तों पर निर्भर होगी **(अ)** आलेख G में $u_1 = v_1$ और आलेख H में $u_2 \sim v_2$ हो या फिर **(ब)** आलेख G में $u_1 \sim v_1$ हो।

(ii) रेखाआलेख L(G)[5] : आलेख $G = (V_1, E_1)$ का रेखाआलेख $L(G) = (V, E)$ में बिंदुओं (शीर्षों) का स्थान आलेख G की कोरों (रेखाएँ) लेगी अर्थात $V(L(G)) = E(G)$। जब कि बिंदुओं की आसन्नता आलेख G के संगत कोरों पर निर्भर होगी। अर्थात L(G) के दो बिंदु तभी आसन्न होंगे जब आलेख G के संगत कोरें एक दूसरे के आसन्न होंगे।

(iii) संकर्ष[1] : आलेख G के उप आलेख H को उसका संकर्ष कहते है, जब ऐसी आलेख समरूपता $f : V(G) \rightarrow V(H)$ का अस्तित्व हो जिसमें आलेख H का कोई बिंदु x के लिए $f(x) = x$ हो।

यहाँ फलन f संकुचन प्रतिचित्रण है, अर्थात ऐसी आलेख समरूपता मिले जिसमें संकुचन प्रतिचित्रण जब तत्समक फलन बनता है तब उप आलेख H, आलेख G का संकर्ष कहलाता है।

(iv) दुर्बल समरूपता[4] : फलन $f : V(G) \rightarrow V(H)$ में जब भी आलेख G में $x \sim y$ हो तब आलेख H में $f(x) \sim f(y)$ हो या फिर $f(x) = f(y)$ हो, तो फलन f को आलेख G से आलेख H की दुर्बल समरूपता कहते है।

(v) संवृत सामीप्य[2] : आलेख $G = (V, E)$ में बिंदु v समेत उसके आसन्न बिंदुओं के समुच्चय को बिंदु v का संवृत सामीप्य $N[v]$ कहा जाता है।

(vi) समदूरीक उप-आलेख[5] : आलेख G के उप-आलेख H में कोई दो बिंदुओं की दूरी, आलेख G में बिंदुओं की उसी दूरी के बराबर हो तो उस उप-आलेख H को आलेख G का समदूरीक उप-आलेख कहा जाता है।

(vii) उत्प्रेरित उप-आलेख[5] : आलेख G के उप-आलेख H में कोई दो बिंदुओं की आसन्नता आलेख G में बिंदुओं की उसी आसन्नता की तरह होती है तब उस उप-आलेख H को आलेख G का उत्प्रेरित उप-आलेख कहा जाता है।

परिभाषा

दुर्बल संकर्ष : आलेख G के उप-आलेख H को उसका दुर्बल संकर्ष कहते है, जब ऐसी दुर्बल आलेख समरूपता $f : V(G) \rightarrow V(H)$ का अस्तित्व हो जिसमें आलेख H के कोई बिंदु x के लिए $f(x) = x$ हो। इस दुर्बल समरूपता में फलन $f : V(H) \rightarrow V(H)$ को दुर्बल संकुचन प्रतिचित्रण कहते है जो तत्समक फलन है।

प्रेरणा: आलेख समरूपता में प्रतिबिंब बिंदुओं की आसन्नता की जटिलता दूर करना।

उदाहरण

1. द्विदलीय आलेख की कोई भी कोर (रेखा) उसका दुर्बल संकर्ष है। पूर्णआलेख के लिए भी यह विधान सही है।

2. आलेख चक्र में केंद्र से जुड़ी कोई भी कोर (रेखा) उस का दुर्बल संकर्ष है।

समरूपता और दुर्बल समरूपता के तुलनात्मक अभ्यास से हम स्पष्ट रूप से कह सकते हैं कि 'प्रत्येक संकर्ष दुर्बल संकर्ष है'; किंतु इस विधान का विलोम सही नहीं है। यह हम निम्नलिखित दृष्टांत से तय कर सकते हैं।

स्वाभाविक रूप से पूर्ण आलेख K_3 से पथ आलेख P_3 पर कोई समरूपता नहीं हो सकती। इसी तरह फलन $f : V(K_4 - e) \rightarrow V(P_3)$ भी आलेख समरूपता नहीं है और उप-आलेख P_3 आलेख $K_4 - e$ का संकर्ष नही है। निम्न दी गई आकृति में फलन f की व्याख्या इस प्रकार है – $f(1) = f(3) = a, f(2) = b, f(4) = c$ स्वाभाविक रूप से फलन f आलेख की दुर्बल समरूपता है और उप-आलेख P_3 आलेख $K_4 - e$ का दुर्बल संकर्ष है मगर संकर्ष नहीं है।

(iv) पूर्ण आलेख K_n के कोई बिंदु u उसका दुर्बल संकर्ष है पर संकर्ष नहीं है।

4. परिणाम

***प्रमेय 1* :** आलेख G के प्रत्येक संवृत सामीप्य से उत्प्रेरित उप-आलेख उसके दुर्बल संकर्ष है।

प्रमाण : मान लीजिए कि आलेख G के कोई बिंदु u का संवृत सामीप्य $N[u]$ से उत्प्रेरित उप-आलेख H है, अब फलन $f : V(G) \rightarrow V(H)$ को इस तरह व्याख्यायित करते हैं –

$$(1)\ f(v) = v \text{ if } v \sim u$$
$$(2)\ f(x) = u \text{ if } x \notin N[u]$$
$$(3)\ f(u) = u$$

सरलता से हम इस फलन को दुर्बल संकुचन प्रतिचित्रण प्रमाणित कर सकते हैं,जो निम्न दी गई आकृति से भी स्पष्ट है। इस तरह यह उप-आलेख H आलेख G का दुर्बल संकर्ष सिद्ध होता है।

***प्रमेय 2* :** फलन $f : V(G) \rightarrow V(H)$ आलेख की दुर्बल समरूपता है यदि और केवल यदि आलेख G के कोई बिंदुओं u और v के लिए $d_H(f(u), f(v)) \leq d_G(u, v)$ हो।

प्रमाण : आवश्यक भाग दुर्बल समरूपता की व्याख्या से ही ज़ाहिर है। पर्याप्त भाग के लिए मान लें कि आलेख G के बिंदुओं x और y के लिए $x \sim y$। अर्थात बिंदुओं x और y की दूरी एक है। निश्चित रूप से हम कह सकते हैं की $d_H(f(x), f(y)) = 1$ या फिर $d_H(f(x), f(y)) = 0$। दोनों ही मामलों मे आलेख H में $f(x) \sim f(y)$ या फिर $f(x) = f(y)$। इस तरह फलन f दुर्बल समरूपता को सिद्ध करता है।

उपप्रमेय: आलेख के प्रत्येक दुर्बल संकर्ष उसके समदूरीक उप-आलेख होते हैं। यह विधान उपरोक्त प्रमेय से स्वयं प्रमाणित है।

***प्रमेय* 3 :** यदि H आलेख G का दुर्बल संकर्ष है तब आलेख G का एक जनक उप-आलेख G_1 मिलेगा जिससे H जनक उप-आलेख G_1 का संकर्ष बनेगा।

प्रमाण : मान लीजिए कि H आलेख G का दुर्बल संकर्ष है और फलन

$f : V(G) \rightarrow V(H)$ दुर्बल संकुचन प्रतिचित्रण है। आलेख H के किसी बिंदु y के लिए $f^{-1}(y) \subseteq V(G)$ पूर्व प्रतिबिंब समुच्चय है। अब प्रत्येक $f^{-1}(y)$ से उत्प्रेरित उप-आलेख की कोरें आलेख G में से निकाल दीजिए। यहाँ पर यह ध्यान रखिए कि उप-आलेख H की कोई भी कोरें दूर नहीं होनी चाहिए। जिसके परिणाम स्वरूप हमें आलेख G का जनक उप-आलेख G_1 मिलेगा जिसमे बिंदुओं की संख्या समान होगी किंतु कोरों की संख्या में कमी होगी। जिसके चलते H आलेख G_1 का भी उप-आलेख होगा और फलन $f : V(G_1) \rightarrow V(H)$ आलेख की समरूपता होगी। इस प्रकार H आलेख G_1 का संकर्ष बनेगा।

***प्रमेय* 4 :** यदि H आलेख G का संकर्ष है, तो रेखाआलेख L(H) रेखाआलेख L(G) का दुर्बल संकर्ष होगा।

प्रमाण : स्वाभाविक रूप से रेखाआलेख L(H) रेखाआलेख L(G) का उप-आलेख है। अब संकुचन प्रतिचित्रण $f : V(G) \rightarrow V(H)$ का विचार करते हैं;

जिसके आधार पर हम फलन $f^*: V(L(G)) \to V(L(H))$ की इस प्रकार व्याख्या करेंगे $f^*(uv) = f(u)f(v)$ । व्याख्या से यह बात स्पष्ट है कि रेखा-आलेख L(G) से रेखाआलेख L(H) पर लागू किया गया संकुचन प्रतिचित्रण f^* रेखाआलेख L(H) पर तत्समक फलन बनाता है। अब इस फलन f^* के दुर्बल समरूपता को दिखायेंगे । जिसके लिए रेखाआलेख L(G) के दो आसन्न बिंदुओं *uv और uw* (जो आलेख G की कोरें है) को ध्यान में लेंगे । इस बिंदुओं के अनुरूप *f(u)f(v) और f(u) f(w)* आलेख H की कोरें बनेंगी क्योंकि फलन *f* आलेख की समरूपता है। यदि आलेख H में प्रतिबिंब *f(w) = f(v)* होता है तो रेखाआलेख L(H) में प्रतिबिंब $f^*(uv) = f^*(uw)$ होगा । उसी प्रकार यदि आलेख H में प्रतिबिंब $f(w) \neq f(v)$ होता है तो रेखाआलेख L(H) में प्रतिबिंब $f^*(uv) \sim f^*(uw)$ होगा । इस प्रकार उत्प्रेरित प्रतिचित्रण f^* दुर्बल समरूपता की व्याख्या का पालन करती है।

प्रमेय 5 **:** यदि H_1 आलेख G_1 का संकर्ष है और H_2 आलेख G_2 का दुर्बल संकर्ष हो तो $H_1 \circ H_2$ कोशक्रमिक गुणनफल आलेख $G_1 \circ G_2$ का दुर्बल संकर्ष होंगे।

प्रमाण : स्वाभाविक रूप से $H_1 \circ H_2$ कोशक्रमिक गुणनफल आलेख $G_1 \circ G_2$ का उप-आलेख है । अब संकुचन प्रतिचित्रण $f_i : V(G_i) \to V(H_i)$ (i =1,2) का विचार करें जहाँ पर f_2 दुर्बल संकुचन प्रतिचित्रण है। अब फलन f : $V(G_1 \circ G_2) \to V(H_1 \circ H_2)$ को इस तरह व्याख्या करेंगे – $f(g_1, g_2) = (f_1(g_1), f_2(g_2))$ । व्याख्या से यह बात स्पष्ट है की कोशक्रमिक गुणनफल आलेख $G_1 \circ G_2$ से कोशक्रमिक गुणनफल आलेख $H_1 \circ H_2$ पर लागु किया गया संकुचन प्रतिचित्रण f कोशक्रमिक गुणनफल आलेख $H_1 \circ H_2$ पर तत्समक फलन बनता है। अब इस फलन f को दुर्बल समरूपता दिखायेंगे; जिसके लिए कोशक्रमिक गुणनफल आलेख $G_1 \circ G_2$ के दो आसन्न बिंदुओं (g_1, g_2) और (h_1, h_2) ध्यान में लेंगे।

संभावना 1 : यदि आलेख G_1 में $g_1 = h_1$ हो और आलेख G_2 में $g_2 \sim h_2$ हो तो कोशक्रमिक गुणनफल आलेख $H_1 \circ H_2$ में $f(g_1, g_2) \sim f(h_1, h_2)$ होगा या फिर $f(g_1, g_2) = f(h_1, h_2)$ होगा क्योंकि फलन f_2 दुर्बल संकुचन प्रतिचित्रण हैं।

संभावना 2 : यदि आलेख G_1 में $g_1 \sim h_1$ हो, तो कोशक्रमिक गुणनफल आलेख $H_1 \circ H_2$ में $f(g_1, g_2) \sim f(h_1, h_2)$ होगा क्योंकि फलन f_1 संकुचन प्रतिचित्रण है।

दोनों ही मामलों में फलन f दुर्बल समरूपता की व्याख्या का पालन करता है।

प्रमेय 6 **:** यदि H_1 आलेख G_1 का दुर्बल संकर्ष हैं और H_2 आलेख G_2 का दुर्बल संकर्ष है तो कार्तीय गुणनफल आलेख[4] $H_1 \sqcap H_2$ कार्तीय गुणनफल आलेख $G_1 \sqcap G_2$ का दुर्बल संकर्ष होगा।

प्रमेय 7 **:** यदि H_1 आलेख G_1 का दुर्बल संकर्ष है और H_2 आलेख G_2 का दुर्बल संकर्ष है तो दुर्बल गुणनफल आलेख[4] $H_1 \times H_2$ दुर्बल गुणनफल आलेख $G_1 \times G_2$ का दुर्बल संकर्ष होगा।

प्रमेय 8 **:** यदि H_1 आलेख G_1 का दुर्बल संकर्ष है और H_2 आलेख G_2 का दुर्बल संकर्ष है तो प्रबल गुणनफल आलेख[4] $H_1 \boxtimes H_2$ प्रबल गुणनफल आलेख $G_1 \boxtimes G_2$ का दुर्बल संकर्ष होगा।

सभी परिणाम बड़ी सरलता से *प्रमेय 5* के प्रमाण में दिए गए तर्क के आधार से सिद्ध कर सकते हैं।

5. निष्कर्ष

भले ही आलेख के दुर्बल संकर्ष की संकल्पना आलेख के संकर्ष के मुकाबले कमजोर लगती हो फिर भी इसमें छिपी हुई प्रबलता उससे कहीं ज्यादा है। यह बात उसके गुणों से स्पष्ट हो जाता है कि मुख्य आलेख के मुख्य अभ्यास में भी आलेख के दुर्बल संकर्ष की भूमिका क्या होगी ? यह एक नए शोध की तरफ इशारा करती है।

संदर्भ

[1] Godsil, C., Royle, G., (2001) Algebraic graph theory, Springer-Verlag.

[2] Hell, P., Nesetril, J., (2004) Graphs and homomorphisms, Oxford University Press.

[3] Hahn, G., Tardif, C., (1997) Graph homomorphisms, structure and symmetry, Kluwer Academic Publisher.

[4] Imrich, W., Klavz'ar, S., (2000) Product graph- structure and recognition, John Wiley and Sons, Inc.

[5] West, D., (1996) Introduction to graph theory, Prentice-Hall India.

[6] Naserasr, R., (2003) Homomorphisms & bounds, Ph.D. Thesis, Simon Fraser University.

[7] Hedetniemi, S., (1965) Homomorphisms of graphs, Technical Report.

[8] Thakkar, D., Uchat, P., (2008) Quasi map graph, Math Today, Vol. 24, pp. 5-8.

[9] Thakkar, D., Uchat, P., (2009) Direct map graph, Macmillan India Ltd., pp. 205-212.

[10] Uchat, P., Sutaria, M., (2017) An algebraic characteristic of line graph, New Int. Ref. J., Vol. 1, pp. 34-37.

गैर चक्रीय हाइड्रोकार्बन : सभी बाइनरी n-वेक्टर्स की उत्पत्ति

राकेश कुमार
मैथ्साइ-इन्ट्-आर-लैब, संगणकीय एवं समेकित विज्ञान संस्थान, जे.एन.यू. दिल्ली
rkjnu88@gmail.com

गजेंद्र प्रताप सिंह
मैथ्साइ-इन्ट्-आर-लैब, संगणकीय एवं समेकित विज्ञान संस्थान, जे.एन.यू. दिल्ली
gajendra@mail.jnu.ac.in

संदीप कुमार पाण्डेय
रूसी अध्ययन केंद्र, भाषा विज्ञान संस्थान
जे.एन.यू., दिल्ली
1sandeepkrpandey@gmail.com

विजय राज सिंह शेखावत
वैज्ञानिक तथा तकनीकी शब्दावली आयोग
नई दिल्ली
vjcstt@gmail.com

सार

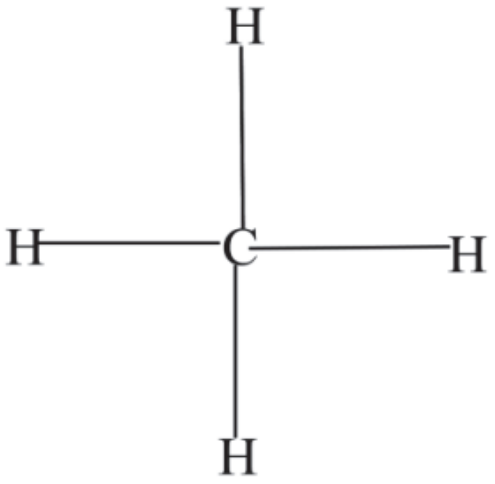
हाइड्रोकार्बन, हाइड्रोजन और कार्बन से बना एक यौगिक है। हाइड्रोकार्बन दो प्रकार के होते हैं। संतृप्त हाइड्रोकार्बन और असंतृप्त हाइड्रोकार्बन। हम यहाँ पर संतृप्त हाइड्रोकार्बन के बारे में चर्चा कर रहे हैं जैसे कि एल्केन। एल्केन में कार्बन (C) और हाइड्रोजन (H) एकल बंध के साथ जुड़ा होता है। कार्बन (C) और हाइड्रोजन (H) को आलेख के शीर्ष तथा उसके बीच के एकल बंध को कोर आलेख के रूप में प्रदर्शित करते हैं।

इस शोध पत्र में गैर चक्रीय हाइड्रोकार्बन C_nH_{2n+2} के आलेख के उपविभाजन द्वारा सभी द्विआधारी सदिश (binary vectors) की उत्पत्ति को अभिगम्यता वृक्ष रूप में दर्शाया गया है।

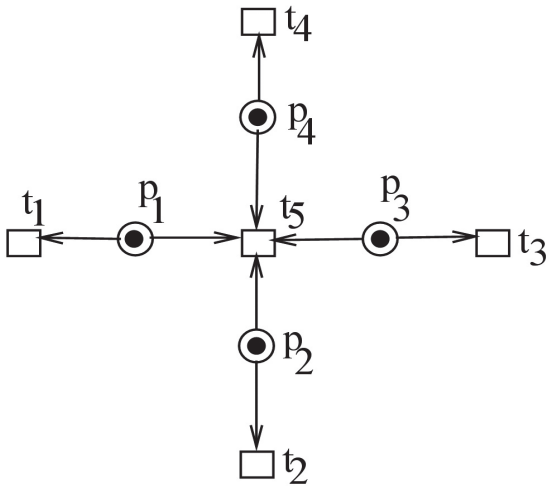
कुंजी शब्द : हाइड्रोकार्बन, अभिगम्यता वृक्ष (reachability tree), अंकन (marking), द्विआधारी n-सदिश (binary n-vectors)

1. प्रस्तावना

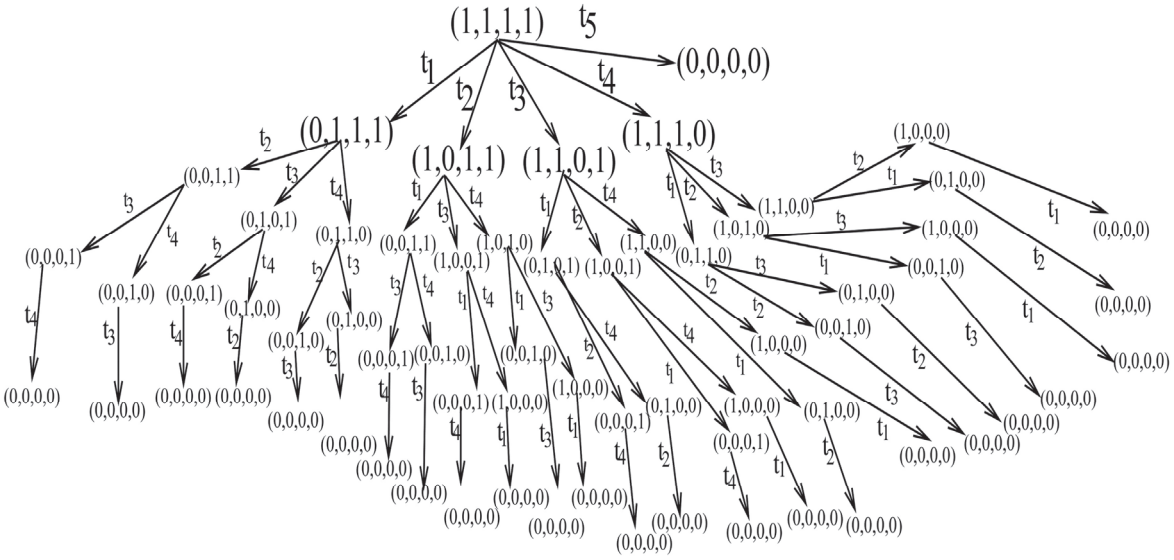
कार्बनिक रसायन शास्त्र में, हाइड्रोकार्बन एक कार्बनिक यौगिक है जो हाइड्रोजन और कार्बन से मिलकर बना होता है । यहाँ हम संतृप्त हाइड्रोकार्बन (एल्केन, गैर चक्रीय) के बारे में चर्चा कर रहे हैं। एल्केन का सामान्य सूत्र C_nH_{2n+2} है, जहाँ n कार्बन परमाणु की संख्या को दर्शाता है। एल्केन समूह का पहला यौगिक (n = 1) के लिए मीथेन होता है ।[1] (देखें चित्र-1) इसी प्रकार हम प्रोपेन, ब्यूटेन, पेंटेन, हेप्टेन इत्यादि हाइड्रोजन की एक लंबी कड़ी प्राप्त कर सकते हैं ।[1] इस शोध कार्य में संतृप्त हाइड्रोकार्बन यौगिक (गैर चक्रीय) का प्रत्येक हाइड्रोजन और कार्बन परमाणु, संक्रमण नोड के रूप में दिया गया है, तथा साथ ही साथ उनके प्रत्येक एकल बंध को स्थान नोड में उपविभाजित और दिशा निर्देशित किया गया है। प्रारंभिक अंकन को $\mu^0(p)=1, \forall\ p \in P$ लेकर सभी द्विआधारी सदिश की उत्पत्ति को अभिगम्यता वृक्ष के रूप में दर्शाते हैं। उदाहरण के लिए (चित्र-1, चित्र-2 और चित्र-3),



चित्र-1 संतृप्त हाइड्रोकार्बन (मीथेन)



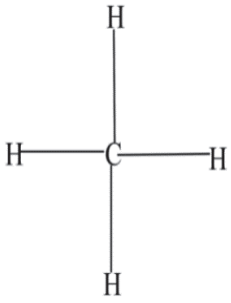
चित्र-2 उपविभाजन करने के बाद पेट्री नेट आलेख



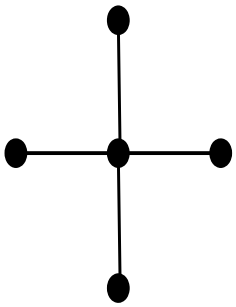
चित्र-3 उपविभाजन करने के बाद चित्र-2 और चित्र-4(c) में बना हुआ पेट्री नेट आलेख का अभिगम्यता वृक्ष

2. शोध प्रेरणा

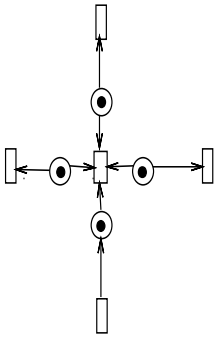
इन हाइड्रोकार्बन आलेख के उपविभाजन का विचार हमने (कंसल, सिंह, आचार्य, 2009)[4] से लिया है, जिसमें तारा आलेख ($K_{1,n}$) को स्थान / संक्रमण नोड द्वारा उपविभाजन कर पेट्री नेट के द्वारा सभी द्विआधारी सदिश की उत्पत्ति को अभिगम्यता वृक्ष के रूप में दर्शाया गया है। लेख[4] का गहन अध्ययन करने के बाद हमने गैर चक्रीय हाइड्रोकार्बन में स्थान नोड / संक्रमण नोड द्वारा आलेख उपविभाजन कर पेट्री नेट की संरचना की है। प्रारंभिक अंकन का मान $\mu^0(p)=1$, $\forall\ p \in P$ लेने पर और पेट्री नेट में संक्रमण नोडों की फायरिंग करने पर पेट्री नेट के अभिगम्यता वृक्ष में सभी द्विआधारी सदिश को अंकन (marking) सदिशों के रूप में दिखाया गया और आगे इसी परिणाम पर आधारित शोध किया जा रहा है। (देखें चित्र-4)



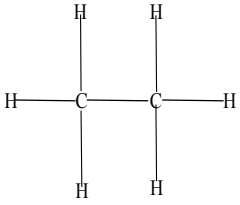
चित्र 4(a) : मिथेन (CH_4)



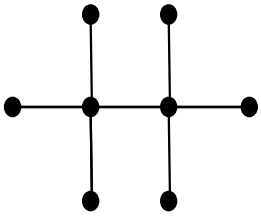
चित्र 4(b) : मिथेन का आलेख



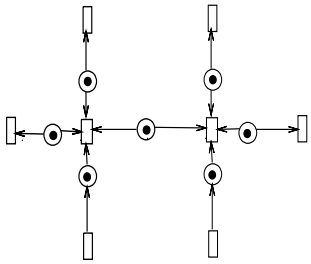
चित्र 4(c) : मीथेन का उपविभाजन करने के बाद पेट्री नेट आलेख



चित्र 4(d) : एथेन (C_2H_6)



चित्र 4(e) : एथेन का आलेख



चित्र 4(f) : एथेन का उपविभाजन करने के बाद पेट्री नेट आलेख

चित्र-4

3. प्रारंभिक

पेट्री नेट पर सारगर्भित पद-व्याख्या और शब्दावली के लिए हम पीटरसन[2] के कार्यों का उपयोग कर सकते हैं। इस शोध पत्र में हम सुविधा के लिए जेंसन[3] द्वारा दी गई परिभाषा का प्रयोग कर रहे हैं, जो कि निम्नलिखित है।

पेट्री नेट को संयुक्त 5 युग्मक $C = (P, T, I^-, I^+, \mu^0)$ के रूप में प्रस्तुत करते हैं। जहाँ

1) P स्थनों का गैर रिक्त समुच्चय है।

2) T संक्रमण नोड के गैर रिक्त समुच्चय है।

3) $P \cap T = \emptyset$

4) $I^-, I^+ : P \times T \longrightarrow N$ जहाँ N ऋणेत्तर पूर्णांक का समुच्चय है। इन्हें क्रमशः ऋणात्मक तथा धनात्मक आपतित फलन कहा जाता है।

5) $\mu^o : P \longrightarrow N$ प्रारंभिक अंकन है।

वास्तव में, $I^-(p, t)$ तथा $I^+(p, t)$ चापों की संख्या है जिसको क्रमशः p से t तथा t से p को निरूपित करते हैं। I^-, I^+, μ^o क्रमशः $|P| \times |T|$, $|P| \times 1$ आकार के आव्युहों (मैट्रिक्स) के रूप में देखा जाता है। पेट्री नेट को आलेखीय निरूपण के रूप में जाना जाता है जिसमें प्रवाह संबंध का निरूपण सीधे स्थान-नोड से संक्रमण नोड या संक्रमण नोड से स्थान-नोड रूप में निरूपित किया जाता है।

3.1 पेट्री नेट आलेख के घटक

○ स्थान नोड

▯ संक्रमण

→ प्रवाह फलन (flow function)

⦿ स्थान नोड प्रारंभिक अंकन के साथ

3.2 पेट्री नेट के गतिशीलता का नियम

माना $C = (P, T, I^-, I^+, \mu^0)$ पेट्री नेट हो। अंकन μ पर एक संक्रमण $t \in T$, 'फायर' करता है (या यह μ पर सक्षम है) यदि $I^-(p, t) \leq \mu^0(p)=1, \forall\ p \in P$ पर फायरिंग के बाद, नया अंकन μ' निम्नलिखित नियम द्वारा दिया गया है –

$$\mu'(p)= \mu(p) - I^-(p,t) + I^+(p,t), \forall\ p \in P$$

यदि t का फायर हो रहा हो, तो एक नई अवस्था μ' (या t फायर μ से μ' पहुँचने योग्य है) जिसे

$$\mu \xrightarrow{t} \mu'$$

के रूप में निरूपित किया जाता है। इसलिए यह स्पष्ट है

$\mu^0(t_0) \longrightarrow \mu^1(t_1) \longrightarrow \mu^2(t_2) \longrightarrow \mu^3(t_3) \ldots \mu^k(t)$।

यदि अवस्था μ^0 से अवस्था μ^1 पहुँचती है तो, μ^1 एक पहुँचने योग्य अवस्था है।

4. परिणाम

इस शोध पत्र में गैर चक्रीय हाइड्रोकार्बन यौगिक का स्थान / संक्रमण विभाजन करने पर स्थानों की संख्या 3n+1 तथा संक्रमणों की संख्या 3n+2 के बराबर होगी। जहाँ n कार्बन परमाणुओं की संख्या है। जो की $n \geq 1$ है। इस प्रकार के उपविभाजन के बाद जो पेट्री नेट बनता है। उस पेट्री नेट को हम संतृप्त गैर चक्रीय हाइड्रोकार्बन पेट्री नेट कहेंगे। जिसमें संक्रमण-नोडों का युक्तिगत फायरिंग कराने पर सभी द्विआधारी n-सदिशों की उत्पत्ति को पेट्री नेट के अभिगम्यता वृक्ष के रूप में दर्शाते हैं।

प्रमेय : माना $C = (P, T, I^-, I^+, \mu^0)$ संतृप्त गैर चक्रीय हाइड्रोकार्बन पेट्री नेट है। तब $\mu^0(p) = 1, \forall\ p \in P$ पर संतृप्त गैर चक्रीय हाइड्रोकार्बन में सिंक संक्रमण नोडों के युक्तिगत फायरिंग सभी द्विआधारी n-सदिशों की उत्पत्ति को अपने अभिगम्यता वृक्ष के रूप में दर्शाता है।

उपपत्ति

उपरोक्त प्रमेय को सिद्ध करने के लिए n=1 संतृप्त अचक्रीय हाइड्रोकार्बन मीथेन प्राप्त होता है तथा उसका स्थान / संक्रमण नोड उपविभाजन करने पर 1-safe star पेट्रीनेट प्राप्त होता है[4] जो कि 2^4 द्विआधारी n-सदिशों को अभिगम्यता वृक्ष में अंकन सदिशों के रूप में व्यक्त करता है। (देखें चित्र 4(c), चित्र 3)

अब उपरोक्त प्रमेय में $n \geq 2$ को सिद्ध करने के लिए कार्बन-कार्बन परमाणु के बीच के एकल बंध को स्थान नोड से उपविभाजित कर एक अभिगम संक्रमण नोड को युक्तिगत फायरिंग के लिए जोड़ते हैं । इस प्रकार अभिगम संक्रमण नोडों की संख्या बिल्कुल स्थान नोडों की संख्या के बराबर होगी। इस प्रकार हमारे पास 3n+1 ऐसे संक्रमण नोड होंगे, जिनके आगम में अवश्य ही एक स्थान नोड होगा । अब 3n+1 संक्रमण नोडों को प्रारंभिक अंकन $\mu^0(p) = 1, \forall\ p \in P$ पर क्रमागत फायरिंग कराने पर सभी द्विआधारी n-सदिश पेट्री नेट के अभिगम्यता वृक्ष में अंकन सदिशों के रूप में व्यक्त होते हैं।

नोट 1 – विस्तृत रूप से इस परिणाम को सिद्ध करने के लिए दिए गए संदर्भ[4] में प्रयुक्त विधि को प्रयोग किया जा सकता है।

नोट 2 – कार्बन-कार्बन परमाणु के एकल बंध को स्थान उपविभाजन पर अभिगम संक्रमण जोड़ना तथा संक्रमण नोडों की क्रमागत फायरिंग को हम युक्तिगत फायरिंग कहेंगे।

5. निष्कर्ष

उपरोक्त कथनों से यह निष्कर्ष निकलता है की संतृप्त हाइड्रोकार्बन (गैर-चक्रीय, एल्केन) यौगिक का स्थानों तथा संक्रमणों नोडों में उपविभाजन करने पर प्राप्त पेट्री-नेट में संक्रमण नोडों की फायरिंग कराने पर n-सदिशों की उत्पत्ति होती है । इन द्विआधारी (बूलियन / बाइनरी) n-सदिशों को घन उत्पत्ति (cube

generating) करने, इलेक्ट्रानिक बहुफलन स्विच में अधिकाधिक उपयोग किया जा सकता है। भविष्य में शोध के लिए यह परिणाम असंतृप्त हाइड्रोकार्बन (एल्कीन, एल्काइन) तथा संतृप्त हाइड्रोकार्बन (चक्रीय) के बारे में उपयुक्त आधार प्रदान कर सकती है। संतृप्त और असंतृप्त हाइड्रोकार्बन का अभिलक्षणन, जो सभी द्विआधारी n-सदिशों की उत्पत्ति करता है, आज के समसामयिक शोध में अभी तक एक खुली चुनौती है।

आभार

हम शोध सुविधा प्रदान करने हेतु University of Potential Excellence-II (ID. No. 257) तथा Department of Science and Technology-Purse परियोजना को आर्थिक सहायता देने के लिए धन्यवाद ज्ञापित करते हैं।

संदर्भ

[1] Bahl, A., Bahl, B.S., Chand, S., (2010) Advance organic chemistry, S. Chand & Company.

[2] Peterson, J.L., (1981) Petri net theory and the modeling of system, PHI.

[3] Jensen, K., (1986) Petri nets, Springer-Verlag.

[4] Kansal, S., Singh, G.P., Acharya, M., (2010) On Petri nets generating all the binary n-vectors, Scientiae Mathematicae Japonicae, Vol. 71, No. 2, pp. 209-216.

गुच्छन दृष्टिकोण का उपयोग कर पानी के नीचे वायरलेस संवेदी नेटवर्क में लोड संतुलन

गुलिस्ता खान
कंप्यूटर साइंस विभाग, तीर्थंकर महावीर विश्वविद्यालय, मुरादाबाद
gulista.khan@gmail.com

राकेश द्विवेदी
कंप्यूटर साइंस विभाग, तीर्थंकर महावीर विश्वविद्यालय, मुरादाबाद
dwivedi.rakesh02@gmail.com

वाजिद अली
कंप्यूटर साइंस विभाग, लैंडमार्क टेक्निकल कैंपस, अमरोहा
er.vazid.ali@gmail.com

सार

अंडर वाटर वायरलेस संवेदी नेटवर्क (UWSN) किसी क्षेत्र के आस पास की स्थिति का पता लगाने के लिए पर्यावरण संवेदी संग्रह संवेदक नोड है। अंडर वाटर वायरलेस संवेदी नेटवर्क (UWSN) के अधिकतर उपयोग के रहते इसने शोधकर्ताओं के ध्यान को आकर्षित किया है। वायरलेस संवेदी नेटवर्क (UWSN) पिछले दशकों में रुचि का विषय बन गया है। वायरलेस संवेदी नेटवर्क का उपयोग परिवेश की जानकारी प्राप्त करने के लिए किया जाता है। UWSN का मुख्य रूप से उन क्षेत्रों में उपयोग किया जाता है जहां मानव हस्तक्षेप संभव नहीं है। इसका इस्तेमाल दुश्मनों की गतिविधियों का पता लगाने के लिए, अग्नि का पता लगाने के लिए, पानी के नीचे के भूकंपीय गतिविधियों का पता लगाने के लिए किया जा सकता है। यह स्पष्ट है कि UWSN का उपयोग न पहुँचने योग्य क्षेत्रों में गतिविधियों का पता लगाने के लिए किया जाता है। UWSN के सभी संवेदी नोड बिजली से चलते हैं एवं इन्हें रिचार्ज करना बहुत ही मुश्किल है। इसलिए इसमें बिजली की खपत कम करने के लिए विभिन्न माध्यमों का प्रयोग किया जाता है। नेटवर्क के जीवनकाल को बढ़ाने लिए कुछ नए दृष्टिकोण (जैसे गुच्छन) का उपयोग करना आवश्यक है। गुच्छन, अलग-अलग तकनीकों के माध्यम से आस-पास के क्षेत्र में समान संवेदक नोड का समूह होता है। एक संवेदी नोड, गुच्छ प्रमुख का काम करता है। आधार स्टेशन में डेटा भेजने के लिए प्रत्येक गुच्छ में एक गुच्छ प्रमुख (सीएच) होता है। गुच्छ प्रमुख संबंधित गुच्छ से डेटा एकत्र करते हैं और समेकित डेटा अंतिम उपयोगकर्ताओं की जिज्ञासा के लिए आधार स्टेशन को भेजा जाता है। उचित गुच्छन तकनीक के साथ-साथ सीएच का चयन करना भी मुख्य चुनौती है। इस शोध पत्र में, गुच्छ-प्रमुख के चयन के लिए एक तकनीक प्रस्तावित की गई है। यह तकनीक शेष ऊर्जा और पड़ोसी नोड की संख्या पर निर्भर करती है। सिमुलेशन के परिणाम बताते हैं कि नेटवर्क आजीवन का विस्तार करने में यह प्रस्तावित दृष्टिकोण अधिक प्रभावी है।

कुंजी शब्द : क्लाउड कंप्यूटिंग, वायरलेस संवेदी नेटवर्क, यादृच्छिक विधि

1. प्रस्तावना

पानी के नीचे वायरलेस संवेदी नेटवर्क के समूह को UWSN कहते है। एक नेटवर्क में बड़ी संख्या मे नोड होते है। ये नोड वातावरण की जानकारी करने के लिए प्रयोग किए जाते हैं। ये संवेदक नोड (एसएन) कुछ

भौगोलिक क्षेत्रों में वितरित किए जाते हैं। UWSN का उपयोग वहाँ किया जाता है जहाँ व्यक्ति हस्तक्षेप नहीं कर सकता। नोड दुर्गम स्थानों में स्थापित होते हैं, जैसे बाढ़ प्रभावी क्षेत्रों, पानी के नीचे के वातावरण में इत्यादि[1] । इसलिए, ऐसे अप्राप्त क्षेत्र में नोड को स्थापित करना बहुत मुश्किल होता है ।[2] UWSN में आपदा प्रबंधन, निवास निगरानी, सैन्य निगरानी, कृषि, घुसपैठ और स्वास्थ्य निगरानी का पता लगाने सहित कई अनुप्रयोग हैं। संदेश भेजने के लिए अनुमार्गन मुख्य चिंता है, जो नेटवर्क के जीवनकाल में वृद्धि कर सकती है ।[3] नेटवर्क के जीवनकाल में वृद्धि करने के तरीके जानने के लिए पिछले दशकों से विभिन्न तकनीकों का विकास किया गया है। इन सभी तकनीकों में गुच्छन, विलंब को कम करने के साथ जीवनकाल में वृद्धि करने के लिए सबसे प्रभावी तकनीक साबित हुई है। गुच्छन तकनीक में समान नोडों का एक गुच्छ बनाते हैं, फिर उनमें से एक गुच्छ प्रमुख की पहचान की जाती है। सभी संवेदी नोड, संबंधित गुच्छ प्रमुख को डाटा भेजते हैं, गुच्छ प्रमुख आगे सभी नोडों से आए डाटा को एकत्र करता है[4,5] और इसे आधार स्टेशन या सिंक नोड पर भेजता है।

इस तरह से, सभी नोड डेटा को कम दूरी तक भेजकर अपनी ऊर्जा बचा सकते हैं। गुच्छ प्रमुख चयन या तो संभाव्यता कारक या नोड की शेष ऊर्जा पर आधारित है। संभाव्य चुनाव के मामले में, प्रत्येक चक्र के बाद गुच्छ प्रमुख दोबारा चुना जाता है, एवं उच्चतम शेष ऊर्जा वाला नोड सीएच (गुच्छ प्रमुख) के रूप में चुना जाता है। पिछले दो दशकों में, वायरलेस संवेदी नेटवर्क के लिए कई गुच्छन दृष्टिकोण प्रस्तावित किए गए हैं । इन तकनीकों में, ऊर्जा खपत को कम करना प्रमुख कार्य है। गुच्छन एल्गोरिथम मुख्यतः कई चरणों मे की जाती है। पहले चरण में उचित गुच्छ प्रमुख का चयन होता है अगला चरण प्रत्येक सीएच के तहत गुच्छ बनाता है फिर पूर्व-निर्धारित गुच्छन डेटा संचारण विधि के माध्यम से एकत्रीकरण के बाद डाटा अंतरण करता है । इस दृष्टिकोण से नेटवर्क लंबे समय तक सक्रिय रहता है।

इस शोध पत्र में, एक एल्गोरिथ्म प्रस्तावित की गई है, तथा उसका मूल्यांकन भी किया गया है । यह एल्गोरिथम तीन चरणों में – गुच्छ-प्रमुख चयन, गुच्छ गठन और अनुमार्गन में विभाजित है। गुच्छ गठन फिर से दो चरणों में बाँटा गया है; सबसे पहले आधार स्टेशन कुछ अस्थायी गुच्छ-प्रमुख का चयन करता है । प्रस्तावित मामले में समान विभाजन वाले क्षेत्र से, फिर संभाव्यता और सर्वोच्च अवशिष्ट ऊर्जा के आधार पर, अंतिम गुच्छ-प्रमुख अनुमार्गन उद्देश्य के लिए चुना जाता है। शोध पत्र के अगले अनुच्छेद में शोध सर्वेक्षण प्रस्तुत किया गया है, इसके पश्चात एल्गोरिथम, एवं डेटा विधि प्रस्तुत किया गया है।

2. शोध सर्वेक्षण

UWSN में संवेदी नोडों में प्रसंस्करण शक्ति, संचार बैंडविड्थ, और भंडारण, सीमित है। इसलिए, विभिन्न गुच्छन एल्गोरिथ्म को इस ऊर्जा को प्रभावी ढंग से उपयोग करने के लिए विभिन्न मानदंडों के आधार पर वर्गीकृत किया गया है । उस प्रमुख मापदंड में गुच्छ प्रमुख चयन, गुच्छ-प्रमुख गुण, गुच्छन प्रक्रिया भी है ।[6,7,8] गुच्छन पर आधारित कई शोध आलेखों का अध्ययन साहित्य में किया जाता है ।[9,14] प्रस्तावित एल्गोरिथ्म गुच्छ-प्रमुख चयन, गुच्छ गठन और डेटा संचारण प्रक्रिया पर आधारित है। मुख्य उद्देश्य, ऊर्जा की खपत कम करके नेटवर्क जीवनकाल में वृद्धि करना है।

निम्न ऊर्जा अनुकूलन गुच्छन (LEACH- "Low Energy Adaptive Clustering Hierarchy") वायरलेस संवेदी नेटवर्क में पहला और बुनियादी गुच्छन दृष्टिकोण है ।[4,15] लीच में, प्रत्येक संवेदक नोड मे बराबर ऊर्जा वितरण होता है। इसमें एक नोड के चुनाव के लिए यादृच्छिक संभावना मॉडल प्रयोग किया जाता हैं, जहां 5% नोड सीएच के रूप में चुने जाते हैं। प्रत्येक चक्र के बाद सीएच की भूमिका बदलती है और प्रत्येक नोड को गुच्छ प्रमुख बनने का मौका मिलता है। गुच्छ

प्रमुख बनने के लिए नोड की शेष ऊर्जा का अनुमान लगाया जाता है, शेष उर्जा के अनुसार ही गुच्छ प्रमुख चुना जाता है।

हीड (HEED – Hybrid Energy-Efficient Distributed clustering approach) के रूप में जाना जाने वाला एक संकर ऊर्जा कुशल प्रोटोकॉल प्रस्तावित किया गया था।[16]

हीड, गुच्छ-प्रमुख का चयन करता है इसमें शेष ऊर्जा मुख्य प्राचल के रूप में ली जाती है। दूसरा प्राचल नोड डिग्री होता है। नोड डिग्री, नोड पर आने और नोड से जाने वाले कनेक्टेड नोडों की संख्या होती है। इसके अलावा यह तकनीक विषम बैटरी डेटा को संभालने में सक्षम होता था। विषम नोड के लिए[17,18] में कुछ और तकनीकें प्रस्तावित की गई हैं। इन नोडों में विभिन्न ऊर्जा स्तर होते हैं। ये एल्गोरिथ्म दो श्रेणियों के नोडों का प्रयोग करता है : प्रारंभिक ऊर्जा स्तर पर, सरल नोड या सुपर नोड के अनुसार। हालाँकि यह अवशिष्ट ऊर्जा स्तरों पर विचार नहीं करता है।

संदर्भ[7] मे प्रस्तुत एल्गोरिथ्म का संशोधन करते हुए लेखक ने एक नयी एल्गोरिथ्म प्रस्तुत की है[18], जिसमे शेष ऊर्जा पर आधारित सीएच के चयन की प्रक्रिया दी गयी है। इससे चयन प्रक्रिया में सुधार हुआ है। सीएच चयन मानदंड[18] में सुधार के कारण बेहतर परिणाम देता है। यह नोडों की शुरूआत और शेष एनर्जी पर विचार करके सीएच के रूप में चुनाव करने की संभावना पर विचार करता है। लेकिन फिर डीईईसी[18] संवेदी नोड से कुछ दूरी पर आधार स्टेशन स्थित होने पर काम नहीं करता, यह केवल तब ही अच्छे परिणाम देता है जब कि आधार स्टेशन नेटवर्क क्षेत्र के केंद्र में होता है।

कुछ प्रोटोकॉल गुच्छ प्रमुख को चुनने के लिए पहले गुच्छ के सदस्य नोड का चयन करता है फिर अंतिम गुच्छ प्रमुख का चयन करता है।[19,20] कुछ समय अंतराल के बाद, गुच्छ प्रमुख का चयन कुछ अन्य मापों पर आधारित किया जाता है। इसके अलावा, अगर किसी नोड को उस विशिष्ट श्रेणी के भीतर अन्य नोडों की तुलना में अधिक ऊर्जा मिलती है, तो वह प्रतिस्पर्धात्मक स्थिति में, उच्च ऊर्जा के साथ गुच्छ प्रमुख के रूप में चुना जाता है।

चुनौतियाँ

ऊर्जा खपत को कम करने के लिए गुच्छन को सबसे अच्छा माना जाता है। सीधे संचार के रूप में सभी नोड को सीधे आधार स्टेशन पर डेटा ट्रांसमिट करना होता था जिसके द्वारा वे अपनी ऊर्जा को बहुत तेज़ी से प्रयोग करते हैं। एक नोड को गुच्छन करके गुच्छ प्रमुख के रूप में चुना जाता है, गुच्छ प्रमुख अपने क्षेत्र के नोडों से डेटा एकत्र करता है और इस एकत्रित डेटा को आधार स्टेशन को आगे बढ़ाता है। गुच्छ प्रमुख के माध्यम से सभी डाटा को स्थानांतरित करने का एक नुकसान सीएच के तेज ऊर्जा निकासी के साथ-साथ नोड की भी ऊर्जा निकासी है जो आधार स्टेशन के समीप हैं। इसलिए अनुमार्गन मार्ग में प्रायः नोड का कार्यकाल बहुत जल्द समाप्त हो जाता है।

3. प्रस्तावित एल्गोरिथ्म

अ. नेटवर्क मॉडल अभिधारण

इस शोध पत्र में, अंडरवाटर वायरलेस संवेदी नेटवर्क (UWSN), संवेदी नोड का प्रयोग करके बनाया गया है। नोड को SN_i नंबर दिया जाता है जहां i = 1, 2, ..., n है। इन नोड को नेटवर्क एरिया A*A के आकार में वितरित किया जाता है। UWSN का उपयोग खतरनाक क्षेत्रों में किया जाता है, जहाँ नियंत्रण करने के लिए सहज रूप से पहुँचना कठिन है। सिमुलेशन के लिए नेटवर्क टोपोलॉजी बनाने के लिए, व्यावहारिक नोड को यादृच्छिक परिनियोजन तरीकों में लगाया जा सकता है। इसके अलावा, SNs यादृच्छिक परिनियोजन के बाद तय किया जा सकता है। यह भी माना जाता है कि संवेदक नोड हर बार डेटा प्राप्त करते हैं और वे अपनी अनुमार्गन रणनीति के अनुसार गुच्छ प्रमुख या आधार स्टेशन पर भेजते थे।

ब. नोड ऊर्जा की अभिधारणा

प्रस्तावित परिदृश्य विषम नोड तैनाती करता है; मतलब सभी नोडों में विभिन्न ऊर्जा स्तर हैं इसलिए शुरू में संवेदी की प्रारंभिक ऊर्जा E_0 से $(1 + E_{max}) E_0$ के बीच वितरित की जाती है । नोड में प्रारंभिक ऊर्जा E_0 से अधिकतम $(1 + E_{max}) E_0$ होनी चाहिए । शक्ति का अधिकतम मूल्य E_{max} द्वारा निर्धारित किया जाता है । सभी नोड को अपनी प्रारंभिक ऊर्जा $(1 + E_i) E_0$ के रूप में सौंपी जाती है इसके अलावा, एक नोड आधार स्टेशन को एक संदेश प्रसारित करके नेटवर्क की कुल ऊर्जा की जांच कर सकता है कुल ऊर्जा की गणना निम्न सूत्र द्वारा की जाती है –

$$E_{Total} = \sum_{i=1}^{n} (1 + E_i) E_0 = E_0 (n + \sum_{i=1}^{n} E_i) = E_0(n + A)$$

प्रस्तावित नेटवर्क में, सभी नोड को संकुल क्रमबद्ध फैशन में बांटा गया है। गुच्छ-प्रमुख (सीएच) सभी नोडों से डेटा एकत्र करता है। समान तरह के डेटा को छोड़कर गुच्छ डेटा एकत्रित करता है। सीएच पर अनुलिपि डेटा प्राप्त करने की संभावना अधिक होती है क्योंकि नोडों में सह-संबद्ध होते हैं और आसपास के क्षेत्र को कवर करते हैं। इसलिए वे अनुलिपि डेटा का अनुमान लगाते हैं । यह एकत्रित डेटा आधार स्टेशन पर स्थानांतरित करने के लिए एक निश्चित लंबाई पैकेट के भीतर समाहित होता है।

यह माना जाता है कि प्रत्येक संवेदक नोड एक चक्र में सीएच को संवेदी डेटा के n बिट भेजता है। CH संवेदी डेटा एकत्र करता है और इस डेटा को जोड़ता है। डेटा एकत्रीकरण के लिए ऊर्जा की खपत (E_A) 5nJ / bit / signal है इसके साथ-साथ, एक प्रसारण संदेश में कुछ नियंत्रण जानकारी होती है। डेटा संचारण के प्रयोजन के लिए, नोड से गुच्छ प्रमुख एव गुच्छ प्रमुख से आधार स्टेशन के बीच एक अनुमार्गन पथ है, जिसे एक-हॉप नेटवर्क[21] कहा जाता है । d मीटर की दूरी पर n-बिट डेटा पैकेट को स्थानांतरित करने के लिए E_{tx} संचारण एनर्जी का प्रयोग किया जाता है।

जब दूरी $d <= d^{th}$, $E_{tx} = nE_e + nE_f d^2$

जब दूरी $d > d^{th}$, $E_{tx} = nE_e + nE_m d^4$

यहाँ E_{tx} संचारण ऊर्जा है E_e, E_f और E_m संचारण या संग्रहण के मापदंड हैं, d^{th} प्रभावसीमा (threshould) दूरी है, किसी डाटा को प्राप्त करने की ऊर्जा का सूत्र निम्नलिखित के आधार पर किया जा सकता है :

$$E_{rx} = nE_e$$

संवेदक नोड की कुल ऊर्जा खपत डेटा और नियंत्रण संदेशों को स्थानांतरित करने के लिए संचरण ऊर्जा का योग है और इसे निम्नलिखित रूप में दिया जाता है :

$$E_{Consumption} = (2NE_e + NE_d + ke_m d^4_{n2b} + ke_f d^2_{m2h})$$

जहां सीएनए और आधार स्टेशन के बीच की दूरी d_{n2b} द्वारा चिह्नित है गुच्छक नोड और सीएच के बीच दूरी d_{m2h} द्वारा गणना की जा सकती है । उपरोक्त समीकरण का प्रयोग तब किया जाता है जब एक राउंड की ऊर्जा खपत की, गणना होती है, जब सभी समूह एक ही आकार के होते हैं। इसके साथ ही, नेटवर्क की कुल ऊर्जा और प्रति उपभोग कुल दौर (टाइम) के आधार पर नेटवर्क के जीवनकाल की गणना की जा सकती है, d_{m2h} निम्न समीकरण से गणना की जा सकती है :

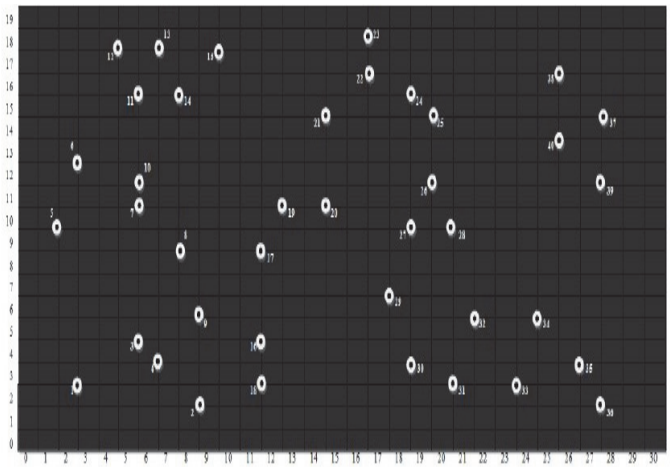
$$d_{m2h} = W/\sqrt{2pik}$$

जहाँ समूहों की संख्या k, pi = 3.14 से चिह्नित है। प्रस्तावित एल्गोरिथ्म को तीन भागों में विभाजित किया गया है।

अ. यादृच्छिक तैनाती
ब. प्रमुख-चयन
स. गुच्छ रचना

अ. यादृच्छिक तैनाती

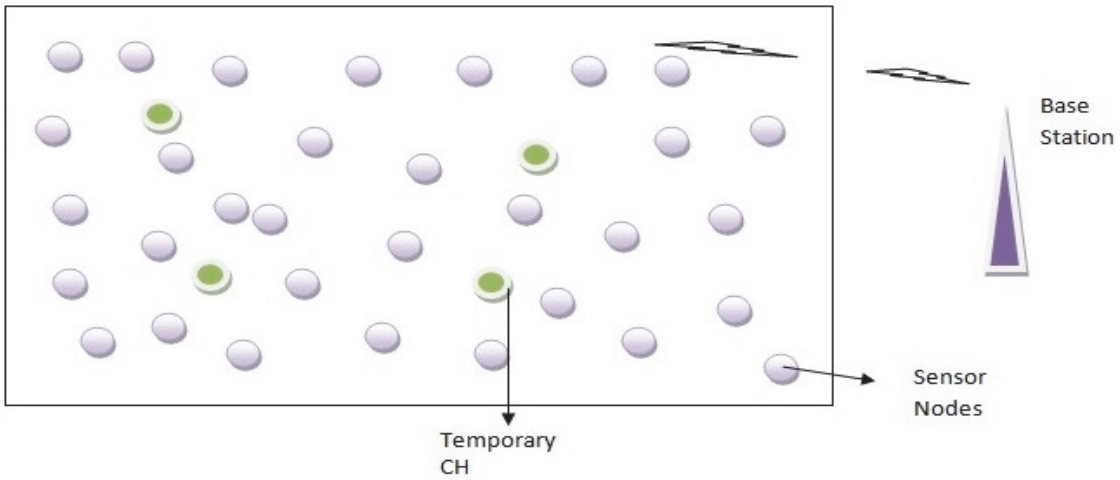
तैनाती प्रक्रिया प्रस्तावित एल्गोरिथ्म से पहले की गयी जो प्रस्तावित योजना क्षेत्र में यादृच्छिक परिनियोजन का उपयोग करती है।



चित्र-1 नोड की यादृच्छिक तैनाती

ब. गुच्छ-प्रमुख चयन

गुच्छ-प्रमुख चयन तीन चरणों में किया जाता है । यादृच्छिक परिनियोजन के बाद, आधार स्टेशन किसी भी संवेदी नोड को गुच्छ प्रमुख के रूप में चुना जाने का फैसला करता है । यह एक अस्थायी गुच्छ-प्रमुख है अस्थायी प्रमुख नोड के चयन के बाद, प्रत्येक नोड की अवशिष्ट ऊर्जा की गणना की जाती है। क्षेत्र में उच्चतम अवशिष्ट ऊर्जा वाले नोड को नए सीएच के रूप में चुना जाता है और अस्थायी गुच्छ प्रमुख की स्थिति को बदला जाता है।



चित्र-2 आधार स्टेशन द्वारा गुच्छ प्रमुख का चयन

शेष ऊर्जा का अनुमान

प्रत्येक संवेदी नोड गुच्छ प्रमुख के रूप में चुनाव करने के लिए अपनी संभावना (p_i) की गणना करता है । p_i की प्रारंभिक ऊर्जा और अवशिष्ट ऊर्जा पर विचार करके गणना की जा सकती है । संभावना खोजने के लिए सूत्र निम्नानुसार दिया गया है:

$$p_i = p_{optimal} * \frac{\frac{1+E\ initial}{N+A}}{N} * Ei(rn) * E(rn)$$

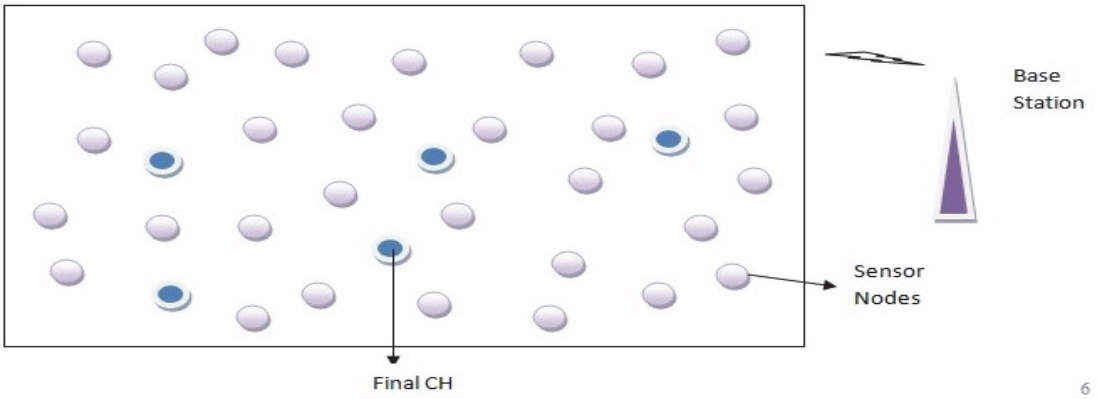
$E_i(r_n)$ संवेदी नोड SN_i की r_n चरण पर अवशिष्ट ऊर्जा है, $E(r_n)$ चरण r_n पर नेटवर्क की औसत ऊर्जा है। नेटवर्क के शेष ऊर्जा की वजह से P_i को उतार-चढ़ाव किया जा सकता है। नेटवर्क संतुलन के लिए, जैसे ही अस्थिरता शांत होती है, तब संभावना P_i अगले गुच्छ प्रमुख का फैसला होता है। जो नोड उच्चतर P_i वाला हो, वह गुच्छ प्रमुख चयन प्रक्रिया में भाग लेते है। अस्थायी गुच्छ प्रमुख चयन में, आधार स्टेशन क्षेत्र को बराबर भागों में विभाजित करता है और कुछ नोड को प्रत्येक विभाजन से गुच्छ प्रमुख के रूप में चुनता है। फिर अवशिष्ट ऊर्जा और संभावना को ध्यान में रखकर के सीएच के चयन के लिए गणना की जाती है। संभाव्यता प्रभाव सीमा को, नोड को निर्धारित करने के लिए भी परिभाषित किया गया है जो चुनाव प्रक्रिया में भागीदारी लेने के लिए योग्य है।

$$Th(SN_i)= \begin{cases} \frac{pi}{1-pi(r \bmod \lceil \frac{1}{pi} \rceil)}, & if\ SNi \in S \\ 0, & if\ SNi\ ! \in S \end{cases}$$

यहाँ S एक संवेदी नोड का सेट है, जो कि गुच्छ प्रमुख के चुनाव में भाग लेने के लिए पात्र माना जाता है।

ब. प्रमुख नोड का चयन

p_i की गणना के बाद, यह संभाव्यता के $Th(SN_i)$ की जांच की जाती है। यदि p_i का मान प्रभावी सीमा मानों के भीतर है, तो यह गुच्छ प्रमुख चयन की प्रक्रिया में भाग ले सकता है। इस प्रकार प्रभावी सीमा मानों से नोडों की चुनाव प्रक्रिया शुरू करते हैं। नोड अस्थायी गुच्छ प्रमुख के साथ अपनी अवशिष्ट ऊर्जा की तुलना करते हैं। यदि इसकी अवशिष्ट ऊर्जा, मौजूदा गुच्छ प्रमुख की ऊर्जा से अधिक है तो नेटवर्क को एक संदेश प्रसारित होता है जिसे अस्थायी गुच्छ प्रमुख की जगह नए और अंतिम गुच्छ प्रमुख के रूप में चुना जाता है। इस प्रकार, सभी नोड जो गुच्छ प्रमुख नोड के रूप में चुने जाने के योग्य हैं, वे समयबद्ध सीमा के भीतर अपनी सदस्यता की घोषणा करने के लिए एक छोटा संदेश प्रसारित करते हैं। इस चुनाव प्रक्रिया में, पहले चरण में सफलतापूर्वक प्रसारित नोड सीएच होते हैं। सेट S में शेष नोड प्रतियोगिता को छोड़ देते हैं और गुच्छ प्रमुख चयन के अगले सत्र की प्रतीक्षा करते हैं।



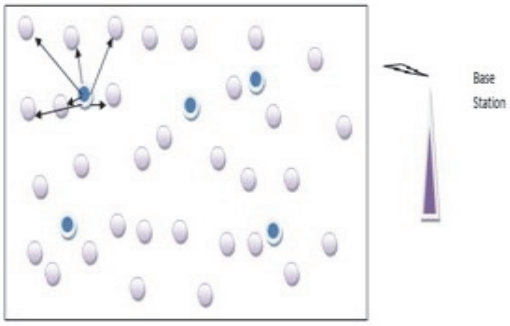
चित्र-3

गुच्छ प्रमुख का अंतिम चुनाव

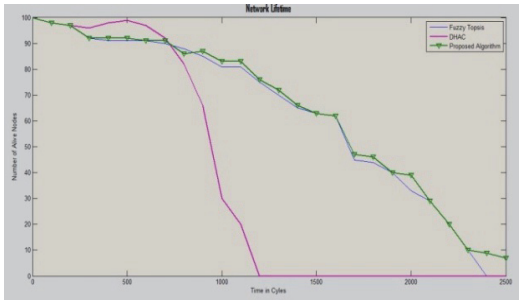
स. गुच्छ रचना

नया गुच्छ प्रमुख अब एक संदेश <ID_{CH}, E_{CH}, Tr_{CH}> को अपनी अधिकतम संचारण क्षमता के साथ गुच्छ बनाने के लिए प्रसारित करता है। यह गुच्छ-रजिस्ट्रेशन संदेश के रूप में जाना जाता है। गुच्छ के सदस्य इस संदेश को सुनने का प्रयत्न करते है।[1] नेटवर्क क्षेत्र में नोड इस पंजीकरण संदेश को सुनने का प्रयास करते हैं और प्राप्त संकेतक क्षमता के आधार पर गुच्छ प्रमुख को जुड़ने के लिए संदेश भेजते हैं। इस संदेश को गुच्छ-जॉयन मेसेज कहा जाता है। संदेश < ID_n, ID_{CH},

E_{Txn}> होता है । जहां ID_n नोड का आईडी है, E_{Tx} अवशिष्ट ऊर्जा है। जब नोड किसी गुच्छ में शामिल हो जाता है, तो यह किसी अन्य गुच्छ से आने वाले संदेशों को हटा देता है। जहां ID_{CH} एक सीएएच की आईडी को दर्शाता है । E_{CH} सीएच की अवशिष्ट ऊर्जा है । Tr_{CH} सीएच की संचारण ऊर्जा है। जब एक गुच्छ प्रमुख गुच्छ-रजिस्ट्रेशन प्राप्त करता है, गुच्छ प्रमुख अपने पड़ोसी सूची को दूसरे सीएएच से अन्य सभी गुच्छ प्रमुख मेसेज में साझा करता है, यह इसके लिए अनुमार्गन पथ बनता है।



चित्र-4 गुच्छ रचना



चित्र-5 नेटवर्क का जीवनकाल का विवरण

4. परिणाम एवं निष्कर्ष

लेखक वायरलेस संवेदी नेटवर्क क्षेत्रों में एक ऊर्जा कुशल सीएच चुनने की योजना का प्रस्ताव करता है।[11] यह योजना तीन मानदंडों का उपयोग कर रही थी जिसमें संतुलन ऊर्जा, आधार स्टेशन से दूरी की गणना और पड़ोस में नोड की संख्या शामिल है। इस शोध पत्र में एक गुच्छन योजना प्रस्तावित होती है जो दो चरणों में पूरी होती है (यादृच्छिक तैनाती से गुच्छ प्रमुख चयन और गुच्छन दृष्टिकोण) । प्रस्तावित कार्य गुच्छ प्रमुख होने की संभावित गणना[11] से अधिक एक कारक पर विचार कर रहा है । प्रस्तावित काम का अनुकार MATLAB में किया गया है। तालिका 1 सिमुलेशन प्राचल का प्रतिनिधित्व करता है परिणाम चित्र 5में दिखाया गया है। चित्र-5 में डीएएचएसी[11] में चर्चा की गई प्रोटोकॉल की तुलना में ऊर्जा में काफी कमी और नेटवर्क जीवनकाल में वृद्धि की गई है।

संदर्भ

[1] Cerulli, R., De Donato, R., Raiconi, A., (2012) Exact and heuristic methods to maximize network lifetime in Wireless sensor networks with adjustable sensing ranges, Eur. J. Oper. Vol. 220, pp. 58–66.

[2] Han, R., Yang, W., You, K., (2016) MB-OFDM-UWB Based wireless multimedia sensor networks for underground coalmine: A survey, Sensors, Vol. 16, pp. 21- 58.

[3] Huang, J., Duan, Q., Xing, C.C.,Wang, H.,G., (2017) Topology control for building a large-scale and energy-efficient internet of things, IEEE Wirel. Commun. Vol. 24, pp. 67–73.

[4] Heinzelman,W.B., Chandrakasan, A.P., Balakrishnan, H., (2002) An application-specific protocol architecture for wireless microsensor networks, IEEE Trans. Wirel. Commun. Vol. 1, pp. 660–670.

[5] Afsar, M.M., Tayarani, N., M.H., (2014) Clustering in sensor networks: A literature survey. J. Netw. Comput. Appl., Vol. 46, pp. 198-226.

[6] Abbasi, A.A., Younis, M., (2007) A survey on clustering algorithms for wireless sensor networks, Comput. Commun, Vol. 30, pp. 2826–2841.
[7] Tyagi, S., Kumar, N., (2013) A systematic review on clustering and routing techniques based upon LEACH protocol for wireless sensor networks, J. Netw. Comput. Appl. ,Vol. 36, pp. 623–645.
[8] Sucasas, V., Radwan, A., Marques, H., Rodriguez, J.,(2016) A survey on clustering techniques for cooperative wireless networks, Ad Hoc Netw., Vol. 47, pp.53–81.
[9] Manjeshwar, A., Agrawal, D.P., TEEN, (2001) A Routing protocol for enhanced efficiency in wireless sensor networks, Proc. IPDPS, Vol. 1, pp. 189.
[10] Lindsey, S.,Raghavendra, C.S., (2002) PEGASIS: Power-efficient gathering in sensor information systems, In Proceedings of the 2002 IEEE Aerospace Conference, Big Sky, MT, USA, pp. 1125–1130.
[11] Liu, Z., Zheng, Q., Xue, L., Guan, X., (2012) A distributed energy-efficient clustering algorithm with improved coverage in wireless sensor networks, Future Gener. Comput. Syst., Vol. 28, pp. 780–790.
[12] Hu, Y., Niu, Y., Lam, J., Shu, Z., (2016) An Energy-efficient adaptive overlapping clustering method for dynamic continuous monitoring in UWSNs, IEEE Sens. J., Vol. 17, pp. 834–847.
[13] Wang, N., Zhou, Y., Xiang, W., (2016) An Energy Efficient Clustering Protocol for Lifetime Maximization in Wireless Sensor Networks, In: Proceedings of the IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM), Washington, DC, USA.
[14] Ahmed, G., Zou, J., Zhao, X., Sadiq Fareed, M.M., (2017) Markov chain model-based optimal cluster heads selection for wireless sensor networks, Sensors , Vol. 17, pp. 440.
[15] Heinzelman,W.R., Chandrakasan, A., Balakrishnan, H., (2000) Energy-efficient communication protocol for wireless microsensor networks, In Proceedings of the 33rd Annual Hawaii International Conference on System Sciences, Maui, HI, USA, 4–7 January 2000, IEEE Piscataway Township, NJ, USA.
[16] Younis, O., Fahmy, S., (2004) HEED: A hybrid, energy-efficient, distributed clustering approach for ad hoc sensor networks, IEEE Trans. Mob. Comput., Vol. 3, pp. 366-379.
[17] Smaragdakis, G., Matta, I., Bestavros, A., (2004) SEP: A Stable election protocol for clustered heterogeneous wireless sensor networks, Technical Report BUCS-2004-022, Computer Science Department, Boston University, Boston, MA, USA.
[18] Qing, L., Zhu,Q., Wang, M., (2006) Design of a distributed energy-efficient clustering algorithm for heterogeneous wireless sensor networks, Comput. Commun., Vol. 29, pp. 2230–2237.
[19] Ye, M., Li, C., Chen, G., Wu, J., (2005) EECS: An energy efficient clustering scheme in wireless sensor networks. In Proceedings of the 24th IEEE International Conference on Performance, Computing, and Communications, Phoenix, AZ, USA, pp. 535–540.
[20] Tarhani, M., Kavian, Y.S., Siavoshi, S., (2014) SEECH: Scalable energy efficient clustering hierarchy protocol in wireless sensor networks, IEEE Sens. J., Vol. 14, pp. 3944–3954.

परिवहन समस्या की दृष्टि से भिन्न आपूर्ति और मांग के तहत संभावित लागत फलन के साथ कुल लागत उपाय

फिरोज़ अहमद
सांख्यिकी और संचालन अनुसंधान विभाग, अलीगढ़
मुस्लिम विश्वविद्यालय, अलीगढ़
firoz.ahmad@gmail.com

अहमद यूसुफ अधामी
सांख्यिकी और संचालन अनुसंधान विभाग, अलीगढ़
मुस्लिम विश्वविद्यालय, अलीगढ़

सार

वर्तमान प्रतिस्पर्धी दुनिया में, प्रायः कहा जाता है कि जीवन के हर पहलू में "समय धन है" । समय एक कारक है जो विभिन्न वास्तविक जीवन समस्याओं को प्रत्यक्ष या अप्रत्यक्ष रूप से प्रभावित करता है । अतः परिवहन समस्याओं में एक कारक के रूप में "समय" को शामिल करने के लिए, हमने संभाव्य लागत / मुनाफे पर विचार किया है जिसे "उत्तरजीविता लागत / लाभ" कहा गया है, जो समय पर निर्भर एक फलन है । इस शोध अध्ययन में, हमने यह अनुमान लगाया है कि आपूर्ति और मांग मात्रा कुछ निर्दिष्ट अंतराल के बीच भिन्न हैं । आपूर्ति और मांग मात्रा में भिन्नता के कारण, उद्देश्य फलन का मूल्य भी अंतराल के बीच प्राप्त होता है जो कि निम्न और ऊपरी मूल्यों से घिरा होता है । अंत में, अनुमानित मान्यताओं पर विचार करने के बाद, हमने कुल लागत को कम करने और कुल लाभ को अधिकतम करने के लिए गणितीय मॉडल विकसित किया है । प्रस्तावित गणितीय मॉडल को हल करने के लिए समाधान प्रक्रिया पर भी चर्चा की गई है । मॉडल और समाधान प्रक्रिया की वैधता दिखाने के लिए, एक संख्यात्मक उदाहरण प्रस्तुत किया गया है जो निर्णय लेने की प्रक्रिया में सहायक होता है ।

कुंजी शब्द : संभाव्य लागत / लाभ फलन, भिन्न आपूर्ति और मांग, परिवहन समस्या

1. प्रस्तावना

इस प्रतिस्पर्धी दुनिया में, आपूर्ति श्रृंखला, प्रबंधन प्रणाली, रसद, सूची नियंत्रण और विक्रेता चयन आदि के क्षेत्र में परिवहन समस्या (टीपी) का अपना महत्व है क्योंकि प्रत्येक क्षेत्र प्रत्यक्ष या अप्रत्यक्ष रूप से उत्पादों / वस्तुओं की संख्या से संबंधित है जो आम तौर पर उपरोक्त सभी सुसज्जित क्षेत्र की रीढ़ हैं । इस तथ्य की वजह से, किसी भी उत्पाद और सामान के बारे में प्रारंभिक और अंतिम सच्चाई इसका उत्पादन और खपत हैं । सामान्य परिवहन समस्या वस्तुओं / उत्पादों की आपूर्ति और मांग की मात्रा के संदर्भ में मूल्य, लाभ, समय आदि के अनुकूलन (अधिकतम / न्यूनतम) से संबंधित है । अधिकतर बाजार की प्रकृति, उपभोक्ता व्यवहार, अन्य उत्पादों के साथ प्रतिस्पर्धा के कारण किसी भी उत्पाद की मांग और आपूर्ति पहले से तय नहीं हो सकती है । उपरोक्त तथ्य हमें अलग-अलग अंतराल के बीच मांग और आपूर्ति, मात्रा की अवधारणा को शामिल करने में सक्षम बनाता है जो उद्देश्य फलन को

भिन्नता की ओर ले जाता है। इस अवधारणा के तहत परिवहन मॉडल बहुत उपयोगी होते हैं ताकि विभिन्न स्रोतों से गंतव्य तक कुल परिवहन की मात्रा के साथ इष्टतम उद्देश्य मूल्य प्राप्त हो सकें।

इसके अलावा, प्रायः निर्धारित अवधि के भीतर मांग को पूरा करने में काफी मुश्किल होती है। वाहन चालक, स्रोतों और गंतव्यों के बीच की दूरी, परिवहन, सड़क की स्थिति, प्राकृतिक आपदाएं आदि कारक है जिन पर सामान्य परिवहन समस्या बहुत ज्यादा निर्भर करती है तथा जो देरी में परिणाम और उत्पादों के नुकसान का कारण बनता है। अब तक, सरल लागत और लाभ का अनुकूलन किया जा रहा है, यहां हम संभावनात्मक लागत और लाभ की शोध कार्यवाही प्रस्तुत करते हैं जो आपूर्ति और मांग मात्राओं के अनुसार समय पर निर्भर फलन है।

शोध ग्रंथो में पता चलता है कि Hitchcock[1] द्वारा पहले मूल टीपी पर चर्चा की गई और बाद में स्वतंत्र रूप से Koopmans[2] ने चर्चा की । Charnes और cooper[3] ने टीपी के लिए लक्ष्यसाधक पद्धति की शुरूआत की, वहीं Dantzig[4] द्वारा सबसे पहले सरल विधि के रूप में टी पी के लिए simplex method का इस्तेमाल किया गया है । Abbott *et al.*[5] ने उपभोक्ता-कार्यकर्ता को वस्तु मांग और श्रम आपूर्ति कार्यों के बीच संबंधो के लिए लागू किए गए, पसंद के शास्त्रीय सिद्धांत के निहितार्थों को संक्षिप्त किया है। Liu[6] ने अलग-अलग मांग और आपूर्ति के साथ टीपी की कुल लागत सीमा पर चर्चा की है जबकि Maity *et al*[7] नें अनिश्चित पर्यावरण के तहत बहु-उद्देशीय परिवहन समस्या (मल्टी-ऑब्जेक्टिव टीपी) को हल किया है। यह शोध पत्र निम्नलिखित भागों में व्यवस्थित है :

इस शोध पत्र में, भाग-2 समस्या पृष्ठभूमि पर विचार करता है जबकि भाग-3 उद्देश्य फलन के रूप में अस्तित्व लागत / लाभ फलन के तहत परिवहन मॉडल का प्रतिनिधित्व करता है। विभिन्न प्रकार की आपूर्ति और मांग मात्रा के साथ परिवहन मॉडल, संभाव्य लागत / लाभ फलन के तहत भाग-4 में चर्चा हुई है और भाग-5 में आपूर्ति और मांग में बदलाव के कारण सीमित उद्देश्य फलन मूल्यों के साथ परिवहन मॉडल की समाधान प्रक्रिया प्रदान की गई है । भाग-6 में एक संख्यात्मक चित्रण प्रस्तुत किया गया है जिसमें मॉडल और समाधान की प्रक्रिया की वैधता का पता चलता है, जबकि भाग-7 में परिणाम और चर्चा का विवरण है। इसके अलावा, भाग-8 इकाई समय के सबंधों में अस्तित्व लागत / लाभ फलन के चित्रात्मक विश्लेषण का प्रतिनिधित्व करता है। अंत में, भाग-9 में वर्तमान कार्य के आधार पर निष्कर्ष दिया गया है।

अंकन

x_{ij} = *कुल वस्तुओं की संख्या i स्रोत से j गंतव्य तक।*

c_{ij} = *इकाई वस्तु की परिवहन लागत i स्रोत से j गंतव्य तक।*

p_{ij} = *इकाई वस्तु पर पहुँचा लाभ i स्रोत से j गंतव्य तक।*

$S_{ij}(t)$ = *संभावना है कि वस्तुओं को अच्छी स्थिति में रहना होगा, जब i स्रोत से j गंतव्य तक ले जाया जाता है, जो समय (t) का फलन है।*

$S_{ij}(c_{ij})$ = *उत्तरजीविता लागत फलन i स्रोत से j गंतव्य तक।*

$S_{ij}(p_{ij})$ = *उत्तरजीविता लाभ फलन i स्रोत से j गंतव्य तक।*

$\tilde{a}_i$ = *आपूर्ति मात्रा में अंतर* i^{th} *स्रोत पर।*

$\tilde{b}_j$ = *मांग मात्रा में अंतर j गंतव्य पर।*

$[\underline{a_i}, \overline{a_i}]$ = *आपूर्ति मात्रा पर कम व ऊपरी सीमा* i^{th} *स्रोत पर।*

$[\underline{b_j}, \overline{b_j}]$ = *मांग मात्रा पर कम व ऊपरी सीमा j गंतव्य पर।*

u_i = *i आपूर्ति बाधा से जुड़ी दोहरी चर।*

v_j = *j मांग बाधा से जुड़ी दोहरी चर।*

2. समस्या चर्चा

आम तौर पर परिवहन समस्याओं (टीपी) में, निर्धारित समय अवधि के भीतर उत्पाद / माल की मात्रा का

परिवहन पूरा होना चाहिए; अन्यथा, विभिन्न प्रकार के दंड / हानि हो सकती है। यह उत्पादों की क्षति के संदर्भ में हो सकती है या देरी / समय की विलंब के कारण ग्राहक वस्तुओं के आदेश को रद्द कर सकता है। इस प्रकार का जुर्माना / हानि कुछ अर्थों में ट्रांसपोर्टर या वितरक की सद्भावना को प्रभावित करेगा । विभिन्न कारक जो परिवहन व्यवस्था को प्रभावित करते हैं जैसे कि सड़कों की स्थिति, गंतव्य स्थान की दूरी, परिवहन, और मौसम की स्थिति आदि, जो उत्पादों के देरी से वितरण का परिणाम है। इन परिस्थितियों में, परिवहन लागत और लाभ को एक निश्चित मूल्य के रूप में नहीं माना जा सकता है।

यदि परिवहन लागत और लाभ गैर-नियतात्मक हैं (निश्चित मूल्य नहीं) तो हम उत्तरजीविता लागत / लाभ की अवधारणा को प्रस्तुत करते हैं जो प्रस्तावित अध्ययन में लागत और लाभ का एक संभाव्य फलन है। [देखें[7]]

परिभाषा – (उत्तरजीविता लागत / लाभ)

यह एक संभावना है कि उत्पाद / माल परिवहन निर्णय निर्माताओं द्वारा प्रदान किए गए कुछ समय के मध्यांतर के साथ निर्धारित समयावधि में पूरा करने में सफल होगा, जिसे हमने अस्तित्व लागत / लाभ कहा है, जो टीपी में संभाव्य लागत / लाभ की अवधारणा की ओर इंगित करता है।

इसलिए, परिवहन समस्याओं में संभाव्य लागत वास्तविक / निश्चित लागत में बढ़ोतरी का कारण बनती है और स्थिर लाभ में कमी हो जाती है जिसके परिणामस्वरूप माल के परिवहन के मूल मूल्य में परिवर्तन होता है जिससे वस्तुओं / उत्पादों के लाभ में महत्वपूर्ण अंतर आता है।

यहाँ हम लागत / लाभ के लिए संभावना फलन $S_{ij}(t)$ को परिभाषित करते हैं जो कि समय "t" का एक फलन है।

$$S_{ij}(t) = \frac{\text{देरी के कारण सामान की संख्या (अच्छी स्थिति में)}}{\text{माल की कुल परिवहन संख्या}}$$

इसी प्रकार विफलता की संभावना $F_{ij}(t)$ को व्यक्त किया जा सकता है:

$$F_{ij}(t) = \frac{\text{देरी के कारण क्षतिग्रस्त वस्तुओं की मात्रा}}{\text{माल की कुल परिवहन संख्या}}$$

जाहिर है, हमारे पास $S_{ij}(t)+F_{ij}(t)=1$ (कुल संभावना प्रमेय) है।

उपरोक्त परिस्थिति पर विचार करने के लिए, हम लागत और लाभ में एक प्राचल के रूप में समय "t" कारक प्रयोग करते हैं जो लागत/लाभ के उद्देश्य के अंतर को उत्तरजीविता लागत/लाभ में कम करता है । जब अस्तित्व लागत / लाभ को उद्देश्य फलन में माना जाता है तो एक स्थिति उत्पन्न होती है कि क्या उद्देश्य को कम किया जाना चाहिए (कुल परिवहन लागत) या अधिकतम (कुल लाभ) ।[8]

<u>प्रकरण -I</u> जब उद्देश्य फलन को कम किया जाना है (परिवहन लागत / क्षति लागत) तो उत्तरजीविता लागत फलन को निम्नानुसार परिभाषित किया जा सकता है:

$$S_{ij}(c_{ij}) = c_{ij} + c_{ij}(1 - S_{ij}(t))$$

<u>प्रकरण-II</u> जब उद्देश्य फलन को अधिकतम किया जाना है (कुल लाभ) तो उत्तरजीविता लाभ फलन निम्नानुसार परिभाषित किया जा सकता है:

$$S_{ij}(p_{ij}) = p_{ij} - p_{ij}(1 - S_{ij}(t))$$

3. उत्तरजीविता लागत तथा लाभ फलन के साथ परिवहन समस्या

परिवहन समस्याओं (टीपी) की विभिन्न परिभाषाओं के अनुसार, कई सजातीय सामान / माल या उत्पाद / उत्पादों को विभिन्न स्रोतों (मूल / कारखानों आदि) से अलग गंतव्यों (बाजार आदि) तक इस तरह से पहुँचाया जाता है कि लाभ और लागत (लाभ / लागत) का कुल अनुपात अधिकतम हो । कुल परिवहन लागत न्यूनतम

हो और कुल परिवहन का समय भी न्यूनतम हो (जिसे उद्देश्य फलन कहा जाता है)। इसलिए, उत्पाद(ओं) की कुल संख्या(ओं) को निर्धारित किया गया है जो कि अधिकतम निर्धारित उद्देश्य(ओं) प्राप्त करने के लिए पहुँचाया जा रहा है (हैं)।

आइए हम विचार करें, $a_i (i=1,2,...,m)$ आपूर्ति की इकाइयों वाले m उत्पत्ति स्रोत तथा $b_j (j=1,2,...,n)$ मांग की इकाइयों के साथ n गंतव्यों के साथ एक परिवहन समस्या। i^{th} मूल से j^{th} गंतव्य तक इकाई उत्पाद के परिवहन की लागत, c_{ij} द्वारा दिया गया है। एक निर्णय चर x_{ij} परिभाषित किया गया है जो इष्टतम समाधान खोजने के लिए स्रोत से गंतव्य तक ले जाया गया। वस्तुओं की संख्या की मात्रा अज्ञात है।

इसलिए, टीपी के लिए शास्त्रीय गणितीय मॉडल निम्नानुसार है:

मॉडल 1

न्यूनतम/अधिकतम $Z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}(c_{ij}/p_{ij})x_{ij}$

का विषय है,

$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le a_i, \quad i = 1,2,...,m$

$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \ge b_j, \quad j = 1,2,...,n$

$\sum_{i=1}^{m} a_i \ge \sum_{j=i}^{n} b_j \quad x_{ij} \ge 0 \quad \forall i,j$

अब शास्त्रीय टीपी मॉडल में उत्तरजीविता लागत / लाभ कार्य को शामिल करने के बाद, नीचे दो प्रकरणों में मौजूद हो सकते हैं।

<u>प्रकरण I</u> जब उद्देश्य फलन न्यूनतमीकरण प्रकार का होता है:

मॉडल- 2

न्यूनतम $Z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left(S_{ij}(c_{ij})\right)x_{ij}$

उपरोक्त उद्देश्य फलन के सरलीकरण के बाद, हमारे पास समतुल्य है :-

न्यूनतम $Z = 2\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} - \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}\,S_{ij}(t)\,x_{ij}$

का विषय है,

$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le a_i, \quad i = 1,2,...,m$

$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \ge b_j, \quad j = 1,2,...,n$

$\sum_{i=1}^{m} a_i \ge \sum_{j=i}^{n} b_j \quad x_{ij} \ge 0 \quad \forall i,j$

<u>प्रकरण II</u> जब उद्देश्य फलन अधिकतमीकरण प्रकार का होता है:

मॉडल- 3

अधिकतम $Z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left(S_{ij}(p_{ij})\right)x_{ij}$

उपरोक्त उद्देश्य फलन के सरलीकरण के बाद, हमारे पास समतुल्य है

अधिकतम $Z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} p_{ij}\,S_{ij}(t)\,x_{ij}$ *का विषय है,*

$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le a_i, \quad i = 1,2,...,m$

$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \ge b_j, \quad j = 1,2,...,n$

$\sum_{i=1}^{m} a_i \ge \sum_{j=i}^{n} b_j \quad x_{ij} \ge 0 \quad \forall i\,j$

4. विभिन्न आपूर्ति और मांग के तहत गणितीय मॉडल

अधिकांश वास्तविक जीवन के टीपी में, आपूर्ति की मात्रा और सजातीय उत्पादों या माल की माँग की मात्रा कुछ उत्पादन नियोजन रणनीति और वर्तमान बाजार स्थिति के कारण नहीं जानी जाती है। इसलिए, निर्माता का निर्णय आपूर्ति और मांग मात्रा के बीच भिन्नता की स्थिति पर निर्भर करता है जो किसी निश्चित अंतराल में हो और जिसके बीच आपूर्ति और मांग मात्रा होनी चाहिए।

यहां, हम विचार करते हैं कि आपूर्ति की मात्रा a_i और मांग की मात्रा b_j अलग-अलग है, इसे $\tilde{a}_i$ और $\tilde{b}_j$ द्वारा क्रमशः प्रदर्शित किया जा सकता है तथा

$[\underline{a_i}, \overline{a_i}]$ और $[\underline{b_j}, \overline{b_j}]$ निम्न और ऊपरी सीमा के निकट अंतराल में हैं। [देखें[6]]

गणितीय मॉडल को अब निम्न रूप में प्रदर्शित किया जा सकता है:

मॉडल- 4

न्यूनतम $Z = 2\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} - \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}\, S_{ij}(t)\, x_{ij}$ *का विषय है,*

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le \tilde{a}_i, \qquad i = 1,2,...,m$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \ge \tilde{b}_j, \qquad j = 1,2,...,n$$

$$x_{ij} \ge 0, \qquad \forall i\ j$$

$$\tilde{a}_i \in [\underline{a_i}, \overline{a_i}],\ \ \tilde{b}_j \in [\underline{b_j}, \overline{b_j}], \qquad \forall i\ j$$

तथा

मॉडल- 5

अधिकतम $Z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} p_{ij}\, S_{ij}(t)\, x_{ij}$ *का विषय है,*

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le \tilde{a}_i, \qquad i = 1,2,...,m$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \ge \tilde{b}_j, \qquad j = 1,2,...,n$$

$$x_{ij} \ge 0, \qquad \forall i, j$$

$$\tilde{a}_i \in [\underline{a_i}, \overline{a_i}],\ \ \tilde{b}_j \in [\underline{b_j}, \overline{b_j}], \qquad \forall i, j$$

मॉडल-4 और ***मॉडल***-5 प्रस्तावित गणितीय मॉडल को अलग-अलग आपूर्ति और मांग मात्रा के तहत उत्तर-जीविता लागत और लाभ फलन के साथ दर्शाता है।

तार्किक रूप से, यदि किसी भी मापदंड में अंतर होता है जो एक निविष्ट आँकड़ा प्रोग्रामन होता है तो यह स्पष्ट होता है कि अयोग्य (अलग-अलग) परिणाम भी हो सकते हैं। इसलिए, अलग-अलग आपूर्ति और मांग मात्राओं के निम्न और ऊपरी सीमा के अनुसार, विशिष्ट फलन के अंतराल में भी उद्देश्य फलन का मूल्य भिन्न होगा।

5. समाधान प्रक्रियाएं

इस खंड में, हमने विभिन्न आपूर्ति लागत और मांग मात्रा के तहत कुल परिवहन लागत के निम्न और ऊपरी बाध्य को प्राप्त करने की एक विधि प्रस्तावित की है जो कि ऊपर के विभिन्न मॉडलों से निपटने के लिए काफी मुश्किल और महत्वपूर्ण है।

<u>**प्रकरण -I**</u> पहले हम ***मॉडल*** -4 की समाधान प्रक्रिया पर विचार करते हैं। यह मानते हुए कि

S

$$= \{(\tilde{a}_i, \tilde{b}_j) \mid \underline{a_i} \le \tilde{a}_i \le \overline{a_i}, \underline{b_j} \le \tilde{b}_j \le \overline{b_j}, \quad \forall i = 1,2,...,m \text{ and } j = 1,2,...,n\}$$

निश्चित अवधि के बीच परिभाषित विभिन्न आपूर्ति और मांग मात्रा का एक समूह हैं । अब प्रत्येक $(\tilde{a}_i, \tilde{b}_j) \in \boldsymbol{S}$ के लिए, हम दी गई बाधाओं के तहत ***मॉडल-4*** में उद्देश्य फलन मूल्य को $Z(\tilde{a}_i, \tilde{b}_j)$ रूप में परिभाषित करते हैं । मान लीजिए कि ***S*** पर, $Z(\tilde{a}_i, \tilde{b}_j)$ के परिभाषित न्यूनतम और अधिकतम मान, $\underline{Z}, \overline{Z}$ क्रमशः हैं।

तो, गणितीय रूप में इन्हें दिखाया जा सकता है:

$$\underline{Z} = \text{न्यूनतम}\{Z(\tilde{a}_i, \tilde{b}_j) \mid (\tilde{a}_i, \tilde{b}_j) \in \boldsymbol{S}\} \qquad (1)$$

$$\overline{Z} = \text{अधिकतम}\{Z(\tilde{a}_i, \tilde{b}_j) \mid (\tilde{a}_i, \tilde{b}_j) \in \boldsymbol{S}\} \qquad (2)$$

समीकरण (1) और (2) से, हम निम्नलिखित दो स्तर की गणितीय प्रोग्रामन समस्याओं का युग्म तैयार कर सकते हैं।

$$\underline{Z} = \underset{(\tilde{a}_i, \tilde{b}_j) \in S}{Min} \ \underset{x}{Min}\ 2\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} - \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij} S_{ij}(t) x_{ij}$$
$$\text{subject to, } \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le \tilde{a}_i \quad i = 1,2,...,m \qquad (3)$$
$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \ge \tilde{b}_j \quad j = 1,2,...,n$$
$$x_{ij} \ge 0 \quad \forall i \text{ and } j$$

तथा

$$\bar{Z} = \underset{(\tilde{a}_i, \tilde{b}_j) \in S}{Max} \quad \underset{x}{Min}\ 2\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} - \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}\, S_{ij}(t)\, x_{ij}$$

$$\begin{aligned} subject\ to,\ & \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le \tilde{a}_i \qquad i = 1,2,\ldots,m \\ & \sum_{i=1}^{m} x_{ij} \ge \tilde{b}_j \qquad j = 1,2,\ldots,n \\ & x_{ij} \ge 0 \qquad \forall i \text{ and } j \end{aligned} \tag{4}$$

उपरोक्त समीकरण (3) और (4) संभव है,

यदि $\sum_{i=1}^{m}\tilde{a}_i \ge \sum_{j=1}^{n}\tilde{b}_j, \quad \forall i \text{ and } j$.हो । चूंकि $\tilde{a}_i$ और $\tilde{b}_j$ को करीबी अंतराल के भीतर भिन्न होने की अनुमति दी जाती है, इसमें कम और ऊपरी बाउंड $[\underline{a_i}, \overline{a_i}]$, $[\underline{b_j}, \overline{b_j}]$ क्रमशः होते हैं । यह बाधा लगाने के लिए आवश्यक है कि कुल आपूर्ति समीकरण (3) में कुल मांग से बड़ा या उसके बराबर होनी चाहिए जो उपरोक्त परिवहन समस्या में समीकरण (4) की व्यवहार्यता की दिशा में आगे बढ़ेगी । इसलिए, समीकरण (3) और (4) को निम्न रूप में प्रदर्शित किया जा सकता है :

$$\underline{Z} = \underset{\substack{(\tilde{a}_i, \tilde{b}_j) \in S \\ \sum_{i=1}^{m}\tilde{a}_i \ge \sum_{j=i}^{n}\tilde{b}_j}}{Min} \quad \underset{x}{Min}\ 2\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} - \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}\, S_{ij}(t)\, x_{ij}$$

$$\begin{aligned} subject\ to,\ & \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le \tilde{a}_i \qquad i = 1,2,\ldots,m \\ & \sum_{i=1}^{m} x_{ij} \ge \tilde{b}_j \qquad j = 1,2,\ldots,n \\ & x_{ij} \ge 0 \qquad \forall i \text{ and } j \end{aligned} \tag{5}$$

तथा

$$\bar{Z} = \underset{\substack{(\tilde{a}_i, \tilde{b}_j) \in S \\ \sum_{i=1}^{m}\tilde{a}_i \ge \sum_{j=i}^{n}\tilde{b}_j}}{Max} \quad \underset{x}{Min}\ 2\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} - \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}\, S_{ij}(t)\, x_{ij}$$

$$\begin{aligned} subject\ to,\ & \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le \tilde{a}_i \qquad i = 1,2,\ldots,m \\ & \sum_{i=1}^{m} x_{ij} \ge \tilde{b}_j \qquad j = 1,2,\ldots,n \\ & x_{ij} \ge 0 \qquad \forall i \text{ and } j \end{aligned} \tag{6}$$

चूंकि समीकरण (5) ***S*** पर सबसे अच्छा संभव मानों का न्यूनतम प्रतिनिधित्व करता है, इसलिए एक गणितीय प्रोग्रामन समस्या में निम्न स्तर को दो स्तर की गणितीय प्रोग्रामन समस्याओं को सरल बनाने के लिए आंतरिक स्तर में बाहरी स्तर की बाधाओं को सम्मिलित करना उचित है:

मॉडल- ए

$\underline{Z} = \underset{x}{Min}\ 2\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} - \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}\, S_{ij}(t)\, x_{ij}$ *का विषय है,*

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le \tilde{a}_i, \qquad i = 1,2,\ldots,m \\ & \sum_{i=1}^{m} x_{ij} \ge \tilde{b}_j, \qquad j = 1,2,\ldots,n \\ & x_{ij} \ge 0, \qquad \forall i \text{ and } j \\ & \sum_{i=1}^{m}\tilde{a}_i \ge \sum_{j=1}^{n}\tilde{b}_j, \quad \forall i \text{ and } j \\ & \underline{a_i} \le \tilde{a}_i \le \overline{a_i}, \quad \forall i = 1,2,\ldots,m \\ & \underline{b_j} \le \tilde{b}_j \le \overline{b_j}, \quad \forall j = 1,2,\ldots,n \end{aligned}$$

अंत में ***मॉडल- ए*** एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या है और कुछ अनुकूलन सॉफ़्टवेयर का उपयोग करके इसका समाधान किया जा सकता है । बाधा $\sum_{i=1}^{m}\tilde{a}_i \ge \sum_{j=1}^{n}\tilde{b}_j, \quad \forall i \text{ and } j$, मॉडल- ए से हट सकती है यदि कुल आपूर्ति की निम्न सीमा पूरी मांग की ऊपरी सीमा के बराबर है, यानी, $\sum_{i=1}^{m}\underline{a_i} \ge \sum_{j=1}^{n}\overline{b_j}$ ।

अब समीकरण (6) सभी निर्णय चर पर सर्वोत्तम संभव उद्देश्य मानों के बीच अधिकतम मूल्य देगा । कुल परिवहन लागत की ऊपरी सीमा को खोजने के लिए, समीकरण (6) की आंतरिक समस्या की दोहरी तथ्य से प्राप्त की जानी चाहिए क्योंकि रैखिक प्रोग्रामन समस्या में, मूल मॉडल और दोहरे मॉडल का एक ही उद्देश्य मूल्य है । कोई तथ्य का उपयोग करके, समीकरण (6) की आंतरिक समस्या का दोहरीकरण अधिकतम प्रकार में बदल दिया जाता है जो समीकरण की बाहरी समस्या के अधिकतमीकरण प्रकार के समान हो जाता है । इसलिए समीकरण (6) के रूप में सुधार किया गया है :

$$\bar{Z} = \underset{\substack{(\tilde{a}_i, \tilde{b}_j) \in S \\ \sum_{i=1}^{m}\tilde{a}_i \ge \sum_{j=i}^{n}\tilde{b}_j}}{Max} \quad \underset{u,v}{Max}\ -\sum_{i=1}^{m} u_i\, \tilde{a}_i + \sum_{j=1}^{n} v_j \tilde{b}_j$$

का विषय है,

$$-\sum_{i=1}^{m} u_i + \sum_{j=1}^{n} v_j \le (2 - S_{ij}(t))c_{ij} \quad i=1,2,\ldots,m \;\&\; j=1,2,\ldots,n \quad (7)$$

$$u_i \;\&\; v_j \ge 0 \qquad \forall i,j \quad (7)$$

चूंकि समीकरण (7) ***s*** पर सबसे अच्छा संभव मानों का अधिकतम प्रतिनिधित्व करता है, इसलिए दो स्तरों के गणितीय प्रोग्रामन समस्याओं को एक गणितीय प्रोग्रामन समस्या को सरल बनाने के लिए आंतरिक स्तर में बाहरी स्तर की बाधाओं को सम्मिलित करना उचित है :

मॉडल- बी

$$\overline{Z} = \underset{u,v}{Max} - \sum_{i=1}^{m} u_i \tilde{a}_i + \sum_{j=1}^{n} v_j \tilde{b}_j$$ *का विषय है,*

$$-\sum_{i=1}^{m} u_i + \sum_{j=1}^{n} v_j \le (2 - S_{ij}(t))c_{ij} \qquad i=1,2,\ldots,m \;\&\; j=1,2,\ldots,n$$

$$\sum_{i=1}^{m} \tilde{a}_i \ge \sum_{j=1}^{n} \tilde{b}_j, \qquad \forall i=1,2,\ldots,m$$

$$\underline{a_i} \le \tilde{a}_i \le \overline{a_i}, \qquad \forall i=1,2,\ldots,m$$

$$\underline{b_j} \le \tilde{b}_j \le \overline{b_j}, \qquad \forall j=1,2,\ldots,n$$

$$u_i \;\&\; v_j \ge 0, \qquad \forall i,j$$

मॉडल-बी एक रैखिक रूप से सप्रतिबंधित अरेखीय प्रोग्राम है और इसे कई कुशल विधियों का उपयोग करके हल किया जा सकता है।

<u>**प्रकरण- II**</u> अब हम ***मॉडल***-5 के समाधान प्रक्रिया को समीकरण (2) तक समान तरीके से करते हैं । फिर समीकरणों (1) और (2) से, हम दो स्तर की गणितीय प्रोग्रामन समस्याओं की वैसे ही जोड़ी तैयार कर सकते हैं।

$$\underline{Z} = \underset{(\tilde{a}_i, \tilde{b}_j) \in S}{Min} \quad \underset{x}{Max} \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} p_{ij} S_{ij}(t) x_{ij}$$
$$\text{subject to} \quad \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le \tilde{a}_i \qquad i=1,2,\ldots,m \qquad (8)$$
$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \ge \tilde{b}_j \qquad j=1,2,\ldots,n$$
$$x_{ij} \ge 0 \qquad \forall i \text{ and } j$$

तथा

$$\overline{Z} = \underset{(\tilde{a}_i, \tilde{b}_j) \in S}{Max} \quad \underset{x}{Max} \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} p_{ij} S_{ij}(t) x_{ij}$$
$$\text{subject to} \quad \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le \tilde{a}_i \qquad i=1,2,\ldots,m \qquad (9)$$
$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \ge \tilde{b}_j \qquad j=1,2,\ldots,n$$
$$x_{ij} \ge 0 \qquad \forall i \text{ and } j$$

उपरोक्त समीकरण (8) और (9) संभव हैं यदि $\sum_{i=1}^{m} \tilde{a}_i \ge \sum_{j=1}^{n} \tilde{b}_j, \ \forall i \text{ and } j$ हो। इसके अलावा $\tilde{a}_i$ और $\tilde{b}_j$ को निम्न और ऊपरी बाध्य $[\underline{a_i}, \overline{a_i}]$ और $[\underline{b_j}, \overline{b_j}]$ क्रमशः बंद अंतराल के भीतर भिन्न होने की अनुमति है।

इस तरह से इसी तरह की प्रक्रिया का उपयोग करके जो समीकरण (3) और (4) को अंतिम समाधान योग्य ***मॉडल- ए*** और ***मॉडल-बी*** में परिवर्तित करने के लिए इस्तेमाल किया गया है, यहां भी हम अंतिम समाधान योग्य मॉडल में समीकरण (8) और (9) को परिवर्तित करते हैं। प्रस्तुत दोनों मॉडल का प्रतिनिधित्व ***मॉडल-सी*** और ***मॉडल- डी*** के रूप में नीचे दिया गया है :

मॉडल-सी

$$\underline{Z} = \underset{u,v}{Min} \quad \sum_{i=1}^{m} u_i \tilde{a}_i - \sum_{j=1}^{n} v_j \tilde{b}_j$$ *का विषय है,*

$$\sum_{i=1}^{m} u_i - \sum_{j=1}^{n} v_j \ge p_{ij} S_{ij}(t) \qquad i=1,2,\ldots,m \;\&\; j=1,2,\ldots,n$$

$$\sum_{i=1}^{m} \tilde{a}_i \ge \sum_{j=1}^{n} \tilde{b}_j, \qquad \forall i=1,2,\ldots,m$$

$$\underline{a_i} \le \tilde{a}_i \le \overline{a_i}, \qquad \forall i=1,2,\ldots,m$$

$$\underline{b_j} \le \tilde{b}_j \le \overline{b_j}, \qquad \forall j=1,2,\ldots,n$$

$$u_i \;\&\; v_j \ge 0, \qquad \forall i \text{ and } j$$

मॉडल-सी एक रैखिक रूप से सप्रतिबंधित अरैखीय प्रोग्रामन समस्या है और कई कुशल तरीकों के साथ ही सॉफ्टवेयर का अनुकूलन करके इसका समाधान किया जा सकता है।

मॉडल- डी

$$\overline{Z} = \underset{x}{Max} \quad \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} p_{ij} S_{ij}(t) x_{ij}$$ *का विषय है,*

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le \tilde{a}_i, \qquad i=1,2,\ldots,m$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \geq \tilde{b}_j, \qquad j = 1,2,...,n$$

$$x_{ij} \geq 0, \qquad \forall i \text{ and } j$$

$$\sum_{i=1}^{m} \tilde{a}_i \geq \sum_{j=1}^{n} \tilde{b}_j, \quad \forall i \text{ and } j$$

$$\underline{a_i} \leq \tilde{a}_i \leq \overline{a_i}, \quad \forall i = 1,2,...,m$$

$$\underline{b_j} \leq \tilde{b}_j \leq \overline{b_j}, \quad \forall j = 1,2,...,n$$

मॉडल- डी एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या है और कुछ अनुकूलन सॉफ़्टवेयर का उपयोग करके इसका समाधान किया जा सकता है।

अतः, अनुच्छेद 5 में हमने आपूर्ति और मांग मात्रा में भिन्नता के कारण उद्देश्य फलन के मुकाबले कुल लागत और लाभ अर्जित किया है । ***मॉडल-ए*** और ***मॉडल-बी***, कुल परिवहन लागत के निम्न और ऊपरी सीमा को दर्शाती हैं (**प्रकरण- I** न्यूनतम प्रकार के उद्देश्य फलन)। जबकि कुल लाभ के लिए निम्न और ऊपरी सीमा (**प्रकरण-II** अधिकतमीकरण प्रकार उद्देश्य फलन) ***मॉडल-सी*** और ***मॉडल-डी*** द्वारा दिया जाता है।

6. संख्यात्मक उदाहरण

प्रस्तावित मॉडल और समाधान प्रक्रिया को मान्य करने के लिए, इनपुट मान नीचे दिए गए हैं :

तालिका 1- परिवहन लागत (डॉलर में) और समय के नुकसान (सप्ताह में) (c_{ij} , $S_{ij}(t)$) स्रोतों से गंतव्य तक।

	गंतव्य 1	गंतव्य 2	गंतव्य 3
स्रोत 1	(20, 0.1)	(18, 0.15)	(22, 0.1)
स्रोत 2	(22, 0.2)	(20, 0.1)	(24, 0.3)

तालिका 2 - माल से लाभ (डॉलर में) और समय के नुकसान (सप्ताह में) (p_{ij} , $S_{ij}(t)$) स्रोतों से गंतव्य तक।

	गंतव्य 1	गंतव्य 2	गंतव्य 3
स्रोत 1	(3, 0.1)	(6, 0.2)	(4, 0.1)
स्रोत 2	(4, 0.3)	(3, 0.1)	(5, 0.15)

तालिका 3- आपूर्ति मात्रा बदलते हुए $\tilde{a}_i$ ।

स्रोत 1	$60 \leq \tilde{a}_1 \leq 120$
स्रोत 2	$75 \leq \tilde{a}_2 \leq 150$

तालिका 4- मांग मात्रा बदलते हुए $\tilde{b}_j$ ।

गंतव्य 1	$45 \leq \tilde{b}_1 \leq 90$
गंतव्य 2	$30 \leq \tilde{b}_2 \leq 60$
गंतव्य 3	$60 \leq \tilde{b}_3 \leq 120$

7. परिणाम और चर्चाएँ

सभी उपरोक्त चार गणितीय प्रोग्राम मॉडल का अनुकूलन सॉफ़्टवेयर LINGO 13.0 [8] का उपयोग करके हल किया गया है।

प्रकरण I उत्तरजीविता लागत के उद्देश्य फलन की निम्न और ऊपरी सीमा $\underline{Z} = 5157$ और $\overline{Z} = 10362$ के साथ अधिकतम आपूर्ति मात्रा $\tilde{a}_1 = 120$ *and* $\tilde{a}_2 = 150$ प्राप्त की गई है । मुद्दा यह है कि परिवहन की कुल लागत अधिकतम आपूर्ति मात्रा के साथ ऊपरी सीमा से अधिक नहीं होनी चाहिए। उपरोक्त उदाहरण में, कुल मात्रा जो आपूर्ति की जा सकती है वह 270 है, जो अधिकतम कुल आपूर्ति है। इसलिए, इस अधिकतम आपूर्ति मात्रा के लिए कुल परिवहन लागत $\tilde{Z} = 9936$ है, यद्यपि ऊपरी सीमा $\overline{Z} = 10362$ से पता चलता है कि अधिकतम लागत 270 की कुल आपूर्ति मात्रा पर प्राप्त की गई है। अंतः प्रेरित रूप से, उत्पादों के पूर्ण लदान के साथ ग्राहक की मांग मात्रा को पूरा करके कुल परिवहन लागत को कम करना उचित है।

प्रकरण II इसी तरह, उत्तरजीविता लाभ उद्देश्य फलन की निम्न और ऊपरी सीमा $\underline{Z} = 124.50$ और $\overline{Z} = 297$ को न्यूनतम मांग मात्रा $\tilde{b}_1 = 45, \tilde{b}_2 = 30$ *and* $\tilde{b}_3 = 60$ के साथ प्राप्त किया गया है। उल्लेखनीय बात यह है कि उत्पादों पर किए गए कुल लाभ न्यूनतम मांग मात्रा के साथ निम्न सीमा से कम नहीं होना चाहिए। उपर्युक्त संख्यात्मक उदाहरण में, कुल मांग मात्रा जो पूरी हो सकती हैं, वह 135 है, जो न्यूनतम कुल मांग है इसलिए

कुल 270 अधिकतम आपूर्ति और मांग मात्रा में कुल लाभ यानी, $\tilde{Z} = 249$ है। हालांकि, निम्न सीमा बाध्य $\underline{Z} = 124.50$ से पता चलता है कि न्यूनतम लाभ कुल आपूर्ति और मांग मात्रा यानी 135 पर प्राप्त किया गया है, अर्थात्, कुल परिवहन लागत को प्रभावित किए बिना, ग्राहक की मांग मात्रा को पूरा करके कुल लाभ को बढ़ाया जा सकता है तथा इसके लिए उचित यह है कि उत्पादों के अधिकतम लदान के साथ जुड़े रहना चाहिए।

8. उत्तरजीविता लागत / लाभ फलन का विश्लेषण

इस खंड में, संभाव्य लागत / लाभ फलन के व्यवहार पर विचार-विमर्श किया गया है जो यह बताता है कि कैसे इन दो फलन में यूनिट समय "t" कारक पर दिए गए कुछ विशिष्ट संभावनाओं के संबंध में भिन्नता है। इसका वर्णन करने के लिए उत्तरजीविता लागत और लाभ फलन का ग्राफिकल प्रतिनिधित्व किया गया है। इकाई देरी, समय "t" के संबंध में, संभावित निर्णय निर्माता को उसके लाभ या नीति या रणनीति के अनुसार परिभाषित किया जाता है।

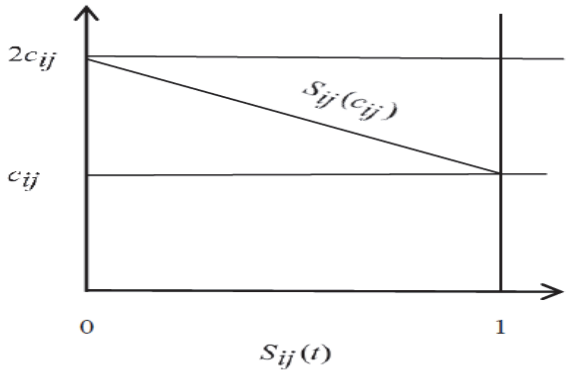


Figure-1. Survival Cost

चित्र -1 यह चित्र उत्तरजीविता लागत फलन S_{ij} (c_{ij}) को दर्शाता है जो कि नीचे की रेखा आलेख (2 c_{ij}) और (c_{ij}) के बीच तथा $S_{ij}(t)=0$ प्रायिकता के साथ क्रमशः इकाई समय (t) में है। इसका अर्थ यह है की वस्तु की परिवहन लगत उस स्थिति में वास्तविक अथवा सामान्य होगी जबकि यह सुनिश्चित हो कि परिवहन में होने वाले विलंब के कारण वस्तु या माल ठीक स्थिति में रहेगा और यह लागत ऐसी स्थिति में दुगनी होगी जब यह सुनिश्चित न हो कि वस्तु / माल निर्माताओं द्वारा निर्धारित अवधि में ठीक नही रहता। इसलिए जिम्मेदार व्यक्ति वस्तु की मांग और सप्लाई के अनुसार बाजार के सही संचालन के लिए समय की प्रायिकता को निर्दिष्ट करता है।

चित्र - 2 यह चित्र उत्तरजीविता लाभ फलन $S_{ij}(p_{ij})$ को दर्शाता है जो कि एक सरल रेखा 0 (शून्य) और (p_{ij}) के बीच ऊपर की ओर है तथा $S_{ij}(t)=0$, $S_{ij}(t)=1$ प्रायिकता के साथ क्रमशः इकाई समय (t) में होती है। चित्र से स्पष्ट है कि यदि उत्पाद की गारंटी है कि समय की देरी के साथ यह ठीक रहेगा तो लाभ वास्तविक होगा। समय की देरी के कारण होने वाले

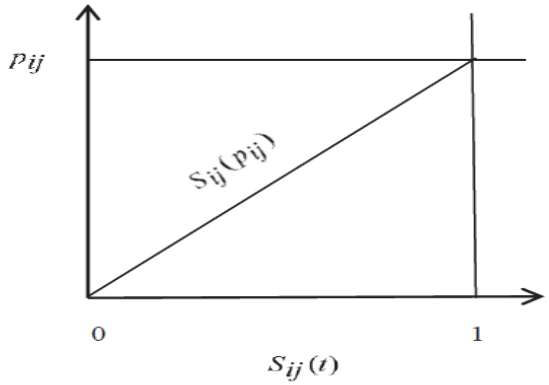


Figure-2. Survival Profit

नुकसान के कारण सामानों से कोई लाभ नहीं होगा। इस प्रकार यदि अच्छा उत्पाद टिकने वाला नहीं है, तो कोई लाभ भी नहीं। इसलिए, ट्रांसपोर्टर / वितरक पक्षों की अवांछित परेशानी और गैर-जिम्मेदार गतिविधियों से बचने के लिए इस प्रकार की लागत और लाभ फलन का उचित निर्णय निर्माताओं के लिए लाभप्रद होगा।

9. निष्कर्ष

परिवहन मॉडल को रसद और आपूर्ति श्रृंखला प्रबंधन के क्षेत्र में बहुत महत्व प्राप्त है। उदाहरणतया, लागत कम करने के लिए, समय को कम करने और सामान आदि पर होने वाले लाभ के लिए। उत्तरजीविता लागत

और लाभ उद्देश्य फलन की अवधारणा को इस तथ्य से जोड़ा गया है कि समय एक कारक जो लक्षित है । लक्ष्यों को प्राप्त करने के लिए परिवहन समस्याओं को प्रभावित करता है। आपूर्ति और मांग मात्रा में भिन्नता के कारण इस पत्र में संभाव्य उद्देश्य फलन के ऊपरी और निम्न अंतराल की गणना करने के लिए विधि की जांच की । बाह्य मूल्य और बाह्य स्तर के परिवहन समस्या, एक युगल उद्देश्य मानों को खोजने के लिए एक गणितीय प्रोग्रामन समस्या में बदली जाती है। प्राप्त परिणाम रेंज में मिलते हैं जहां कुल लागत और लाभ मौजूद हैं।

सामान्यतः संवेदनशीलता विश्लेषण लागू नहीं हो सकता क्योंकि प्रस्तावित विधि, आपूर्ति और मांग मात्रा में अचानक परिवर्तन की अनुमति देता है, और उद्देश्य फलन पर सीमा सीधे निर्धारित की जाती है । इसलिए उत्पादन रणनीति या गोदाम सूची के लचीले रूप में चलने के लिए कुल परिवहन लागत कम हो सकती है।

अंत में, प्रस्तुत शोध परिवहन की समस्याओं में से उत्पन्न वास्तविक जीवन स्थितियों से संबंधित है। यह परिवहन मॉडल, लागत के लिए बजट आवंटन में भी मदद करता है, जब आपूर्ति और मांग मात्रा में विविधता होती है । वर्तमान प्रतिस्पर्धी बाजार में जीवित रहने के लिए निर्धारित समय अवधि के भीतर परिवहन समस्याओं के हल प्राप्त करना अपरिहार्य होता है।

संदर्भ

[1] Hitchcock, F.L., (1941) The distribution of a product from several sources to numerous localities, Stud. Appl. Math., Vol. 20, pp. 224-230.

[2] Koopmans, T.C., (1949) Optimum utilization of the transportation system, Econometrica, J. Econom., Soc., Vol. 17, pp. 136-146.

[3] Charnes, A., Cooper ,W.W., (1954) The stepping stone method of explaining linear programming calculations in transportation problems, Managem. Sci., Vol. 1, pp. 49-69.

[4] Dantzig, G.B., (1963) Linear programming and extensions, Princeton University Press, Princeton, NJ.

[5] Abbott M, Ashenfelter, O., (1976) Labour supply, commodity demand and the allocation of time, The Rev. Econo. Stud., Vol. 43, pp. 389-411.

[6] Liu, S.T., (2003) The total cost bounds of the transportation problem with varying demand and supply, Omega, Vol. 31, pp. 247-251.

[7] Maity, G., Roy, S.K., Verdegay, J.L., (2016) Multi-objective transportation problem with cost reliability under uncertain environment, Int. J. Comput. Intell. Sys., Vol. 9, pp. 839-849.

[8] Sys, L. (2011) Inc., LINGO 13.0-optimization modeling software for linear, nonlinear, and integer programming.

हर्पीस वायरल हमले के प्रति प्रतिरक्षा प्रणाली की प्रतिक्रिया के लिए गणितीय निदर्शन

प्रमिला बाजपेयी
विद्या कॉलेज ऑफ इंजीनियरिंग मेरठ, भारत
pammimaths@gmail.com

वरुण कुमार
अक्सम विश्वविद्यालय, अक्सम, इथोपिया
dravarunvajpai@gmail.com

सार

हर्पीस एक जीवन-भर की बीमारी है जिसका कोई इलाज नहीं होता है। इस बीमारी के पीड़ितों में ठंडे फफोले, छाले, और त्वचा के संक्रमण के साथ-साथ आवधिक प्रकोप के लक्षण पाए जाते हैं। इस विषाणु के आक्रमण की प्राकृतिक जैविक प्रतिक्रिया एक एंटीबॉडी का उत्पादन करना है जो हर्पीस विषाणु की उपस्थिति को पहचानकर उसे उन्मूलन के लिए चिह्नित करता है। इस पत्र में हर्पीस वायरल डाइनेमिक्स का मूल्यांकन करने और हर्पीस विषाणु के हमले के लिए सीटीएल की प्रतिक्रिया की चर्चा की जाएगी।

कुंजी शब्द : गणितीय निदर्शन, पीवी मॉडल, एंटीबॉडी

1. प्रस्तावना

हर्पीस सिंप्लेक्स, जिसे आमतौर पर हर्पीस कहा जाता है, एक वायरल बीमारी है जो पूरे विश्व में कई लोगों को पीड़ित करती है। संदर्भ[1] इस समस्या का कोई सफल इलाज नहीं है और इस बीमारी के पीड़ितों को गंभीर लक्षणों जैसे, ठंडे फफोले, फफोले, और त्वचा के संक्रमण का सामना करना पड़ता है।[2] इस विषाणु के आक्रमण की प्राकृतिक जैविक प्रतिक्रिया एक एंटीबॉडी का उत्पादन करना है जो हर्पीस विषाणु की उपस्थिति को पहचान कर उसे उन्मूलन के लिए चिह्नित करता है।[3] आम तौर पर यह एंटीबॉडी वायरल संक्रमण पर उत्पन्न होते हैं। हालांकि वैज्ञानिक अध्ययन के इतिहास में अब तक किसी भी रोगी में एंटीबॉडी की उपस्थिति का दस्तावेजीकरण नहीं किया गया है।[4] इसका कारण यह है, विषाणु का प्रसार और व्यक्तियों के बीच प्राकृतिक एंटीबॉडी एकाग्रता में विविधताएं, प्राकृतिक एंटीबॉडी एकाग्रता और प्रतिरक्षा प्रतिक्रिया की प्रभावकारिता के बीच संबंधों की जांच की आवश्यकता होती है।[5] नोवाक पेपर मानव प्रतिरक्षा प्रतिक्रिया के तंत्रों में काफी अंतर्दृष्टि प्रदान करता है परंतु यह हर्पीस वायरल गतिशीलता का प्रभावी ढंग से वर्णन नहीं कर सकता है। इसका कारण यह है कि एंटीबॉडी हर्पीस के लिए प्राथमिक प्रतिरक्षा प्रतिक्रिया है। नोवाक मॉडल पूरी तरह एंटीबॉडी की भूमिका की उपेक्षा करता है, जो सीधे विषाणु पर हमला करता है इसलिए, संबंधित प्रतिरक्षा प्रतिक्रिया तंत्र के बारे में नोवाक मॉडल बहुत कम जानकारी देता है; बल्कि, यह संक्रमित कोशिकाओं पर लिम्फोसाइटों के हमले के माध्यम से वायरल भार को अप्रत्यक्ष घटाने का वर्णन करता है।[6]

एंटीबॉडी प्रतिरक्षा प्रतिक्रिया के लिए, नोवाक मॉडल को बदलने के लिए कुछ महत्वपूर्ण मान्यताओं और परिवर्तनों को माना जाता है। नए पीवी मॉडल संक्रमित कोशिकाओं के प्रतिरक्षा हमले को नहीं मानते हैं।इसके दो कारण हैं :-

1. यह माना जाता है कि संक्रमित कोशिकाओं पर लिम्फोसाइटों के प्रभाव की तुलना में विषाणु पर एंटीबॉडी का प्रभाव प्रतिरक्षी प्रतिक्रिया पर बल देता है।

2. यह माना जाता है कि संक्रमित कोशिकाओं के लियिंग (lysing) की दर उच्च (α) है । इसलिए, संक्रमित कोशिकाओं की कोई औसत दर्जे की मात्रा मौजूद नहीं है, क्योंकि संक्रमित कोशिकाओं को तत्काल ग्रहण करने के लिए ग्रहण किया जाता है और विषाणु उत्पन्न होता है। यह नोवाक मॉडल से संक्रमित कोशिका समीकरण ($\dot{y}$) को समाप्त करता है।

नोवाक मॉडल में लिंफोसाइट समीकरण को नए पीवी मॉडल में एंटीबॉडी ($\dot{z}$) के विकास के लिए एक समीकरण द्वारा प्रतिस्थापित किया गया है। यह माना जाता है कि सिस्टम में एंटीबॉडी की मात्रा प्रणाली में मौजूद विषाणु की मात्रा के लिए सीधे आनुपातिक है।[7] यह भी माना जाता है कि एंटीबॉडी एक प्राकृतिक क्षय दर का अनुभव करता है।[8]

इसके अलावा, नए मॉडल में प्रणाली में स्वस्थ कोशिकाओं के निरंतर सृजन या इनपुट और स्वस्थ कोशिका संख्या पर निर्भर स्वस्थ कोशिकाओं की प्राकृतिक मौत दर शामिल है। इसके अलावा, विषाणु के कारण स्वस्थ कोशिकाओं की मौत की दर शामिल है, जो दोनों विषाणु और स्वस्थ कोशिकाओं की संख्या पर निर्भर है।[9] वायरल ग्रोथ समीकरण ($\dot{v}$) स्वस्थ कोशिका संख्या और वायरल संख्या के आश्रित के रूप में वृद्धि करने के लिए निर्धारित है। इसके अलावा, यह वायरल वृद्धि संक्रमण की दर पर आधारित और प्रति कोशिका लीड्स (N) के उत्पादन के विषाणु की संख्या के रूप में बढ़ जाती है। एक प्राकृतिक वायरल मृत्यु दर प्रणाली और साथ ही एंटीबॉडी हमले से वायरल मृत्यु दर में संबंध माना जाता है। नए मॉडल को "प्रे-प्रेडेटर (शिकार-शिकारी)" मॉडल के रूप में माना जा सकता है। नोवाक मॉडल के अंदर विषाणु पर प्रत्यक्ष शिकार / हमले की कमी में मुख्य अंतर है। संक्रमित विषाणु को दोहराए जाने की अनुमति नहीं है क्योंकि संक्रमित कोशिकाओं को उनके विकसन से पहले लक्षित किया जाता है। नए मॉडल में, विषाणु को दोहराने की अनुमति नहीं है क्योंकि वे एंटीबॉडी के परिणामस्वरूप प्रत्यक्ष लक्ष्य हैं।

नोवाक मॉडल बनाम पीवी मॉडल: नोवाक आदि प्रतिरक्षा प्रतिक्रिया के साथ वायरल और स्वस्थ कोशिका संख्या के बारे में विचार-विमर्श महत्वपूर्ण अंतर्दृष्टि प्रदान करते हैं। वायरल संक्रमण के मॉडल के लिए, नोवाक जटिलता बढ़ने के कई मॉडल प्रस्तुत करता है। प्रारंभिक प्रणाली को तीन निम्न अवस्था चर के साथ मॉडल किया गया है: $\dot{x}$ (स्वस्थ कोशिकाएं), $\dot{y}$ (संक्रमित मेजबान कोशिकाएँ), और $\dot{v}$ (मुक्त विषाणु संख्या)। समीकरण निम्नानुसार हैं :

$$\dot{x} = \lambda - dx - \beta xv$$
$$\dot{y} = \beta xv - \alpha y$$
$$\dot{v} = ky - uv$$

λ	=	स्वस्थ कोशिका संख्या वृद्धि;
d	=	प्राकृतिक स्वस्थ कोशिका मृत्यु
β	=	वायरल संक्रमण की दर;
α	=	संक्रमित कोशिकाओं की मृत्यु दर
k	=	फ्री विषाणु विकास दर
u	=	वायरल नुकसान की दर

इस 3-डी मॉडल को समय के संबंध में दो परिदृश्यों से वर्णित किया जा सकता है। यदि कोई मानता है कि विषाणु के मूल प्रतिकृति अनुपात $R_0 = \frac{\beta\lambda k}{adu}$, और सभी मूल्यों में सकारात्मक हैं, तो R_0, 1 से अधिक या कम हो सकता है। यदि R_0, 1 से छोटा है, तो वायरल

संक्रमण बंद हो जाता है और सिस्टम एक स्वस्थ गैर-संक्रमित अवस्था जब,

$$x_0 = \frac{\lambda}{\delta}, \qquad y_0 = 0, \qquad and \qquad v_0 = 0$$

हालाँकि, यदि R_0, 1 से बड़ा है, तो संक्रमित कोशिका संख्या बढ़ जाती है और स्वस्थ कोशिका की संख्या घट जाती है। इससे वायरल संक्रमण की संभावना कम हो जाती है।

ये ऑफ़सेट मामले स्थिर अवस्था, या संतुलन के साथ इन स्थिर अवस्था बिंदुओं को प्राप्त करने के लिए एक अवमंदित दोलन के रूप में कार्य करते हैं,

$$x^* = \frac{\alpha u}{\beta k}, \qquad y^* = \frac{\lambda}{\alpha} - \frac{du}{\beta k}, \qquad and \qquad v^* = \frac{\lambda k}{\alpha u} - \frac{d}{\beta}$$

वायरल रेट समीकरण के शुरू में एक '-ßxv' पद है जो इस धारणा के आधार पर उपेक्षित किया जा सकता है कि विषाणु की बड़ी संख्या प्रणाली को छोड़कर एक विषाणु से बहुत प्रभावित नहीं होती है । इन संतुलन बिंदुओं के निहितार्थ दर्शाते हैं कि प्रणाली प्रतिरक्षा प्रतिक्रिया को सक्रिय किए बिना एक स्थिर बिंदु तक पहुंच सकती है। यह पेपर इस मॉडल को दो महत्वपूर्ण सीमाओं पर चर्चा करता है: (1) यदि α छोटा है (विषाणु cytopathic नहीं है) तो अधिकांश कोशिकाएं संक्रमित हो जाएंगी; (2) यदि α बड़ा है (विषाणु cytopathic है) तो कुल कोशिकाओं (संक्रमित + स्वस्थ) की संख्या बहुत कम होगी। स्थिर अवस्था समीकरणों से, α के बड़े मूल्यों में एक बड़ी स्वस्थ कोशिका संख्या पैदा होती है और सभी अन्य मापदंडों को स्थिर रखने के दौरान कुल विषाणु और संक्रमित कोशिकाओं की संख्या कम हो जाती है।[10]

मॉडल की जटिलता को बढ़ाने के लिए, नोवाक मॉडल संक्रमित कोशिकाओं के प्रति प्रतिरक्षा प्रतिक्रिया को शामिल करने के लिए बुनियादी मॉडल को बढ़ाकर शारीरिक स्थिति का अधिक सटीक प्रदर्शन करने के लिए प्रणाली में एक नया चर जोड़ता है। नया अवस्था चर z, Cytotoxic T Lymphocyte (सीटीएल) प्रतिक्रिया को दर्शाता है, जो स्वस्थ कोशिकाओं, संक्रमित कोशिकाओं और सीटीएल प्रतिक्रिया पर निर्भर होता है। इस 4 आयामी मॉडल के लिए नई मान्यताओं में निम्नलिखित शर्तें शामिल हैं –

pxy = जिस दर पर सीटीएल द्वारा संक्रमित कोशिकाओं को मार दिया जाता है,
bz = प्रतिरक्षा प्रतिक्रिया के बिना समय के साथ सीटीएल संख्या का प्राकृतिक क्षय,
cxz = सीटीएल प्रसार या प्रतिक्रिया की दर

$$\dot{x} = \lambda - dx - \beta xv$$
$$\dot{y} = \beta xv - \alpha v - pyz$$
$$\dot{v} = ky - uv$$
$$\dot{z} = cxy - bz$$

4-डी मॉडल के मुताबिक, सीटीएल प्रतिक्रिया पैदा करने के लिए संक्रमित कोशिकाओं की एक न्यूनतम मात्रा शुरू में मौजूद होनी चाहिए। यदि cy > b, तो सीटीएल प्रतिक्रिया बढ़ जाएगी । प्रणाली की दीर्घकालिक अवस्था निर्धारित नहीं की जा सकती क्योंकि यह सीटीएल प्रतिवेदन के अभाव में संक्रमित कोशिकाओं की स्थिर अवस्था संख्या पर निर्भर करता है और यह भी इस बात पर निर्भर करता है कि क्या सीटीएल के परिमाण से संक्रमित कोशिकाओं की संख्या ज्यादा या कम है। नोवॉक मॉडल में तो निष्कर्ष निकाला है कि यदि cy* > b स्थिर अवस्था की स्थिति में परिवर्तित हो जाता है तो इस नए मॉडल के 4 प्राचक (y* सरल मॉडल के लिए स्थिर स्थिति में y पर निर्भर करता है) के लिए अधिक जटिल है। हम $\hat{x}, \hat{y}, \hat{v}$ और $\hat{z}$ बिंदुओं को ग्रहण कर सकते हैं, और हालांकि, सरल मान्यताओं को बनाया जा सकता है यदि cy* > b ऐसा सच है: x* $< \hat{x}$, y* $> \hat{y}$, और v* $> \hat{v}$ । असल में, एक सक्रिय सीटीएल प्रतिक्रिया के दौरान स्थिर अवस्था मान मुक्त की विषाणु गिरावट और स्वस्थ कोशिकाओं में वृद्धि से संबंधित है।

नोवाक सीटीएल जवाबदेही और सीटीएल प्रतिक्रिया को परिभाषित करता है जो अंतर करने के लिए महत्वपूर्ण हैं । सीटीएल प्रतिक्रिया प्रणाली में विषाणु विशिष्ट सीटीएल की मात्रा है; हालांकि, सीटीएल जवाबदेही वह दर है जिस पर ये सीटीएल वायरल कणों के खिलाफ बढ़ते हैं । सीटीएल प्रतिक्रिया फ़ंक्शन व्यर्थ वायरल लोड प्रभाव । यदि cy > b और c वृद्धिशील रूप से अन्य सभी स्थिर स्थिरांक के साथ बढ़े हैं, तो वायरल भार कम से कम घट जाती है ।

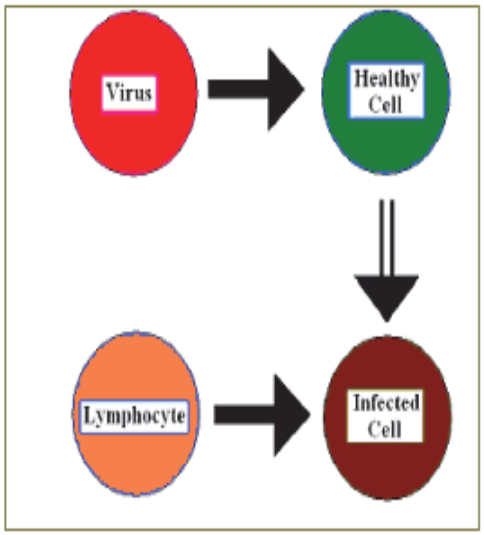
संतुलन पर वायरल लोड के लिए समीकरण $\dot{v} = \frac{bk}{cu}$ है और संक्रमित कोशिकाओं में संभावित विषाणु होते हैं जो कि $\dot{y} = \frac{b}{c}$ के रूप में प्रस्तुत किया जा सकता है । सीटीएल प्रतिक्रिया पर वायरल भार का प्रभाव अधिक जटिल है क्योंकि यह सभी मापदंडों द्वारा निर्धारित किया जाता है । इसके अलावा, यदि मुक्त विषाणु संख्या और संक्रमित कोशिकाएं उच्च भार में हैं, तो k>>u और β>>a उच्च वायरल और संक्रमित भार का सीटीएल प्रतिक्रिया पर नकारात्मक प्रभाव पड़ता है, जबकि छोटे भार सीटीएल प्रतिक्रिया को और अधिक प्रभावी बनाने के लिए प्रतीत होता है । जब P निरंतर होता है, सीटीएल प्रतिक्रिया की मात्रा z, संक्रमित कोशिकाओं y पर निर्भर करता है । यदि संक्रमित कोशिकाओं की मात्रा बढ़ जाती है, तो सीटीएल प्रतिक्रिया और मुक्त विषाणु संख्या भी बढ़ जाती है । जब अन्य सभी मानकों को स्थिर रखा जाता है, नोवाक का वर्णन है कि वायरल लोड संक्रमित कोशिकाओं और सीटीएल प्रतिक्रिया के लिए एक महत्वपूर्ण योगदान कारक है । नतीजतन, सीटीएल जवाब देही, सी, संक्रमित कोशिकाओं को नष्ट करके वायरल लोड को निर्धारित करता है, और इस तरह विषाणु संक्रमित कर सकते हैं जो कोशिकाओं की संख्या को सीमित करता है ।

ऊपर वर्णित नए एंटीबॉडी मॉडल समीकरणों की निम्नलिखित प्रणाली द्वारा दर्शाया गया है –

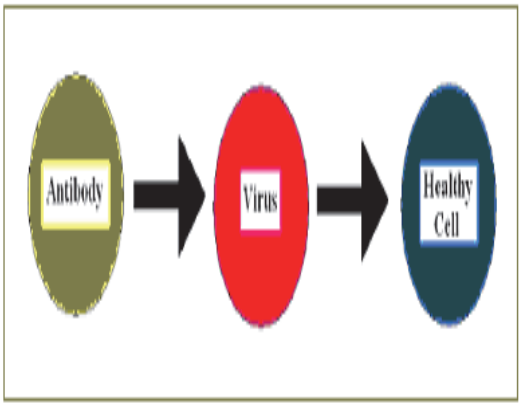
$$\dot{x} = \lambda - \delta x - \beta xv$$
$$\dot{v} = b\beta xy - \varepsilon v - kva$$
$$\dot{a} = \gamma v - \phi a$$

λ	= 2	(स्वस्थ कोशिका सृजन दर)
δ	= 2	(प्राकृतिक स्वस्थ कोशिका मृत्यु दर स्थिर)
β	= 3	(संक्रमण दर स्थिर)
n	= 5	(विषाणु की संख्या प्रति जारी की जाती है)
ε	= 1	(प्राकितिक वायरल स्थिर मौत दर)
k	= 1	(एंटीबॉडी के कारण वायरल मौत की दर स्थिर होती है)
γ	= 5	(एंटीबॉडी विकास दर स्थिर)
Φ	= 1	(एंटीबॉडी क्षय दर स्थिर)

नए मॉडल के लिए चर स्वाभाविक रूप से व्युत्पन्न हैं और शारीरिक रूप से उचित हो सकते हैं । एंटीबॉडी क्षय दर स्थिर (Φ) और विषाणु प्राकृतिक मौत दर स्थिर (ε) को सबसे कम स्थिर मूल्य मान लिया जाता है, इस प्रकार उन्हें 1 का मान दिया जाता है । एंटीबॉडी क्षय दर एंटीबॉडी सांद्रता के अध्ययन के बाद से छोटा माना जाता है समय के आश्रितों के रूप में, मानवों में एंटीबॉडी सांद्रता में अवलोकनात्मक गिरावट से धीमी गति से क्षय दर को दिखाया जा सकता है, यह दिखाया गया है कि संक्रमण के बाद एंटीबॉडी एकाग्रता में दो गुना कमी 1 वर्ष तक होती है ।[1] यह सर्वविदित है, क्योंकि रोग की प्रतिरक्षा क्षमता, जो h एंटीबॉडी सांद्रता का परिणाम होती है, पिछले कई वर्षों से प्रयोग में है । प्राकृतिक विषाणु की स्थिर मृत्यु दर विषाणु के कोशिकाओं को संक्रमित करने की बंधुता और इनके पुनरुत्पादन होने के कारण समान रूप से छोटा माना गया । क्योंकि विषाणु स्वस्थ कोशिकाओं पर निर्भर होते हैं, और स्वस्थ कोशिकाएं प्रचुर मात्रा में होती हैं, अतः प्राकृतिक विषाणु की क्षय-दर के स्थिर और छोटे होने की संभावना है ।



चित्र-1(a) नोवॉक मॉडल



चित्र-1(b) पीवी मॉडल

संक्रमण दर स्थिर (β) को 3 के मान के रूप में निर्धारित किया जाता है क्योंकि स्वस्थ कोशिकाओं की उपस्थिति में विषाणु के आकर्षण के कारण संक्रमण की दर ऊंची होनी चाहिए। संक्रमण के शुरू होने के बाद, हार्प्से या इन्फ्लूएंजा जैसे संक्रमण के उच्च स्तर की बीमारी तेजी से फैल होकर इंटिहाइव और शारीरिक रूप से उचित हो सकती है। इसके अलावा, यह माना जाता है कि 5 विषाणु प्रति ल्य्से (एन) जारी किए जाते हैं। शारीरिक रूप से, यह समझ में आता है क्योंकि प्रत्येक lyse (N) के बाद विषाणु संख्या बढ़ जाती है। एंटीबॉडी ग्रोथ रेट स्थिर (γ) को 5 के मान भी दिया जाता है क्योंकि उस गति के कारण जिस पर प्रतिरक्षा प्रणाली का हमला होता है। यह एंटीबॉडी की विकास दर के लिए महत्वपूर्ण है, विशेषकर जब संक्रमण की दर (3) की तुलना में, ताकि प्रतिरक्षा प्रणाली वायरल संक्रमण को दूर कर सके। स्वस्थ कोशिका सृजन दर (λ) और प्राकृतिक क्षय दर स्थिरांक (δ) को 2 निर्धारित किया जाता है। यह इसलिए है क्योंकि यह माना जाता है कि वयस्क मानव में कोशिकाओं के प्रतिस्थापन एक अपेक्षाकृत कम दर है। हालांकि, यह उम्मीद नहीं की जाती है कि यह विकास दर एंटीबॉडी के क्षय दर से कम हो, इस प्रकार यह चुना हुआ मूल्य समझा जा सकता है।

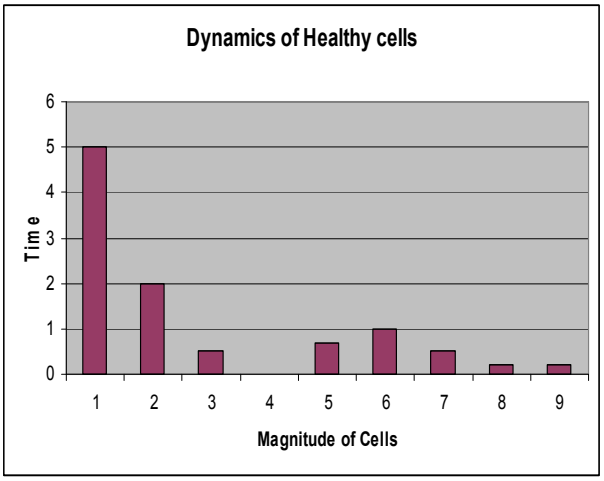
3. परिणाम और चर्चाएँ

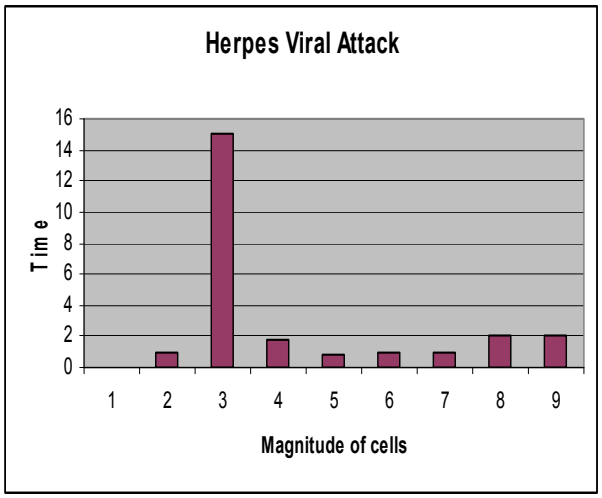
परिणामों के विश्लेषण में, यह माना जाता है कि लक्षणों की गंभीरता वायरल भार के सीधे आनुपातिक है। आंकड़े 2 (ए), (बी) और (सी) स्वस्थ कोशिकाओं की गतिशीलता, हर्पीस वायरल हमले और एंटीबॉडी विकास बनाम समय ये निष्कर्ष यह दर्शाते हैं कि प्रारंभिक एंटीबॉडी एकाग्रता के स्तर की परवाह किए बिना, अंतिम परिणाम और उनके अंतिम लक्षण एक समान रहते हैं। हालांकि, शरीर में उच्च प्राकृतिक एंटीबॉडी संख्या की उपस्थिति वायरल लोड को कम करके पहला संक्रमण के प्रारंभिक लक्षणों की गंभीरता को कम कर सकता है।

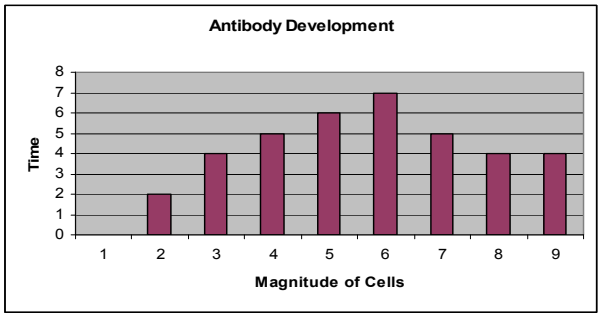
इसलिए, इन निष्कर्षों से, एक शक्तिशाली भविष्यवाणी जो प्रयोगात्मक रूप से जांचने योग्य है: संक्रमण से पहले मौजूद एंटीबॉडी वाले एक व्यक्ति को उस व्यक्ति की तुलना में कम गंभीर लक्षणों का सामना करना पड़ता है जो हर्पीस विषाणु के लिए पेश नहीं करते हैं। हालांकि, भावी बहिष्कार के लिए दोनों व्यक्ति लक्षणों की इसी तीव्रता का अनुभव करेंगे क्योंकि पहले संक्रमण के अंत में, दोनों व्यक्तियों में एंटीबॉडी की एकाग्रता एक ही मूल्य तक पहुँच जाएगी। प्रारंभिक एंटीबॉडी एकाग्रता के बावजूद, वायरल लोड और एंटीबॉडी एकाग्रता उसी स्थिर अवस्था मान तक पहुँच जाएगी।

संक्षेप में, प्रत्येक संक्रमण प्रभावी ढंग से प्रणाली को एक सामान्य मान में फिर से स्थापित करता है। हालांकि नया

मॉडल प्रारंभिक हर्पीस संक्रमण में महत्वपूर्ण अंतर्दृष्टि देता है, लेकिन इस मॉडल की कुछ कमियों को संबोधित किया जाना चाहिए। जबकि नए एंटीबॉडी मॉडल में स्थिरांक के लिए मूल्य वास्तव में शारीरिक रूप से सटीक नहीं हैं, तो मूल्यों के बीच संबंध सटीक बना रहता है। जबकि मॉडल में संख्यात्मक मूल्यों के रिश्ते तर्कसंगत हैं (यानी संक्रमण के दौरान एंटीबॉडी उत्पादन की दर निश्चित रूप से उसकी क्षय दर से अधिक है), और अंतर की भयावहता अनिश्चित है। उदाहरण के लिए, जबकि संक्रमण के दौरान एंटीबॉडी की विकास दर का अनुमान लगाने में उचित है, लेकिन क्षय दर-2 की तुलना में काफी अधिक है, इससे अनुमानित परिणामों की सटीकता में महत्वपूर्ण अंतर हो सकता है।







चित्र-2 (ए), (बी), और (सी) स्वस्थ कोशिकाओं की गतिशीलता, हर्पीस वायरल हमले और एंटीबॉडी विकास बनाम समय

फिर भी, प्रणालियों के बीच अंतर का पैटर्न उसी तरह रहना चाहिए और इस प्रकार अब प्रारंभिक हर्पीस संक्रमण के तंत्र में अंतर्दृष्टि प्रदान करनी चाहिए। नए एंटीबॉडी मॉडल की एक और गलती इस धारणा से उत्पन्न होती है कि विषाणु के साथ एंटीबॉडी बातचीत प्रतिरक्षा प्रणाली का एकमात्र जवाब है। यह अयोग्य है क्योंकि प्रतिरक्षा प्रतिक्रिया में कई अन्य जटिल प्रक्रियाएं शामिल हैं जो इस मॉडल में शामिल नहीं हैं। इसलिए, पूर्ण रूप से प्रतिरक्षा प्रतिक्रिया की भविष्यवाणी करने के लिए इस मॉडल का कोई मतलब नहीं है। इसके बजाय, मॉडल केवल एंटीबॉडी शामिल करने के लिए प्रतिरक्षा प्रतिक्रिया को सरल करता है ताकि हम विशेष रूप से प्रारंभिक संक्रमण पर पूर्व-मौजूद एंटीबॉडी के प्रभाव का अध्ययन कर सकें। इस परियोजना के लिए भविष्य के प्रयोगों में प्रतिरक्षा प्रणाली की अधिक विशेषताओं को शामिल करना शामिल है, जैसे कि प्रतिरक्षा प्रणाली की सख्त प्रतिक्रिया के बारे में मजबूत निष्कर्ष निकाला जा सकता है। वास्तव में, इस मॉडल में प्रतिरक्षा प्रणाली के कार्यों की एक विस्तृत श्रृंखला को शामिल करना, इनपुट के कई संयोजनों का उपयोग करके प्रभाव की जांच होती है, जो इच्छित परिणाम प्राप्त करने के लिए अलग-अलग हो सकते हैं। उदाहरण के लिए, सीटीएल प्रतिरक्षा के साथ संक्रमित कोशिकाओं की गतिशीलता को जोड़ा जा सकता है ताकि लगातार विषाणु के प्रति प्रतिरक्षा प्रतिक्रिया का अधिक पूर्ण प्रतिनिधित्व हो।

संदर्भ

[1] Falsey, A.R., Singh, H.K., Walsh, E.E., (2006) Serum antibody decay in adults following natural respiratory syncytial virus infection, Journal of Medical Virology, Vol. 78, No. 11, pp. 1493-1497.

[2] Kwon, H., (2007) Optimal treatment strategies derived from a HIV model with drug-resistant mutants, Appl. Math. Comput., Vol. 188, pp. 1193-1204.

[3] Annah, M., Xiaohua, X., Ian, K., (2007) Structured treatment interruptions : A control mathematical approach to protocol design, J. of Process Control, Vol. 17, pp. 586-590.

[4] Gottlieb, S.L., Douglas, J.M., Jr, Schmid, D.S., Bolan, G., Iatesta, M., Malotte, C.K., et al., (2002) Seroprevalence and correlates of herpes simplex virus type 2 infection in five sexually transmitted-disease clinics, J. Infect. Dis., Vol. 186, pp. 1381-1389.

[5] Dukers, N.H., Bruisten, S.M., van den Hoek J.A, de Wit J.B., van Doornum G.J., Coutinho, R.A., (2000) Strong decline in herpes simplex virus antibodies over time among young homosexual men is associated with changing sexual behaviour, Am. J. Epidemiol., Vol. 152, pp. 666-673.

[6] Nowak, M., Bangham, C., (2000) Population dynamics of immune responses to persistent viruses, Proc. Natl. Acad. Sci., USA, Vol. 85.

[7] Wolff, M.H., Schmitt, J., Rahaus, M., Dudda, H., Hatzmann, W., (2002) Clinical and subclinical reactivation of genital herpes virus, Intervirology, Vol. 45, pp. 20-23.

[8] Russell, D.B., Tabrizi, S.N., Russell, J.M., Garland, S.M., (2001) Seroprevalence of herpes simplex virus types 1 and 2 in HIV-infected and uninfected homosexual men in a primary care setting, J. Clin. Virol., Vol. 22, pp. 305-313.

[9] Roest, R.W., van der Meijden, W.I., van Dijk, G., Groen, J., Mulder, P.G., Verjans, G.M., et al., (2001) Prevalence and association between herpes simplex virus types 1 and 2-specific antibodies in attendees at a sexually transmitted disease clinic, Int. J. Epidemiol., Vol. 30, pp. 580-588.

[10] Nowak, M.A., May, R.M., (2000) Virus dynamics, Oxford University Press, Inc., New York.

[11] Nowak, M.A., Bangham, R.M., (1996) Population dynamics of immune responses to persistence viruses, Science, Vol. 272, pp. 74-79.

अधोजल संवेदक नेटवर्क : एक समीक्षा

कमल कुमार गोला
कंप्यूटर विज्ञान और इंजीनियरिंग विभाग,
उत्तराखंड तकनीकी विश्वविद्यालय,
देहरादून
kkgolaa1503@gmail.com

भूमिका गुप्ता
कंप्यूटर विज्ञान और इंजीनियरिंग विभाग, गोविंद बल्लभ
पंत इंस्टीट्यूट ऑफ इंजीनियरिंग एंड टेक्नोलॉजी,
पौड़ी गढ़वाल
mail2bhumikagupta@gmail.com

सार
आज के युग में, अधोजल संवेदक नेटवर्क शोधकर्ताओं के लिए सबसे दिलचस्प क्षेत्रों में से एक बन गया है। पृथ्वी का लगभग 70% भाग पानी से ढका है। अंतर्जल वातावरण में बहुत सारी बहुमूल्य और बहुपयोगी वस्तुएं उपलब्ध हैं, जो शोध का एक अच्छा क्षेत्र है। इस पत्र का मुख्य उद्देश्य जल के संवेदक नेटवर्क का एक विस्तृत परिचय प्रदान करके उस संवेदक नेटवर्क के प्रयोग और सीमाओं की व्याख्या करना है । अधोजल संवेदक नेटवर्क से संबंधित कुछ महत्वपूर्ण बिंदुओं को खोजने के लिए शोधकर्ताओं को इससे काफी मदद मिल सकती है, जिससे भविष्य में इस क्षेत्र में सुधार की अनेकानेक संभावनाएं पैदा हो सकती हैं।

कुंजी शब्द : वायरलेस संवेदक नेटवर्क (wireless sensor network), अधोजल (underwater), नेटवर्क आर्किटेक्चर

1. प्रस्तावना

आज के परिदृश्य में, वायरलेस संवेदक नेटवर्क, उन शोधकर्ताओं के लिए प्रमुख क्षेत्र में से एक बन गया है जहाँ एक संवेदक पर्यावरण के कारक, जैसे गर्मी, दाब, प्रकाश आदि के डेटा विश्लेषण और उसके निवेश का का पता लगाता है। संवेदक के रूप में वायरलेस नेटवर्क विद्युत संकेत को आगे के प्रक्रमण के लिए केंद्रीय नियंत्रक को प्रेषित करता है ।[1] वायरलेस संवेदक नेटवर्क में आमतौर पर कम लागत वाले, कम-शक्ति वाले और बहुक्रियाशील वायरलेस संवेदक नोड्स होते हैं, जो संवेदन और कंप्यूटिंग क्षमताओं से लैस होते हैं। ये संवेदक नोड्स एक वायरलेस माध्यम से कम दूरी पर जुड़े रहते हैं और एक सामान्य कार्य को पूरा करने के लिए सहयोग करते हैं, उदाहरण के लिए, पर्यावरण निगरानी, सैन्य निगरानी और औद्योगिक प्रक्रिया नियंत्रण इत्यादि ।[2, 3]

वायरलेस संवेदक नेटवर्क आमतौर पर बहुपथ प्रसार के सिद्धांत पर काम करता है । संवेदक नोड्स में एक ऑन-बोर्ड प्रोसेसर लगाया जाता है, जो नोड्स को संयोजित रखने में मदद करता है जिससे कि पर्यावरण की

स्थिति में भी लगातार संप्रेषण बना रहता है । डेटा संलयन की प्रक्रिया में संवेदक नोड्स और आधार स्टेशन (base station) के बीच प्रसारित डेटा की मात्रा कम हो सकती है । इस एक या एक से अधिक डेटा पैकेट को एक अलग पैकेट के उत्पादन के लिए अलग-अलग संवेदक नोड से मिलाया जाता है ।[4] सभी संवेदक नोड्स केवल आवश्यक और आंशिक रूप से संसाधित डेटा की गणना और संचारित करने के लिए उनकी प्रक्रमण क्षमता का उपयोग करते हैं।

वायरलेस संवेदक नेटवर्क के सामान्य तत्व नीचे दिए गए हैं :

संवेदक नोड या स्रोत नोड: यह सिग्नल को बेतार संचार के माध्यम से पर्यावरणीय घटनाओं और रिपोर्टिंग मापन के भौतिक संवेदन के लिए जिम्मेदार है।

सिंक या आधार स्टेशन **:** यह एक नोड है जो इंटरनेट द्वारा संवेदक क्षेत्र और नेटवर्क के बीच इंटरफ़ेस प्रदान करने के लिए प्रयोग किया जाता है। दूसरे शब्दों में, यह WSN और बाहरी दुनिया के बीच प्रवेश द्वार के रूप में कार्य करता है।

कार्य प्रबंधक नोड **:** उपयोगकर्ता इस नोड का उपयोग विश्लेषण तथा डेटा प्रदर्शन अथवा उसका निवेश करने के लिए करता है, और नेटवर्क प्रबंधक आगे के उपयोग के लिए इसका प्रबंधन कर सकता है । अधोजल का संवेदक नेटवर्क एक नई उभरती हुई तकनीक है, जिसका अंतर्जल वातावरण में खोज करने की तकनीक को प्रदान करने के लिए उपयोग किया जाता है । सीमित स्मृति, बैंडविड्थ और ऊर्जा के साथ सेंसरों का एक छोटा सा आकार जल के अलग-अलग वातावरण में होने वाली गतिविधि की निगरानी के लिए जल के विभिन्न स्तरों पर तैनात किया जाता है । ये नोड जानकारी को समझने और सूचना की प्रक्रिया को पूरा करने में सक्षम होते हैं। ध्वनिक संकेतों के माध्यम से उस सिग्नल को जानकारी भेजी जाती है । स्वायत्त अधोजल वाहन या अज्ञात वाहन को अधोजल क्षेत्र की निगरानी के लिए संवेदक नोड से सुसज्जित किया जाता है । अधोजल संवेदक नेटवर्क में रेडियो तरंगें कम प्रभावी होती हैं इसलिए इसका उपयोग कम किया जाता है । इसलिए अधोजल में संचार के लिए ध्वनिक संकेत सर्वोत्तम विकल्प हैं जिसके माध्यम से डेटा अभिगम (सिंक) पर पहुंचता है और उसके बाद रेडियो तरंग का इस्तेमाल करके डेटा आधार स्टेशन को भेजा जाता है।

2. ध्वनिक संचार की मूल बातें

ध्वनिक संकेत के साथ बहुत सारी चुनौतियाँ जुडी हुई हैं, जैसे पथ हानि, त्रुटि दर (Error Rate), प्रसारण विलंब (प्रोपोगेशन डिले), निम्म पारकबैंड (लोअर बैंडविड्थ) इत्यादि ।[5]

ध्वनिक संचार में, पथ (P_loss) हानि को दूरी और आवृत्ति से परिभाषित किया जा सकता है:

$$P_Loss\left(d, f\right) = PLoss_0 d^k a\left(f\right) \qquad (1)$$

जहां पर d दूरी है, f संकेत आवृत्ति है, k प्रसार कारक है जिसका मूल्य, गोलाकार कारक और व्यावहारिक प्रसार पर निर्भर करता है । यहाँ a (f) एक अवशोषण गुणांक है। नीचे दिया गया सूत्र उच्च आवृत्ति के लिए है ।[6]

$$10log_a\left(f\right) = 0.11 f^2 / \left(1+f^2\right) + 44 * f2/ \left(4100+f2\right) +2.75* 10^{-4} f^2 +0.003 \quad (2)$$

जबकि कम आवृत्तियों के लिए नीचे दिया गया सूत्र उपयुक्त होता है।

$$10log_a\left(f\right) = 0.11 f^2 / \left(1+f^2\right)+ 0.011* f^2 +0.002 \quad (3)$$

पानी के नीचे के संचार में, दो प्रकार के शोर होते हैं जैसे प्राकृतिक शोर, जो मछलियों और ज्वार से उत्पन्न होते हैं, और दूसरा मानव निर्मित आवाज़े हैं जो जहाजों की गति अथवा अन्य मानवीकृत संसाधनों से उत्पन्न हो सकती हैं।

अधोजल संचार में देरी भी एक बड़ी चुनौती है । आम तौर पर ध्वनिक तरंगों की गति 1500m/s है जिसमें 0.67s/km. की देरी होती है । दाब, तापमान और गहराई जैसे कुछ मापदंड, पानी के नीचे के संचार में

ध्वनि वेग को प्रभावित करते हैं । जब दबाव और तापमान मापा जाता है, तो नीचे दिए गए सूत्र को वेग की गणना के लिए उपयोग किया जाता है-

$$C = 1449.2 + 4.6T - 0.055T^2 + 0.00029T^3 + (1.34 - 0.010T)(S - 35) + 0.016d \quad (4)$$

यहाँ तापमान (T) सेंटीग्रेड (°C), में है, *S* प्रति हजार (%) पानी के हिस्सों में नमक है, D मीटर में गणना की जाने वाली गहराई को इंगित करता है, और C ध्वनि वेग है जो प्रति सेकंड मीटर में गणना की जाती है।

उपरोक्त सूत्र निम्न शर्तों के लिए उपयुक्त है[7]

$$0 \le T \le 35^{\circ}C, 0 \le S \le 45‰, \text{ and } 0 \le z \le 1000m \quad (5)$$

3. अधोजल संवेदक नेटवर्क आर्किटेक्चर

3.1 1-आयामी आर्किटेक्चर

इस प्रकार की आर्किटेक्चर में संवेदक नोड को अलग से तैनात किया जाता है । प्रत्येक संवेदक नोड एकल नेटवर्क के रूप में कार्य करता है । प्रत्येक संवेदक नोड का कार्य यह होता है कि वह पर्यावरण के विश्लेषण को समझने के लिए सूचना को एकत्रित करे और फिर उस सूचना को दूरस्थ आधार स्टेशन पर प्रेषित करे ।[8,9]

3.2 2-आयामी आर्किटेक्चर

इस प्रकार की आर्किटेक्चर नेटवर्क से संबंधित है जहां बड़ी संख्या में नोड गुच्छ के रूप में तैनात किए जाते हैं। प्रत्येक गुच्छ के लिए, एक गुच्छ प्रमुख होता है जो अपने संबंधित गुच्छ के सदस्यों से डेटा पैकेट को एकत्र करने के लिए जिम्मेदार होता है और एकत्रित सूचना मुख्य नोड को भेजता है । अधिकतर गुच्छ प्रमुख का स्थान पानी की सतह पर लंगर की तरह होता है। विस्तृत जानकारी के लिए संदर्भ[9,10] देखें।

3.3 3-आयामी आर्किटेक्चर

इस प्रकार की आर्किटेक्चर नेटवर्क को संदर्भित करता है जहां संवेदक नोड का एक समूह विभिन्न गहराई में पानी के नीचे के वातावरण में एक गुच्छ बनाता है। प्रत्येक गुच्छ के लिए, एक गुच्छ प्रमुख है जो अपने संबंधित सदस्य से डेटा एकत्र करने और आधार स्टेशन को उस डेटा को आगे बढ़ाने के लिए जिम्मेदार है । इस आर्किटेक्चर में तीन प्रकार के संचार होते हैं: संवेदक नोड और एंकर नोड के बीच अंतर-गुच्छ संचार, विविध गहराई पर नोड्स द्वारा अंतर-गुच्छ संचार और अंतिम मुख्य संचार के लिए लंगर है । पानी के नीचे के वातावरण की प्रकृति और अनुप्रयोग यह निर्धारित करता है।

3.4 4-आयामी आर्किटेक्चर

इस प्रकार की आर्किटेक्चर का मतलब नेटवर्क से तय होता है जिसमें तय 3-आयामी पानी के भीतर संवेदक नेटवर्क और मोबाइल पानी के नीचे संवेदक नेटवर्क का संयोजन होता है। रिमोट ऑपरेटिव पानी के नीचे वाहन वाले मोबाइल पानी के नीचे संवेदक नेटवर्क को एंकर नोड से जानकारी एकत्र करने और दूरस्थ / आधार स्टेशन को उस जानकारी को अग्रेषित करने के लिए इस्तेमाल किया जाता था । ये वाहन स्वायत्त वाहन, पनडुब्बी रोबोट, जहाज या पनडुब्बी हो सकते हैं । प्रत्येक संवेदक नोड दूरी पर आधारित जानकारी सीधे पानी के नीचे के वाहन पर भेज सकते हैं कि यह आरओवी को कितना बंद कर दिया गया है। पानी के नीचे के डेटा और दूरी परिभाषित करते हैं कि आरएफ संचार या ऑप्टिकल संचार होंगे। यदि संवेदक नोड में बहुत डेटा और आरओवी के करीब है, रेडियो लिंक इस्तेमाल किया जा सकता है। जबकि ध्वनिक लिंक का उपयोग किया जाता है जब संवेदक नोड छोटे डेटा वाले और आरओवी से दूर होता है।[11, 12]

4. अधोजल संवेदक नेटवर्क का उपयोग

मॉनिटरिंग में उपयोग इस अनुप्रयोग में पर्यावरण, गुण, विशेषताओं और पानी के भीतर रुचिकर वस्तु से संबंधित निगरानी की बात है। यह अनुप्रयोग विशेष रूप से भौतिक वातावरण की निगरानी के लिए संबंधित है।

इस अनुप्रयोग को तीन भागो में विभाजित किया गया है। **सबसे पहले पानी की गुणवत्ता की निगरानी करना है:** पानी सबसे मूल्यवान संसाधनों में से एक है जो पानी के नीचे और पानी के ऊपर रहने के लिए प्राथमिक आवश्यकता है । इसलिए पानी की निगरानी करना आवश्यक है। **दूसरा, आवास की निगरानी करना है:** यह अनुप्रयोग सजीव वातावरण से संबंधित है। आवास की निगरानी को आगे **रीफ, समुद्री जीवन, मछली क्षेत्र आदि** की निगरानी में विभाजित करते हैं। तीसरा, **पानी के नीचे की अन्वेषण की निगरानी करना है:** इस अनुप्रयोग द्वारा तेल और गैस आदि जैसे पानी के भीतर उपलब्ध खनिजों की निगरानी करना शामिल है, जिससे पानी के नीचे की पाइपलाइनों पर निगरानी रखा जा सके, क्योंकि इन पाइपलाइनों का उपयोग तेल और गैस आदि के लिए किया जाता है।[13]

आपदा के समय उपयोग इसका उपयोग बाढ़, ज्वालामुखी, भूकंप और सुनामी की निगरानी के लिए किया जाता है।

सैन्य कार्यों में उपयोग आम तौर पर स्वायत्त अंडरवाटर वाहन (एयूवी) का इस्तेमाल पनडुब्बियों को खोजने, बंदरगाहों और खानों को हासिल करने के लिए किया जाता है । कुछ संवेदक उपकरणों जैसे मेटल डिटेक्टर, कैमरा आदि निगरानी के उद्देश्य के लिए एयूवी से सुसज्जित हैं।

5. अधोजल संवेदक नेटवर्क के लिए संवेदक नोड्स तैनाती तकनीक

अधोजल संवेदक नेटवर्क की तैनाती की तकनीक को नोड की गतिशीलता के आधार पर तीन श्रेणियों में वर्गीकृत किया गया है । पहला स्थिर है, दूसरा स्व-समायोजन है और तीसरा – गतिशील सहायतायुक्त तैनाती है । परिनियोजन उद्देश्य, नोड प्रकार, कनेक्टिविटी, ऊर्जा की खपत और कवरेज जैसी तैनाती से संबंधित कुछ कारक हैं और प्रत्येक तैनाती तकनीक इन कारकों पर विचार करती है। स्थैतिक परिनियोजन में यह माना जाता है कि संवेदक नोड तैनाती के बाद अपना स्थान नहीं बदल सकते है। इस तरह की तैनाती एक वास्तविक तैनाती नहीं है। यहां नीचे की परत मे संवेदक नोड एक गुच्छ आधारित आर्किटेक्चर को व्यवस्थित करते हैं और कई पथ प्रक्रियाओं का उपयोग करते हुए उनके संवेदनशील डेटा को सतह के स्टेशनों को भेजते हैं ।[17] स्व-समायोजन तैनाती में यह माना जाता है कि संवेदक नोड्स की प्रारंभिक तैनाती के बाद, सभी संवेदक नोड में नेटवर्क में उनके स्थान को समायोजित करने की क्षमता है । तैनाती का प्रकार अतिव्यापी समस्या को कम करता है और नेटवर्क कनेक्टिविटी और लिंक गुणवत्ता को बेहतर बनाता है। क्षैतिज समायोजन के लिए, संवेदक नोड्स फ़्लोटिंग बोरों से लैस हैं, जबकि ऊर्ध्वाधर समायोजन के लिए, संवेदक नोड तारों के माध्यम से फ्लोटिंग बोरों से लैस हैं । ये तार संवेदक नोड्स की गहराई को नियंत्रित करने के लिए उपयोग किया जाता है । ग्लाइडर भी किसी विशिष्ट क्षेत्र के गश्त के लिए पूर्वनिर्धारित प्रक्षेपवक्र का पालन करते हैं ताकि कुछ विशिष्ट निगरानी पूरी हो सकें।

6. अधोजल संवेदी नेटवर्क के लिए मार्ग तकनीक

बहुत से शोधकर्ता हैं जिन्होंने अधोजल संवेदक नेटवर्क के लिए अनुमार्गन (routing) तकनीक प्रस्तावित की है और हर एक तकनीक के कुछ लाभ है और कुछ हानि है । अनुमार्गन तकनीक का मुख्य उददेश्य डाटा को एक स्थान से दूसरे स्थान पर कम से कम समय में ले जाना है ताकि नेटवर्क और संवेदक नोड की जिन्दगी जल्दी ख़त्म न हो । अधोजल संवेदक नेटवर्क मे दो प्रकार के प्रोटोकॉल्स होते हैं । कुछ प्रोटोकॉल्स स्थान पर निर्भर करते है और कुछ नहीं । वो प्रोटोकॉल्स जिन्हें पहले से ही नेटवर्क की जानकारी होती है इस तरह के प्रोटोकॉल्स स्थान पर निर्भर करते हैं और ये भी माना जाता है कि इन प्रोटोकाल को नोड का स्थान पहले से ही पता होता है। स्थान रहित प्रोटोकाल में पहले से ना तो नोड का स्थान और ना ही नेटवर्क की जानकारी होती है।

7. निष्कर्ष और भविष्य की दिशाएँ

अधोजल संवेदक नेटवर्क अनुसंधान कार्य के आधार पर नीचे दिए हुए कुछ बिंदुओं पर काम किया जा सकता है –

i. क्षेत्र कवरेज और नेटवर्क कनेक्टिविटी बढ़ाने के लिए एक तकनीक विकसित करना।

ii. सुरक्षा अधोजल संवेदक नेटवर्क में एक प्रमुख मुद्दा है। इसलिए सुरक्षित मार्ग तकनीक भी आवश्यक है।

iii. विरल और उच्च घनत्व क्षेत्र के लिए मार्ग तकनीक।

iv. अधोजल संवेदक नेटवर्क के मामले में, अनुमार्गन तकनीक वास्तविक समय अनुप्रयोगों के लिए सख्त सीमा होना चाहिए।

v. जल प्रवाह के अनुसार एक गतिशीलता मॉडल भी आवश्यक है।

vi. ऊर्जा की चिंता के रूप में, किसी को एक अनुमार्गन प्रोटोकॉल का विकास करना चाहिए जिसमें संदेश लंबे रास्ते की जगह छोटे रास्ते से भेज सके।

vii. अनुमार्गन का संरूप स्वयं बदलना चाहिए क्योंकि विफलता की स्थिति में उपकरण, विशेषज्ञों से बहुत दूर तैनात है।

संदर्भ

[1] Gola, K.K., Bhumika, G., Zubair, I., (2014) Implementation and result analysis of secure strategy for high speed transmission and efficient collection of data in wireless sensor network, IJCA, Vol. 108, No. 17, pp. 19-27.

[2] Singh, S.K., Singh, M.P., Singh, D.K., (2010) A survey of energy-efficient hierarchical cluster-based routing in wireless sensor networks. International Journal of Advanced Networking and Application (IJANA), Vol. 2, No. 2, pp. 570–580.

[3] Singh, S.K., Singh, M. P., Singh, D. K., (2010), Energy-efficient homogeneous clustering algorithm for wireless sensor network, International Journal of Wireless & Mobile Networks (IJWMN), Vol. 2, No. 3, pp. 49-61.

[4] Zheng, J., Jamalipour, A., (2009) . Wireless Sensor Networks, A Networking Perspective. John & Sons, Inc.

[5] Muhammad, A., Imran, B., Azween, A., Ibrahima F., (2011) A Survey on routing tehcniques in underwater wireless sensor networks, Journal of Network and Computer Applications. Vol. 34, No. 6, pp. 1908-1927.

[6] Jafri, M.R., Ahmed, S., Javaid, N., Ahmad, Z., Qureshi., R. J., (2013) AMCTD: Adaptive mobility of courier nodes in threshold optimized DBR algorithm for underwater wireless sensor networks. In Proceedings of the IEEE 8th International Conference on Broadband, Wireless Computing, Communication and Applications, IEEE (BWCCA ’13), Compiegne, France, pp. 93–99.

[7] Hollinger, G.A., Choudhary, S., Qarabaqi, P., (2012) Underwater data collection using robotic sensor networks. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Vol. 30, No. 5, pp. 899-911.

[8] Cui, J.H., Kong, J., Gerla, M., Zhou, S., (2006) The challenges of building mobile underwater wireless networks for aquatic applications, IEEE Network, Vol. 20, No. 3, pp.12-18.

[9] Domingo, M.C., Prior, R., (2008) Energy analysis of routing protocols for underwater wireless sensor networks, Computer Communications, Vol. 31, No. 6, pp. 1227-1238.

[10] Yoon, S., Azad, A.K., Oh, H., Kim., S., (2012) An AUV-aided underwater routing protocol for underwater acoustic sensor networks, Sensors, Vol. 12 , No. 2, pp. 1827-1845.
[11] Emad, F., Faisal, S.K., Umair, Q.M., Adil, S.A., Saad, Q.B., (2015) Underwater senosr networks application, A comprehensive survey, International Journal of Distributed Sensor Networks, Vol. 11, No. 11, 896832 .
[12] Garcia, M., Bri, D., Sendra, R., Lloret, J., (2010) Practical deployments of wireless sensor networks: A survey, Int. J. Adv. Netw. Serv., Vol. 3, pp. 170–185.
[13] Bri, D., Garcia, M., Lloret, J., Dini, P., (2009) Real deployments of wireless sensor networks, In Proceedings of the Third International Conference on Sensor Technologies and Applications, Athens, Greece, pp. 415–423.
[14] Senel, F., Akkaya, K., Yilmaz, T., (2013) Autonomous deployment of sensors for maximized coverage and guaranteed connectivity in underwater acoustic sensor networks. In Proceedings of the Thirty-Eighth Annual IEEE Conference on Local Computer Networks, Sydney, Australia, 21–24 October 2013, pp. 211–218.
[15] Felamban, M., Shihada, B., Jamshaid, K., (2013) Optimal node placement in underwater wireless sensor networks, In Proceedings of the Twenty-seventh IEEE International Conference on Advanced Information Networking and Applications, Barcelona, Spain, pp. 492–499.
[16] Cayirci, E., Tezcan, H., Dogan, Y., Coskun, V., (2006) Wireless sensor networks for underwater survelliance systems, Ad Hoc Netw., Vol. 4, pp. 431–446.
[17] Ibrahim, S., Liu, J., Al-Bzoor, M., Cui, J.H., Ammar, R., (2013) Towards efficient dynamic surface gateway deployment for underwater network, Ad Hoc Netw, Vol. 11, pp. 2301–2312.

10

क्लाउड कंप्यूटिंग में कार्य-प्रवाह प्रबंधन: एक दृष्टिकोण

सोनम सेठ
कंप्यूटर विज्ञान विभाग, कन्या गुरुकुल परिसर, देहरादून
sethsonam@gmail.com

निपुर सिंह
कंप्यूटर विज्ञान विभाग, कन्या गुरुकुल परिसर, देहरादून
nipur@gkv.ac.in

अवनीश कुमार
वैज्ञानिक तथा तकनीकी शब्दावली आयोग, नई दिल्ली
dravanishkumar@gmail.com

सार

वर्तमान में कंप्यूटेशनल तकनीकी के क्षेत्र में क्लाउड कंप्यूटिंग की उपयोगिताओं में तेजी से वृद्धि हुई है। प्रौद्योगिकी के विस्तार से क्लाउड कंप्यूटिंग की प्रगति में उपयोगकर्ता की अपेक्षाओं का सामना करना एक नई चुनौती है। संसाधन सीमित होते हैं जबकि लगभग सभी कार्य अन्योन्याश्रित होते हैं। इस संदर्भ में संसाधनों का उपयोग बहुलता से नहीं हो पाता। इस समय उपलब्ध कार्य नियोजन पद्धतियाँ कुशल परिणाम नहीं देती हैं। इस चुनौती से उबरने के लिए कार्य-प्रवाह नियोजन विधि की आवश्यकता पड़ती है। कार्य-प्रवाह नियोजन कार्य-प्रवाह निष्पादन को प्रबंधित करता है। इस पत्र में क्लाउड कंप्यूटिंग सिस्टम के लिए आद्यांत विस्तृति (makespan) पर आधारित कार्य-प्रवाह नियोजन विधि को प्रस्तावित किया गया है। कार्य-प्रवाह नियोजन को वितरित संसाधनों पर अन्योन्याश्रित कार्यों को प्रतिचित्रित करने और प्रबंधित करने के लिए उपयोग किया जाता है। कार्य-प्रवाह अनुकार (workflowsim) पर प्रस्तावित विधि का अनुकरण (simulation) किया गया है।

कुंजी शब्द : क्लाउड कंप्यूटिंग, कार्य प्रवाह, कार्य प्रवाह नियोजन, मैक्स-मिन नियोजन, आद्यांत विस्तृति (makespan)।

1. प्रस्तावना

क्लाउड कंप्यूटिंग आई टी युग का एक नवीनतम कंप्यूटिंग प्रतिमान है जिसमें इंटरनेट पर अनुप्रयोग, डेटा और आईटी सेवाएं प्रदान की जाती हैं । क्लाउड कंप्यूटिंग की ऑन-डिमांड, सेल्फ सर्विस, पे-पर-उपयोग प्रकृति भी स्थापित रुझानों का एक विस्तार है ।[1] हालांकि क्लाउड कंप्यूटिंग उपयोगकर्ताओं को IaaS, PaaS और SaaS जैसी विभिन्न सेवाएं प्रदान करता है, लेकिन क्लाउड कंप्यूटिंग की नवीनता के कारण, यह सुरक्षा, प्रदर्शन, डाटा आधार प्रबंधन, आभासी मशीन प्रवास, सर्वर एकीकरण, फॉल्ट सहिष्णुता और कार्य प्रवाह नियोजन इत्यादि शोध के लिए चुनौती हैं। इस चुनौती में कार्य प्रवाह नियोजन कार्य प्रवाह अनुप्रयोगों के लिए एक अन्य चुनौती है।

वैज्ञानिक विश्लेषण आम तौर पर डेटा का विश्लेषण तथा तकनीकी गणना करता है, और यह स्वाभाविक है कि इस निष्पादन के लिए समय अधिक लगता है। अन्य पहलुओं में, डेटा-सघनता न केवल वैज्ञानिक अनुप्रयोगों में है, बल्कि वेब वातावरण में भी है।[2]

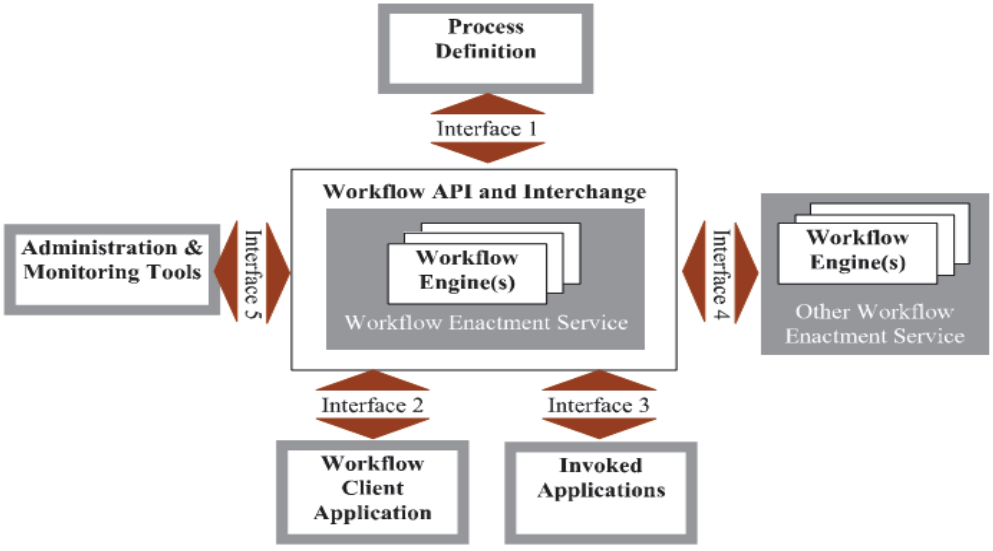
उन्नत वितरण प्रणाली में कार्य प्रवाह नियोजन एक रोचक क्षेत्र है। स्वास्थ्य देखभाल, वैज्ञानिक अनुसंधान, शिक्षा, खगोल विज्ञान, सोशल नेटवर्किंग, मॉनिटरिंग और व्यवसाय जैसे अनुसंधान के लोकप्रिय डोमेन में बड़े पैमाने पर अनुप्रयोगों की एक विस्तृत विविधता होती है। वितरित सिस्टम में जटिल कार्य प्रवाह को निष्पादित करने के लिए गणना और संचार लागतों की आवश्यकता होती है।

कार्य प्रवाह नियोजन उपलब्ध क्लाउड संसाधनों पर परस्पर-आश्रित कार्यों को मैप करने की प्रक्रिया है, जैसे कार्य प्रवाह उपयोगकर्ता की निर्दिष्ट QOS अर्थात सेवा गुणता की आवश्यकताओं के भीतर कार्यान्वित करता है। क्लाउड सेवा प्रदाता विभिन्न मूल्यों पर विभिन्न क्षमताओं के विषम संसाधन प्रदान करता है। विभिन्न संसाधनों का उपयोग करते हुए एक ही कार्य-प्रवाह के लिए नियोजन योजनाओं के परिणामस्वरूप अलग-अलग मेकस्पानों की वजह से प्रत्येक निष्पादन के लिए अधिक लागत आएगी। इस प्रकार, मेकस्पान (makespan) एक आवश्यक क्यूओएस अर्थात सेवा गुणता का प्राचल है जिसे प्रभावी क्लाउड कार्य-प्रवाह नियोजन के लिए विचार किया जाना चाहिए।[3] कार्य-प्रवाह आमतौर पर निर्देशित अचक्रीय आलेख (डीएजी) द्वारा प्रदर्शित किया जाता है। समय और विलंबता के न्यूनतम से संबंधित समस्याएं एनपी-हार्ड[4] हैं।

शोध पत्र को छह अनुभागों में विभाजित किया गया है। अनुभाग-2 में कार्य-प्रवाह प्रबंधन प्रणाली पर चर्चा की गई है, अनुभाग-3 में कार्य-प्रवाह नियोजन को परिभाषित किया गया है। प्रस्तावित मैक्स-मिन कार्य प्रवाह (एमएमडब्ल्यू) नियोजन विधि को अनुभाग-4 में समझाया गया है, अनुभाग-5 में प्रयोगात्मक और अनुकारित (simulated) परिणाम की चर्चा की गई है, और अंत में अनुभाग-6 में सार दिया हुआ है।

2. कार्य-प्रवाह प्रबंधन प्रणाली

कार्य-प्रवाह प्रबंधन प्रणाली कार्य प्रवाह को परिभाषित करती है, इस ढांचे के अंदर इंटरफेस की पहचान होती है जो उत्पादों को विभिन्न स्तरों पर इंटरऑपरेट करने में सक्षम बनाता है। यह मॉडल कार्य-प्रवाह प्रबंधन प्रणाली है और सबसे महत्वपूर्ण सिस्टम इंटरफेस को परिभाषित करता है। यह आंकड़ा कार्य-प्रवाह के संदर्भ मॉडल को दर्शाता है।



चित्र 1: कार्य-प्रवाह संदर्भ मॉडल[5]

यहाँ, कार्य प्रवाह संदर्भ मॉडल के घटक के रूप में चर्चा की जा रही है।

2.1 कार्य-प्रवाह इंजन

उपयोगकर्ता की ओर से डाटा सेंटर ब्रोकर का प्रतिनिधित्व करने का काम करता है जो सॉफ्टवेयर वीएम निर्माण, वीएम प्रबंधन, वीएम में क्लाउडलेट प्रस्तुत करने, और उपयोग के बाद वीएम को नष्ट कर देता है।

2.2 प्रक्रिया परिभाषा

कार्य प्रवाह प्रक्रिया का प्रतिनिधित्व प्रपत्र जो स्वचालित मैन्युपुलेशन का समर्थन करता है।[6]

2.3 कार्य प्रवाह इंटरऑपरेबिलिटी

विभिन्न कार्य-प्रवाह प्रणालियों के बीच अंतर का समर्थन करने के लिए इसे कार्य प्रवाह पार्सर भी कहा जाता है जो कार्य में DAX भाषा को पार्स करता है ताकि कार्य प्रवाह सिम उन्हें प्रबंधित कर सके।

2.4 प्रारंभिक अनुप्रयोग

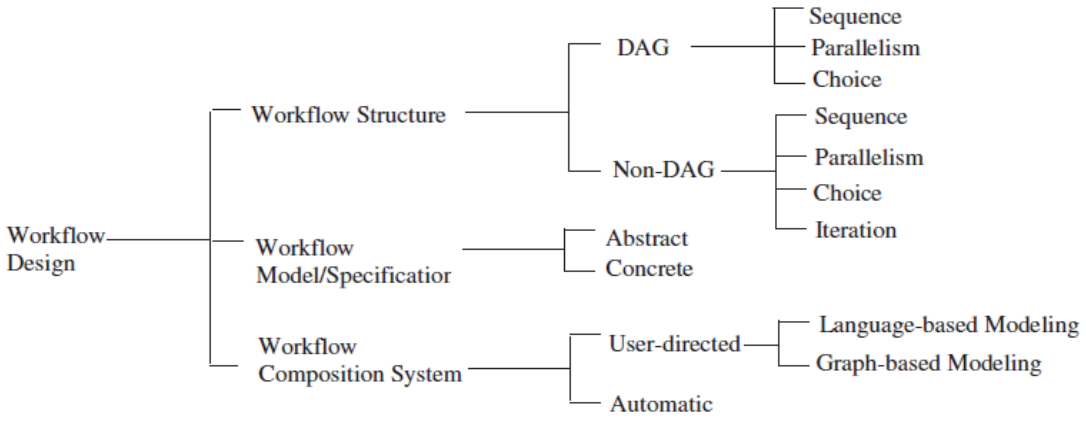
विभिन्न आईटी अनुप्रयोगों के साथ बातचीत का समर्थन करने के लिए यह प्रयोग होता है।[6]

2.5 कार्य-प्रवाह क्लाइंट अनुप्रयोग

यूजर इंटरफेस के साथ इंटरैक्शन का समर्थन करने के लिए यह एक इंटरफेस है।[6]

2.6 प्रशासन और मॉनिटरिंग

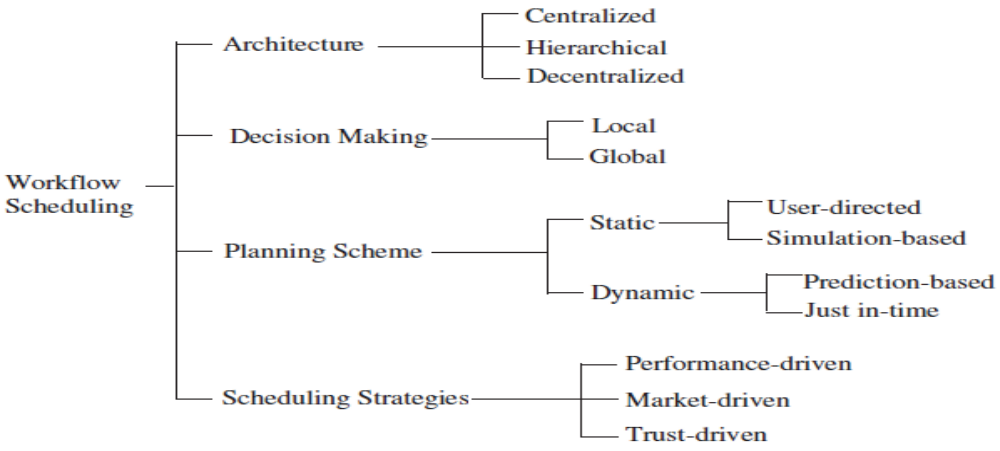
कम्पोजिट कार्य प्रवाह अनुप्रयोग परिवेश के प्रबंधन की सुविधा के लिए सिस्टम मॉनिटरिंग और मैट्रिक फ़ंक्शन प्रदान करने के लिए इंटरफेस है।[6]



चित्र 2: कार्य-प्रवाह डिजाइन वर्गीकरण[8]

3. कार्य-प्रवाह अनुसूचन

कार्य-प्रवाह अनुप्रयोगों को निर्देशित अचक्रीय आलेख (डीएजी) के रूप में मॉडलित किया जाता है, जो पूर्ववर्ती बाधित कार्यों के साथ होती हैं और एक-दूसरे पर निर्भर होते हैं। कार्य प्रवाह में प्रत्येक कार्य में अनुप्रयोग के आधार पर कुछ निवेश और निर्गम फाइलें होती हैं। निवेश और निर्गम फाइल स्थानांतरण के लिए लिया गया समय कार्य प्रवाह के समग्र निष्पादन समय को भी प्रभावित करता है। इसलिए निष्पादन के तहत कार्य के इनपुट और आउटपुट फाइलों के आकार और बैंडविड्थ पर विचार करना आवश्यक है जो कि आभासी मशीन डेटा ट्रांसफर के लिए प्रदान करता है।[3] साझा संसाधनों पर कार्य-प्रवाह कार्य के निष्पादन के मानचित्रण और प्रबंधन कार्य-प्रवाह नियोजन की सहायता से किया जाता है। वितरित संसाधनों के लिए किसी अनुप्रयोग (एप्लिकेशन) कार्य-प्रवाह के कार्यों के मानचित्रण के कई उद्देश्य हो सकते हैं। एक कार्य-प्रवाह अनुप्रयोग के पूरा होने के समय को कम करने के उद्देश्य से किया गया है।



चित्र-3 कार्य-प्रवाह निर्धारण के वर्गीकरण[8]

क्लाउड परिवेश में कार्य-प्रवाह नियोजन एक चुनौतीपूर्ण कार्य है क्योंकि संसाधन एक जगह स्थित हैं जो सभी उपयोगकर्ताओं की आवश्यकताओं को पूरा करता है। इसलिए अनुमान लगाना कठिन है कि कौन से संसाधन आवश्यकता के वास्तविक निष्पादन के समय उपलब्ध होंगे। निर्भरता के कारण संसाधनों का अधिकतम उपयोग करना और विभिन्न स्तरों के बीच विभिन्न भार और संसाधन आवश्यकताओं को हासिल करना कठिन है।[7]

4. MAX-MIN कार्य प्रवाह अनुसूचन

यह एल्गोरिथ्म MIN-MIN[5] एल्गोरिथ्म की कमियों को दूर करता है। MAX-MIN एल्गोरिथ्म MIN-MIN एल्गोरिथ्म के समान कार्य करता है लेकिन मुख्य अंतर दूसरे चरण में आता है। जहां एक कार्य का चयन कम पूरा होने के समय के न्यूनतम मेकस्पान के आधार पर किया जाता है। इसे संसाधन R को सौंपा जाता है जो न्यूनतम पूरा करने का समय देता है। इसलिए इसे MAX-MIN एल्गोरिथ्म नाम दिया गया है। इस प्रक्रिया को तब तक दोहराया जाता है जब तक कि मेटाटास्क पूर्ण न हो जाए या सभी कार्यों को मैप न कर लिया जाए।

G=(V,E) द्वारा दर्शाए गए एक निर्देशित अचक्रीय आलेख (DAG) के रूप में कार्य प्रवाह अनुप्रयोग (वर्क फ्लो एप्लीकेशन), जहां $V = \{T_1, T_2..., T_n\}$ कार्य का सेट है, और E इन कार्यों के बीच डेटा निर्भरता को दर्शाता है, जो कि, $f_{j,k}= (T_j, T_k) \rightarrow E$ हमारे पास VM = {1,..., j} के रूप में वर्चुअल संसाधनों का एक सेट है, processing elements का एक समूह PE = {1,...,r}, और कार्यों का एक सेट T = {1,...,n}।

प्रस्तावित कार्य प्रवाह नियोजन (MMW) समयबद्धन विधि नीचे दी गई है:

एल्गोरिथ्म 1 : मैक्स-मिन कार्य प्रवाह नियोजन (MMW)

निवेश : निर्देशित अचक्रीय आलेख (DAX) में कार्य प्रवाह

निर्गम : न्यूनतम पूरा होने का समय

चरण 1

प्रत्येक कार्य के न्यूनतम समापन समय की गणना

1. for i = 1 to n // सभी मेटाटास्क में कार्य
2. for j = 1 to m // सभी संसाधनों में
3. $CT_{ij} = ET_{ij} + RT$ // गणना पूरा होने का समय
4. end j
5. end i

चरण 2

अधिकतम समापन समय के साथ कार्य खोजें और न्यूनतम निष्पादन समय के साथ संसाधन को आवंटित करें।

6. वही (do)
7. for मेटाटास्क सूची (ML) में प्रत्येक कार्य के लिए अधिकतम पूरा होने का समय और संसाधन के लिए प्रतिचित्रण (mapping)
8. मेटाटास्क से कम से कम पूरा समय के साथ सभी कार्य को आवंटित करें
9. मेटाटास्क सूची से T_i को हटा दें
10. अद्यतीकरण संसाधन R_j तैयारी समय (ready time) RT_j
11. अद्यतीकरण मेटाटास्क सूची में अनिर्दिष्ट किए गए कार्य के पूरा होने का समय
12. while (ML= शून्य)
13. अंत (End)

MAX-MIN नियोजन एल्गोरिथ्म का मुख्य उद्देश्य उपयोगकर्ता का इंतजार करने का समय कम करना है। इस एल्गोरिथ्म में, छोटे आकार के कार्यों को बड़े आकार के कार्यों के साथ क्रियान्वित किया जाता है, इस प्रकार मेकस्पान (makespan) को कम करने और बेहतर संसाधन उपयोग प्रदान करता है।

5. परिणाम और चर्चा

कार्य-प्रवाह सिम में प्रदान किए गए मूल ढांचे को प्रोग्रामेटिक रूप से विस्तारित करके कार्य-प्रवाह सिम पर प्रस्तावित कार्य-प्रवाह नियोजन दृष्टिकोण लागू किया गया है। निम्न तालिकाओं में बुनियादी विन्यास दिया गया है।

तालिका 1: वीएम विन्यास

Parameter	Value
Size	10000
RAM	512
MIPS	1000
BW	1000
Number of CPU	1
Vmm	Xen

तालिका 2: होस्ट विन्यास

Parameter	Value
RAM	2048
Storage	1000000
BW	10000

तालिका 3: कार्य-प्रवाह मेकस्पान (makespan) परिणाम विश्लेषण

Case Number	Number of Task	Number of VM	मेकस्पान (makespan)
1: Montage_25	25	5	56.95
2: Montage_50	50	5	129.42
3: Montage_100	100	5	256.44

विभिन्न कार्य-प्रवाह के लिए MMW अनुसूचन एल्गोरिथ्म के कार्यान्वयन के बाद उनके मेकस्पान (makespan) की गणना की गई है। जैसा तालिका 1 में दिखाया गया है, 25 क्लाउडलेट्स के कार्य-प्रवाह और 5 वीएम का मेकस्पान (makespan) 56.95 है, 50 क्लाउडलेट्स के कार्य-प्रवाह और 5 वीएम का मेकस्पान (makespan) 129.42, इसी प्रकार 5 वीएम के साथ 100 क्लाउडलेट्स का मेकस्पान (makespan) 256.44 है। परिणाम तालिका दर्शाती है कि डैग DAG में कार्य नोड के संदर्भ में कार्य-प्रवाह की

जटिलता बढ़ जाती है, इसके पूरा होने का समय भी बढ़ जाता है।

6. निष्कर्ष

प्रस्तावित कार्य का मुख्य उद्देश्य कार्य-प्रवाह के पूर्ण समापन समय को कम करना है, लेकिन संसाधन उपयोग पर कोई विचार नहीं किया गया है । इसका विश्लेषण किया गया है कि प्रस्तावित योजना संसाधनों का बेहतर उपयोग करने के लिए पर्याप्त प्रभावी है। कार्य-प्रवाह सिम (सिम्युलेटर) अनुकारी का उपयोग करके अनुरूप पर्यावरण में प्रस्तावित दृष्टिकोण लागू किया गया है । संसाधनों की स्थैतिक प्रकृति के कारण उत्पादन को कम करने के लिए संसाधनों का आवंटन प्रभावी ढंग से नहीं हुआ है।

संदर्भ

[1] Singh, R., Pateria, P.K., (2013) Workflow scheduling in cloud computing, International Journal of Computer Applications, Vol. 61, No. 11, pp. 38-40.

[2] Guo, L., Zhao, S., Shen, S., Jiang, C., (2012) Task scheduling optimization in cloud computing based on heuristic algorithm, Journal of Networks, Vol. 7, No. 3, pp. 547-553.

[3] Tharsanee, R.M., Mohanapriya, N., (2017) Minimum makespan cloud workflow scheduling algorithm for scientific workflows, International Journal of Innovative Research in Engineering Science and Technology, Vol. 5, No. 1, pp. 89-92.

[4] Agrawal, K., Benoit, A., Magnan, L., Robert, Y., (2010) Scheduling algorithms for linear workflow optimization, Parellel and Distributed Processing (IPDPS) IEEE International Symposium, Atlanta, GA, USA, pp. 1-12.

[5] Sharma, N., Tyagi, S., Atri, S., (2017) A comparative analysis of Min-Min and Max-Min algorithms based on the makespan parameter, International Journal of Advanced Research in Computer Science, Vol. 8, No. 3, pp. 1038-104.

[6] Kaur, N., Aulakh, T.S., Cheema, R.S., (2011) Comparison of workflow scheduling algorithms in cloud computing, International Journal of Advanced Computer Science and Applications, Vol. 2, No. 10, pp. 81-86.

[7] Singh, L., Singh, S., (2013) A survey of workflow scheduling algorithms and research issues, International Journal of Computer Applications, Vol. 74, No. 15. pp. 21-28.

[8] Yu, J., Buyya, R., (2005) A taxonomy of scientific workflow systems for grid computing, SIGMOD Record, Vol. 34, No. 3, pp. 44-49.

सत्तात्मक तात्पर्य की समस्या : बुलियन लॉजिक और स्ट्रावसन लॉजिक का समीक्षात्मक अध्ययन

राकेश कुमार सिंह
दर्शनशास्त्र विभाग,
ज़ाकिर हुसैन कॉलेज, दिल्ली
विश्वविद्यालय
cph.rakesh@gmail.com

गजेंद्र प्रताप सिंह
मैथ्साइ-इन्ट्-आर-लैब, संगणकीय
एवं समेकित विज्ञान संस्थान,
जे.एन.यू, दिल्ली
gajendra@mail.jnu.ac.in

विनेश कुमार
कंप्यूटर विभाग,
भारती कॉलेज, दिल्ली
विश्वविद्यालय
vineshteotia@gmail.com

सार

तर्कशास्त्र अनुमान की ज्ञानमीमांसा पर आधारित हैं और इसमें हम साध्य और युक्तिओं का प्रयोग करते हैं। साध्य सत्य या असत्य होता है जबकि युक्ति वैध या अवैध होती है। परंपरागत तर्कशास्त्र (अरस्तु का तर्कशास्त्र) विरोध और निरपेक्ष तर्कवाक्यों के नियमों के द्वारा निगमन की ओर बढ़ता है, परंतु एक ऐसी समस्या यहाँ आती है जो इस संपूर्ण तर्कशास्त्र की आधारशिला को ही खत्म कर देती हैं – यह समस्या सत्तात्मक तात्पर्य की समस्या हैं।

कुंजी शब्द : तर्कशास्त्र, बुलीय तर्क, साध्य (proposition)

1. प्रस्तावना

कुछ तर्कशास्त्री "ब्लैंकेट प्रीसपोज़िशन" के नियम द्वारा इस समस्या का समाधान करने की कोशिश करते हैं, किंतु कुछ व्यावहारिक समस्याओं के कारण यह स्वीकार्य नहीं होता है। बाद में जॉर्ज बुले आपादक फलन (कंडीशनल) और प्रमात्रक की मदद से इस समस्या के समाधान की कोशिश करते हैं और वे सफल होते हैं। बुलियन[1] की यह विधा कंप्यूटर प्रोग्रामिंग की भी आधारशिला बनती है।

2. विश्लेषण

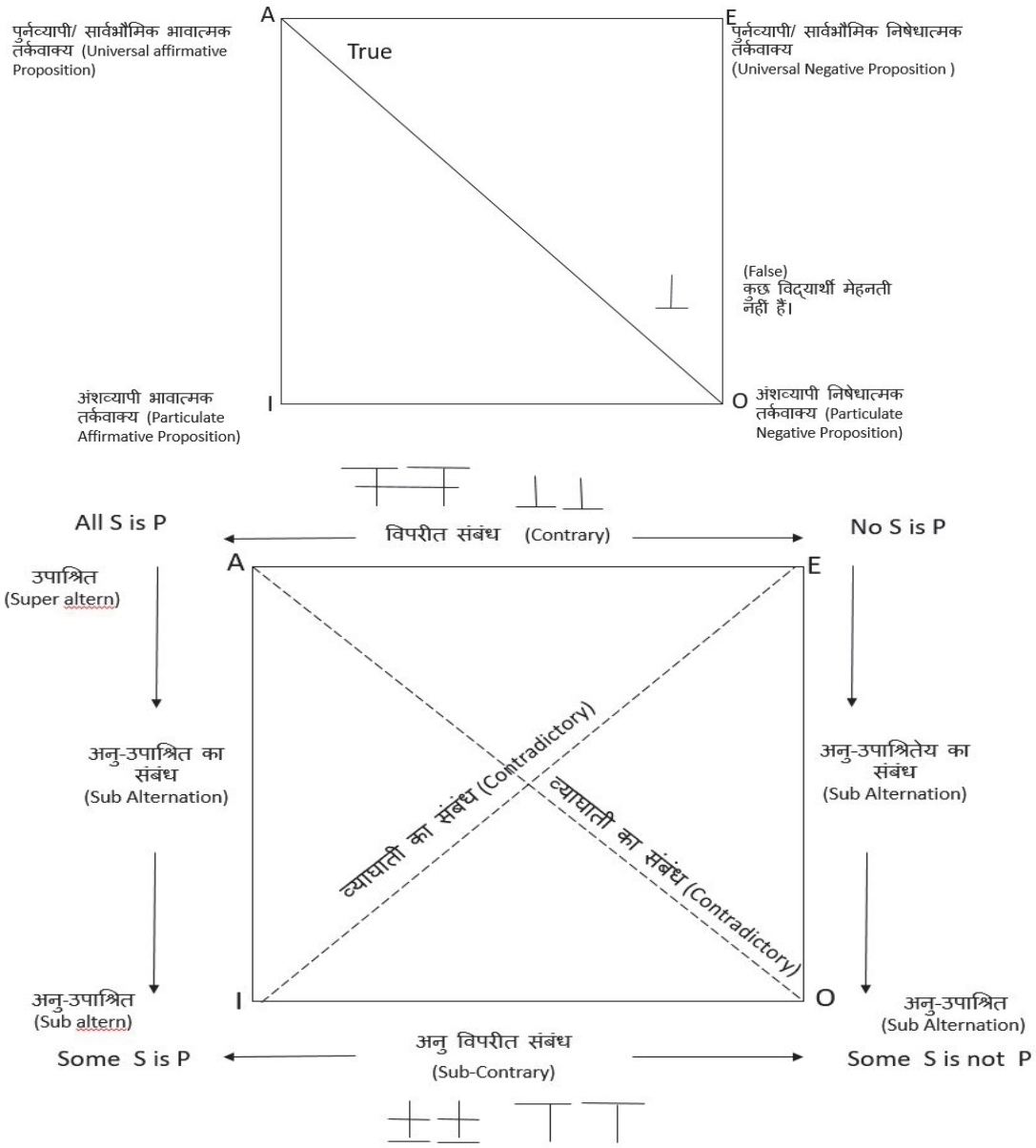
I

पी. एफ. स्ट्रावसन[2] 'सामान्य भाषा' के सिद्धांत द्वारा इसकी आलोचना करते हैं। उनके अनुसार सामान्य भाषा को आकारीय तर्कशास्त्र में बदलना त्रुटिपूर्ण तथा असंभव प्रयास है। प्रस्तुत लेख सत्तात्मक तात्पर्य की समस्या को समीक्षात्मक दृष्टिकोण से समझने का एक प्रयास है।

यदि कोई तर्क वाक्य वस्तुओं की सत्ता को मानता है तो उसे सत्तात्मक तात्पर्य युक्त माना जाता है। उदाहरणार्थ – "यह मेज गोलाकार है" में सत्तात्मक तात्पर्य है क्योंकि यह मेज की सत्ता को स्वीकार करता है।

पारंपरिक तर्कशास्त्र में चारों प्रकार की प्रतिज्ञप्तियाँ (तर्कवाक्य) सत्तात्मक तात्पर्य से युक्त हैं।

सभी विदयार्थी मेहनती हैं।

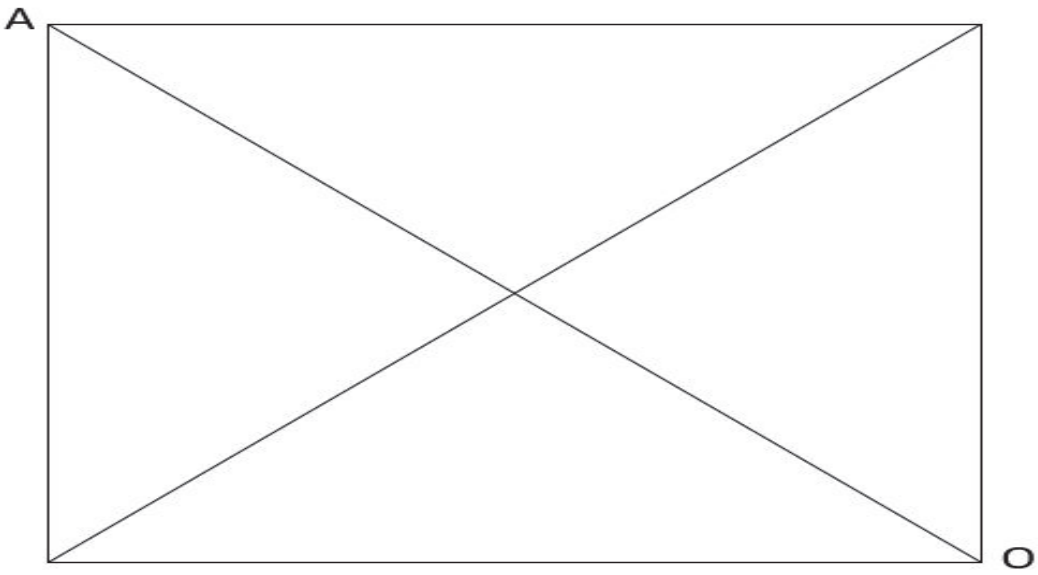


A और O के बीच में तथा E और I के बीच में अंतर्विरोधी संबंध (Relation of Contradiction) है।

हम स्पष्ट रूप से देखते हैं कि
यदि A सत्य है तो O असत्य हैं।
यदि A असत्य है तो O सत्य है।
और, इसी प्रकार अन्य नियम भी लागू होते हैं।

परंतु, समस्या तब आती है जब ऐसे तर्कवाक्यों का प्रयोग होता है जहाँ अस्तित्व की समस्या हैं।

मंगल ग्रह पर सभी व्यक्ति मजबूत हैं।



मंगल ग्रह पर कुछ व्यक्ति मजबूत नहीं हैं।

नियम के अनुसार A सत्य तो O असत्य, या A असत्य तो O सत्य होना चाहिए।

परंतु, चूँकि मंगल ग्रह पर कोई व्यक्ति नहीं हैं इसलिए

A असत्य है और O भी असत्य है।

पारंपरिक तर्कशाशास्त्र यहाँ काम नहीं करता है। इसका आधार ही खत्म हो जाता है। तर्कशास्त्र का खत्म हो जाना बहुत बड़ी समस्या हो जाती है। यह सत्तात्मक तात्पर्य की समस्या है। दूसरे शब्दों में यह 'अस्तित्वमूलक तात्पर्य' की समास्या हैं। पूरा दर्शन-जगत, तर्कशास्त्र का जगत इस समस्या को दूर करने का प्रयास करता है।

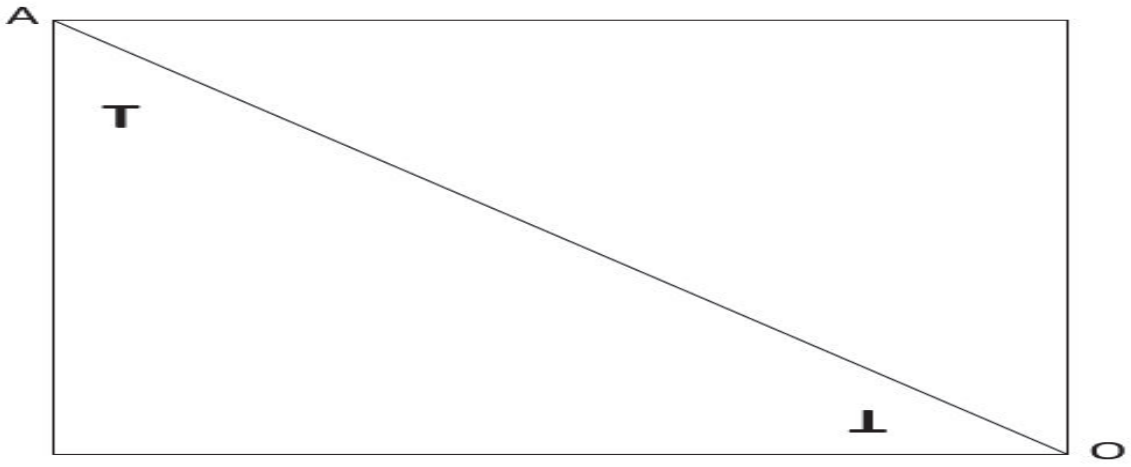
II

पहला समाधान "बैरेल प्रीसपोजिशन" या "ब्लैंकेट प्रीसपोजिशन" के रूप में आता है। इसमें अस्तित्व या सत्ता को प्रीसपोज किया जाता है। मान लिया जाता है कि सत्ता है।

उदाहरण के लिए अगर कोई माँ एक थैले में मिठाइयाँ भरकर बच्चों के लिए लाई और कहा कि 'सारी मिठाइयाँ स्वादिष्ट हैं'। बाद में बच्चों ने जब उसे खाने के लिए देखा तो उस वक्त उसमें कोई मिठाई नहीं थी। इसका मतलब यह नहीं है कि मां ने गलत कहा था। किसी और कारण से मिठाइयाँ खत्म हो गई होंगी। यहाँ मिठाइयाँ नहीं होने के बावजूद भी हम यह मानते हैं कि उसमें मिठाइयाँ थीं। उसके अस्तित्व या उसकी सत्ता को मानते हैं। ऐसा करने से समस्या का समाधान हो जाता हैं।

क्योंकि,

A सत्य है तो O असत्य है।



परंतु इस समाधान को संपूर्ण स्वाकृति नहीं मिली है। इसके कुछ व्यवहारिक कारण हैं –

- अगर हम कुछ ऐसे तर्कवाक्य बनाना चाहें जिनमे कोई सदस्य नहीं हो या किसी की सत्ता नहीं हो तो हम ऐसा नहीं कर सकेंगे।
- कुछ स्थानों पर हम किसी की सत्ता को मानकर नहीं चलते।

  All trespassers are prosecuted.
  सभी छेड़-छाड़ करने वाले दंड के भागी होंगे।

परंतु हम ऐसी किसी भी घटना/सत्ता को पहले से मानकर नहीं चलते बशर्ते, हम चाहते हैं कि ऐसा कुछ नही हो।

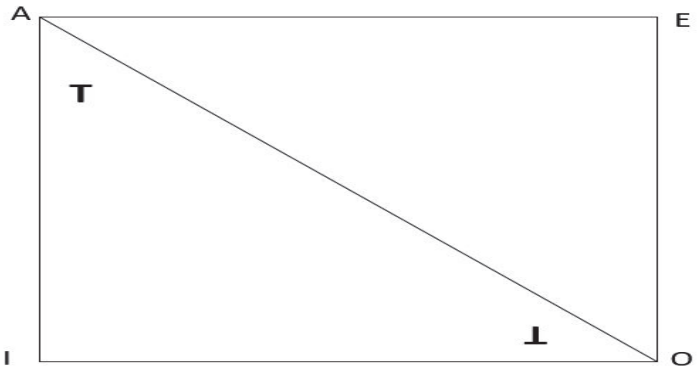
- सैद्धांतिक भौतिकशास्त्र / गणित में हम तार्किक संभावना के आधार पर, यदि ऐसा है तो वैसा होगा के आधार पर, नियमों का प्रतिपादन पाते हैं। ऐसा हम नहीं पाते हैं कि वास्तव में वस्तुओं की ऐसी सत्ता है ही। पहले से हम सत्ता मानकर नहीं चलते हैं।

इस प्रकार 'बैरेल प्रीसपोजिशन' का सिद्धांत खत्म हो जाता है।

अगला प्रयास हम बुलियन लॉजिक में पाते हैं। जॉर्ज बूले 'क्वान्टिफायर' और 'कंडीशनल' के प्रयोग से समाधान ढूँढने का प्रयास करते हैं।

(for all x) (if x is man at Mars then x is strong)
(सभी x के लिए) (यदि एक मनुष्य x मंगल ग्रह पर है तो x मजबूत है।)

$$(x)\ (M_X \supset S_X)$$
$$(x)\ (\perp \supset \ .....)$$
$$\top$$



(for some x) (if x is man at Mars then x is strong)

(कुछ x के लिए) (यदि एक मनुष्य x मंगल ग्रह पर है और x मजबूत है।)

$$(\exists x)(M_X.\quad S_X)$$

$$(\exists x)(\bot.\quad \ldots)$$

$$\bot$$

कंडीशनल के प्रयोग में यदि प्रथम पद असत्य है तो निष्कर्ष सत्य हो जाता है।

कनजंक्शन के प्रयोग में यदि कोई भी पद असत्य है तो निष्कर्ष असत्य हो जाता है।

यही बात E और I के बीच भी लागू होती है। इस प्रकार बूलियन लॉजिक में इसका समाधान हो जाता है। कान्ट्रेरी (contrary), सब कान्ट्रेरी (subcontrary) और सब एनटरनेशन (subalternation) का नियम यहां नहीं लगता उसे हम छोड़ देते हैं।

तर्कशास्त्र में यह बहुत बड़ा क्षण था। बाद में यही कंप्यूटर प्रोग्रामिंग का भी आधार बनता है जहां विभिन्न प्रकार के लूप (Loop) की मदद से हम प्रोग्रामिंग करते हैं।

पी. एफ. स्ट्रावसन अपनी प्रसिद्ध पुस्तक 'एन इण्ट्रोडक्शन टू लॉजिक थ्योरी' में इसकी आलोचना करते है। स्ट्रावसन कहते हैं कि

- इनटेलमेंट के सिद्धांत के अनुसार "P ⟶ Q" है तो "P है तो Q है" होगा परंतु बुलियन लॉजिक में 'P⟶Q' है तो हम पाते हैं कि P असत्य होने पर भी निष्कर्ष सत्य हो जाता है।
- लॉजिक कनेक्टिव्स जैसे कि कन्जक्शन (.), अल्टरनेशन (V), कंडीशनल (⊃), इक्विवैलेंस (≋) के द्वारा हम सामान्य भाषा के अर्थ को संपूर्ण रूप से व्यक्त नही कर सकते।

बाद के लेख में स्ट्रावसन ने तीसरे कारण का भी उल्लेख किया जो कि इंडक्शन के सिद्धांत को लेकर है। इस प्रकार सामान्य भाषा के सिद्धांत द्वारा स्ट्रावसन अपनी आलोचना को स्थापित करते है। इरविंग[3] ने "माइंड" में अपना लेख लिखकर स्ट्रावसन ने इस बहस में भाग लिया। बाद में हम देखते हैं कि पूरी दुनिया घटनाविज्ञान, परिघटनाविज्ञान (फिनोमिनोलॉजी) आदि विचारों से प्रभावित होती है जहां "लाइव-वर्ल्ड" एक बड़ा विचार बनकर सामने आता है। लॉजिक की जगह 'न्यू-लॉजिसिज्म' में हम अन्य बहुत सारी संभावनाओं की तलाश करते हैं।

3. निष्कर्ष

बुलियन लॉजिक के विद्वानों को इन सभी प्रश्नों का उत्तर देना होगा। कंप्यूटर प्रोग्रामिंग के विशेषज्ञों को भी सामान्य भाषा की विशालता और गत्यात्मकता के सवाल को अपने गणितीय प्रोग्रामिंग के द्वारा जगत को बतलाना होगा। इस प्रकार, जीवन की गति और भाषा की गति के साथ तर्कशास्त्र भी अपनी गति के साथ आगे बढ़ता रहेगा।

संदर्भ

[1] George, B., (1847) The Mathematical analysis of logic, Cambridge, Barclay & Macmillan.

[2] Strawson, P.F., (1952) Introduction to logical theory, Routledge Taylor & Francis Group.

[3] Irving, M., Cohen, C.C., (1990) Introduction to logicac (8th edition), Macmillan Publishing Company, New York.

रूक्ष समुच्चय पर निकटता सिद्धांत - एक परिचय

रश्मि सिंह
गणित विभाग, एमिटि इंस्टीट्यूट आफ अप्लाईड साइंसेज, एमिटि विश्वविद्यालय, नोएडा
rsingh7@amity.edu

जयंती त्रिपाठी पांडे
गणित विभाग, एमिटि इंस्टीट्यूट आफ अप्लाईड साइंसेज, एमिटि विश्वविद्यालय, नोएडा
jtpandey@amity.edu

अनुज कुमार उमराव
गणित विभाग, एमिटि इंस्टीट्यूट आफ अप्लाईड साइंसेज, एमिटि विश्वविद्यालय, नोएडा
anujkumar.umarao@gmail.com

सार

वर्तमान शोध पत्र रूक्ष समुच्चय के दृष्टिकोण से k,t-निकटता के अध्ययन के लिए समर्पित है। संकारक $O_0(\varphi,A)$ और $O(\varphi,A)$ संबंध से प्राप्त उपरि सन्निकटन और संवरक का उपयोग करके परिभाषित किया गया है। प्रेरित संकारक और उनके संबंध का गुणधर्म प्राप्त किया जाता है। इसके अलावा, हमारा दृष्टिकोण केवल संकारक के एक नए सामान्यीकरण का प्रतिनिधित्व करता है जो केवल ऊपरी सन्निकटन का उपयोग करता हो।

कुंजी शब्द : समीपवर्ती स्थान, ग्रिल संकारक, संवरक, रूक्ष समुच्चय

1. प्रस्तावना

1982 में पौलाक ने एक तुल्यता संबंध के आधार पर एक चिर प्रतिष्ठित रूक्ष समुच्चय सिद्धांत प्रस्तावित किया ।[8] रूक्ष समुच्चय सिद्धांत एक शक्तिशाली गणितीय उपकरण है जो अस्पष्टता से निपटने के लिए है । हाल ही में, रूक्ष समुच्चय को कुछ गणितीय सिद्धांतों जैसे कि बीजगणित और सांस्थितिकी के साथ जोड़ दिया गया है। वर्तमान अध्ययन में k,t-निकटता की अवधारणा, रूक्ष समुच्चय के माध्यम से देखी जाती है। निकटस्थ समष्टियाँ के सिद्धांत पर व्यापक अध्ययन नईमपल्ली और वैरेक[7] द्वारा किया गया था। अस्पष्ट निकटता रिक्त स्थान के बारे में अधिक जानकारी अनेक संदर्भों[1,2,3,4] में है जहाँ चिरप्रतिष्ठित अवधारणा को अस्पष्ट अवधारणा में व्यापक किया गया है। हस्नी[6] ने Ideal I और तीन प्रकार के निकटता δ पर आधारित निकटता के प्रकार का अध्ययन किया।

2. प्रारंभिक

इस खंड में, हमने रूक्ष समुच्चय, निकटता समष्टियाँ और अन्य मौलिक अवधारणाओं की बुनियादी परिभाषाएं एकत्र की हैं जो पूरे पत्र में उपयोगी हैं।

परिभाषा 2.1. संदर्भ[8] मान लीजिए X एक *अरिक्त* समुच्चय है और X पर R एक तुल्यता संबंध है। फिर जोड़ी (X, R) को एक सन्निकटन समष्टि कहा जाता है।

परिभाषा 2.2. संदर्भ[8] मान लीजिए (X,R) एक

सन्निकटन समष्टि हो और $[x]_R$ R के तहत x के तुल्यता वर्ग हो । फिर $A \subseteq X$ का *निम्न* सन्निकटन और *उपरि* सन्निकटन क्रमशः समुच्चय के रूप में परिभाषित है –

$\bar{A} = \{x \in X | [x]_R \cap A \neq \emptyset\}$, और
$\underline{A} = \{x \in X | [x]_R \subseteq A\}$

एक सन्निकटन समष्टि (X, R) के लिए , $A \subseteq X$ को एक परिभाषित समुच्चय कहा जाता है, अगर यह R के तहत तुल्यता वर्गों का एक संघ होता है । यदि $L \subseteq U$ और यदि x के तुल्यता वर्ग एक एकल समुच्चय {x} है जो कि $\{x\} \in U$ है तो एक जोड़ (L, U) के रूक्ष समुच्चय (X, R) में परिभाषित समुच्चय कहा जाता है, जब $\{x\} \in L$ होता है।

परिभाषा 2.3 संदर्भ[8] मान लें कि $\emptyset$ रिक्त समुच्चय है और Ac, A का पूरक है जहाँ A, X में अंतर्विष्ट (निहित) है, पौलाक के रूक्ष समुच्चय के निम्नलिखित गुण हम प्राप्त कर सकते है।

(i) $A \subseteq A \subseteq \bar{A}$

(ii) $X = \bar{X} = X$

(iii) $\emptyset = \bar{\emptyset} = \emptyset$

(iv) If $A \subseteq B$ तब फिर $A \subseteq B$ और $\bar{A} \subseteq \bar{B}$ है।

(v) $A = B$ यदि और केवल यदि $A = B$ और $\bar{A} = \bar{B}$ है।

(vi) $(A \cap B) = (A) \cap (B)$ और $\overline{(A \cup B)} = (\bar{A}) \cup (\bar{B})$

(vii) $\overline{(A \cap B)} \subseteq (\bar{A}) \cap (\bar{B})$ और $(A \cup B) \supseteq (A) \cup (B)$

3. रूक्ष समुच्चय पर सममित संबंध

यह खंड तुल्यता संबंध द्वारा निर्धारित रूक्ष समुच्चय पर सममित संबंध का अध्ययन करने के लिए समर्पित है। मान लीजिए X एक समुच्चय है और R, X पर तुल्यता संबंध है । मान लीजिए U_X^R सन्निकटन समष्टि को दर्शाता है।

परिभाषा 3.1 U_X^Rपर किसी न किसी-ग्रिल G का एक संग्रह है जो U_X^R, संतोषजनक: $\varphi \notin G$; पर निर्धारित किसी न किसी समुच्चय के ऊपरी अनुमानों का संग्रह है । अगर $\bar{A} \in G$ और $\bar{B} \supseteq \bar{A}$ फिर $\bar{B} \in G$; $\overline{A \cup B} \in G \Rightarrow \bar{A} \in G$ या $\bar{B} \in G$।

परिभाषा 3.2 मान लीजिए U_X^R एक सन्निकटन समष्टि है। मान लीजिए ($\underline{A}, \bar{A}$) के रूप में रूक्ष A समुच्चय है। U_X^R के साथ सभी सममित संबंध φ का परिवार : $\varphi(A) = \{B \in U_X^R : : (A, B) \in \varphi, A \neq \phi\} \in \Gamma(U_X^R)$, $\widetilde{U_X^R}$ द्वारा चिह्नित है । सभी रूक्ष ग्रिल के परिवार को $\Gamma(U_X^R)$ द्वारा चिह्नित किया गया है।

टिप्पणी : सभी $\in U_X^R$, X पर रूक्ष निकटता है यदि $A \cap B \neq \emptyset$ का अर्थ है कि $A \in \varphi(B)$।

उदाहरण : परिगुण के समुच्चय का उपयोग करते हुए समष्टि $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7\}$ हो। निर्णय की सटीकता को मापने के लिए {गणित, प्रोग्रामन, हिंदी}, प्रांत का गुण M = (खराब, अच्छा, बहुत अच्छा) गुण का प्रांत P= {खराब, अच्छा} और गुण का प्रांत H = {खराब, अच्छा, बहुत अच्छा} R = $\{(v_1, v_1), (v_2, v_2), (v_3, v_3), (v_4, v_4), (v_5, v_5), (v_6, v_6), (v_4, v_6), (v_6, v_4)\}$ X पर एक तुल्यता संबंध है, जहां $[v_1] = \{v_1\}$, $[v_2] = \{v_2\}$, $[v_3] = \{v_3\}$, $[v_4] = [v_6] = \{v_4, v_6\}$, $[v_5] = \{v_5\}$ तुल्यता वर्ग हैं।

A⊆X का ऊपरी सन्निकटन है।

$$\overline{A} = \{x \in X | [x]_R \cap A \neq \emptyset\}$$

मान लीजिए A={v_1, v_4}, B={v_5, v_6}, फिर $\overline{A}$={[v_1], [v_4]} तथा $\overline{B}$={[v_4], [v_5]}. अगर (A, B) $\in \varphi \Leftrightarrow \overline{A} \cap \overline{B} \neq \phi$, फिर φ X पर निकटता है।

सूचना प्रणाली के छात्रों की योग्यता का नामांकन सारणी है –

	गणित	प्रोग्रामिंग	हिंदी	निर्णय
v_1	अच्छा	अच्छा	अच्छा	हाँ
v_2	खराब	अच्छा	अच्छा	नहीं
v_3	बहुत अच्छा	अच्छा	अच्छा	हाँ
v_4	खराब	खराब	अच्छा	नहीं
v_5	अच्छा	खराब	बहुत अच्छा	हाँ
v_6	खराब	खराब	अच्छा	नहीं

प्रमेयिका 3.4

(i) प्रत्येक $\varphi \in \widetilde{U_X^R}$ के लिए और $A \in U_X^R$ द्वारा दिए गए संकारक, $cl_R A = A \cup \{x \in X : ([x]_R, A) \in \varphi\}$, X पर एक (रूक्ष) चेक संवरक है।

(ii) प्रत्येक $A_1, A_2 \in U_X^R$, $cl_R(X-(A_1 \cup A_2)) = X - (A_1 \cup A_2)$ यदि $cl_R(X-A_1) = X - A_1$ और $cl_R(X - A_2) = X - A_2$।

परिभाषा 3.5

मान लीजिए $A, E, F \in U_X^R$ और $\varphi \in \widetilde{U_X^R}$ है। $\overline{O_0}(\varphi, A)$, $\underline{O_0}(\varphi, A)$, $\overline{O}(\varphi, A)$ और $\underline{O}(\varphi, A)$ निम्नलिखित के रूप में परिभाषित है –

$$\overline{O_0}(\varphi, A) = \{E : \overline{E} \supseteq \overline{A} \text{ और } cl_R(X - E) = X - E\}$$

$$\underline{O_0}(\varphi, A) = \{E : \underline{E} \supseteq \underline{A} \text{ और } cl_R(X - E) = X - E\}$$

$$\overline{O}(\varphi, A) = \{F : F \in \overline{O_0}(\varphi, A) \text{ और } (A, X - cl_R(F)) \notin \varphi\}$$

$$\underline{O}(\varphi, A) = \{F : F \in \underline{O_0}(\varphi, A) \text{ और } (A, X - cl_R(F)) \notin \varphi\}$$

टिप्पणी : (i) A, B $\in U_X^R$ के साथ $B \subseteq A$ के लिए,

$$\overline{O_0}(\varphi, A) \subseteq \overline{O_0}(\varphi, B)$$
$$\underline{O_0}(\varphi, A) \subseteq \underline{O_0}(\varphi, B)$$
$$\overline{O}(\varphi, A) \subseteq \overline{O}(\varphi, B)$$
$$\underline{O}(\varphi, A) \subseteq \underline{O}(\varphi, B)$$

(ii) सार्वत्रिक रूक्ष समुच्चय **(i)** में $A \in U_X^R$ अंतर्विष्ट है।

(iii) A= $\emptyset$ के लिए, उपरोक्त टिप्पणी में परिभाषित अरिक्त संकारक है, क्योंकि इसमें रिक्त समुच्चय है।

प्रमेयिका : $A_1, A_2 \in \widetilde{U_X^R}$ समुच्चय के लिए

$\bar{O}_o(\varphi, A_1 \cup A_2) = \bar{O}_o(\varphi, A_1) \cap \bar{O}_o(\varphi, A_2)$।
$\underline{O}_o(\varphi, A_1 \cup A_2) = \underline{O}_o(\varphi, A_1) \cap \underline{O}_o(\varphi, A_2)$।
$\bar{O}(\varphi, A_1 \cup A_2) = \bar{O}(\varphi, A_1) \cap \bar{O}(\varphi, A_2)$।
$\underline{O}(\varphi, A_1 \cup A_2) = \underline{O}(\varphi, A_1) \cap \underline{O}(\varphi, A_2)$।

$\overline{O_0}(\varphi, A_1 \cup A_2)$ $\mathcal{G}$ में अंतर्विष्ट है केवल और केवल तभी $\overline{O_0}(\varphi, A_1)$ $\mathcal{G}$ में अंतर्विष्ट है या $\overline{O_0}(\varphi, A_2)$ $\mathcal{G}$ में अंतर्विष्ट है।

$\underline{O_0}(\varphi, A_1 \cup A_2)$ $\mathcal{G}$ में अंतर्विष्ट है केवल और केवल तभी $\underline{O_0}(\varphi, A_1)$ $\mathcal{G}$ में अंतर्विष्ट है या $\underline{O_0}(\varphi, A_2)$ $\mathcal{G}$ में अंतर्विष्ट है।

$\overline{O}(\varphi, A_1 \cup A_2)$ $\mathcal{G}$ में अंतर्विष्ट है केवल और केवल तभी $\overline{O}(\varphi, A_1)$ $\mathcal{G}$ में अंतर्विष्ट है या $\overline{O}(\varphi, A_2)$ $\mathcal{G}$ में अंतर्विष्ट है।

$\underline{O}(\varphi, A_1 \cup A_2)$ $\mathcal{G}$ में अंतर्विष्ट है केवल और केवल तभी $\underline{O}(\varphi, A_1)$ $\mathcal{G}$ में अंतर्विष्ट है या $\underline{O}(\varphi, A_2)$ $\mathcal{G}$ में अंतर्विष्ट है।

परिभाषा 3.4

(i) सभी फलन का समुच्चय $v: \widetilde{U_X^R}. \times \Gamma(U_X^R) \rightarrow P(U_X^R)$, $v(\Pi, \mathcal{G}) \in U_X^R$, $\Phi(X)$ द्वारा चिह्नित है, जहाँ $\mathcal{G}$ और Π X पर रूक्ष ग्रिल और रूक्ष निकटता है।

(ii) $\mathcal{G} \in \Gamma(U_X^R)$ और $\varphi \in \widetilde{U_X^R}$ के लिए निम्नलिखित संकारक परिभाषित हैं:

$$t_1(\varphi, \mathcal{G}) = \{A \in U_X^R : \overline{O_o}(\varphi, A) \subseteq \mathcal{G}\}$$
$$t_2(\varphi, \mathcal{G}) = \{A \in U_X^R : \underline{O_o}(\varphi, A) \subseteq \mathcal{G}\}$$
$$k_1(\varphi, \mathcal{G}) = \{A \in U_X^R : \overline{O}(\varphi, A) \subseteq \mathcal{G}\}$$
$$k_2(\varphi, \mathcal{G}) = \{A \in U_X^R : \overline{O}(\varphi, A) \subseteq \mathcal{G}\}$$

प्रमेय 3.1

फलन $t_1, t_2, k_1, k_2 \in \Phi(X)$.

परिभाषा 3.5

एक रूक्ष निकटता Π पर U_X^R को λ– निकटता on U_X^R कहा जाता है केवल और केवल तभी जब सब $A \in U_X^R$ के लिए , एक फलन $\lambda \in \Phi(X)$ मौजूद है जो संतुष्ट करता है $\lambda(\Pi, \Pi(A)) \subseteq \Pi(A)$ सभी λ– निकटता on U_X^R को इंगित करें by R_λ. एक रूक्ष ग्रिल संकारक कक्षा A_o में होगा अगर $\lambda(\varphi, \mathcal{G}1) \subseteq \lambda(\varphi, \mathcal{G}2)$ जिसमें $\mathcal{G}1$ और $\mathcal{G}2$ रूक्ष ग्रिल के साथ $\mathcal{G}1 \subseteq \mathcal{G}2$; सभी $\varphi \in (\widetilde{U_X^R})_\lambda$ के लिए; λ कक्षा A1 में होगा अगर $\lambda(\varphi, \mathcal{G}1 \cup \mathcal{G}2) \subseteq \lambda(\varphi, \mathcal{G}1) \cup \lambda(\varphi, \mathcal{G}2)$, जिसमें $\mathcal{G}1$ और $\mathcal{G}2$ रूक्ष ग्रिल है।

प्रमेय 3.2

फलन $t_1, t_2, k_1, k_2 \in A_0 \cap A_1$।

मान लीजिए Π एक रूक्ष निकटता U_X^R पर है:

(i) $\Pi \in \overline{R_k}(\underline{R_k})$ यदि और केवल यदि –

$G \notin \Pi(F) \Leftrightarrow \exists H \in \overline{O}(\Pi, G)(H \in \underline{O}(\Pi, G))$
और $F \notin \Pi(H)$.

(i) $\Pi \in \overline{R_t}(\underline{R_t})$ यदि और केवल यदि:

$G \notin \Pi(F) \Leftrightarrow \exists H_F \in \overline{O_o}(\Pi, F)(H_F \in \underline{O_o}(\Pi, F))$
और
$H_G \in \overline{O_o}(\Pi, G)(H_G \in \underline{O_o}(\Pi, G))$
ऐसा है कि $H_G \neq H_F$.

प्रमेय 3.3 $\overline{R_k} \subseteq \overline{R_t}$ ($\underline{R_k} \subseteq \underline{R_t}$)

प्रमाण: मान लीजिए $\Pi \in \overline{R_k}$. फिर $G \notin \Pi(F)$ यदि और केवल यदि जब $\exists H_1 \in \overline{O}(\Pi, G)$
और F $\notin \Pi(H_1)$ अर्थात

यदि और केवल यदि जब $H_1 \in \overline{O}(\Pi, G)$ और $H_2 \in \overline{O}(\Pi, F)$ साथ में $H_2 \notin \Pi(H_1)$. इसलिये $\Pi \in \overline{R_t}$।

प्रमेय 3.4 रूक्ष closure समष्टि (U_X^R, cl_R) और ऑपरेटर $\overline{O_o}(cl_R, F)$ और $\underline{O_o}(cl_R, F)$, क्रमशः रूक्ष समुच्चय H_1 और H_2 कहा जाता है। पृथक्कृत cl_R के संबंध में यदि और केवल यदि

$\exists G_i \in \overline{O_o}(cl_R, H_i), i = 1,2,3 ....$
साथ में G_1 और G_2 असंयुक्त रूक्ष समुच्चय है।

प्रमेय 3.5 रूक्ष संवरक समष्टि के लिए (U_X^R, cl_R) $\Pi_{Cl_R}^+ = \{(F, G)$: F और G पृथक्कृत नहीं है cl_R के संबंध में$\}$ U_X^R रूक्ष निकटता है।

प्रमाण – मान लीजिए $(F, G) \notin \Pi_{Cl_R}^+$ । फिर

वहां मौजूद है $H_1 \in \overline{O_o}(cl_R, F)$ और $H_2 \in \overline{O_o}(cl_R, G)$ जैसा कि $H_1 \cap H_2 = \emptyset$. $H_1 \supseteq F$ और $H_2 \supseteq G$, होने के कारण $F \cap G = \emptyset$. $\emptyset \in \overline{O_o}(cl_R, \emptyset)$, होने के कारण $\emptyset$ और F सब F के लिए पृथक्कृत है । अतः $\emptyset \notin \Pi^+_{Cl_R}(F)$।

मान लीजिए $G \in \Pi^+_{Cl_R}(F)$ और $H \supseteq G$. तभी सब $H_1 \in \overline{O_o}(cl_R, F)$के लिए और सब $H_2 \in \overline{O_o}(cl_R, G)$ के लिए, $H_1 \cap H_2 \neq \emptyset$। H $\in \Pi^+_{Cl_R}(F)$ होने के कारण $\overline{O_o}(cl_R, F) \subseteq \overline{O_o}(cl_R, G)$।

मान लीजिए $F, G \notin \Pi^+_{Cl_R}(H)$. फिर $\exists$ $S_1 \in \overline{O_o}(cl_R, F)$ और $H_1 \in \overline{O_o}(cl_R, H)$ के साथ में $S_1 \cap H_1 = \emptyset$. $S_2 \in \overline{O_o}(cl_R, G)$ भी हैं और $H_2 \in \overline{O_o}(cl_R, H)$ के साथ में $S_2 \cap H_2 = \emptyset$. $S_1 \cup S_2 \in \overline{O_o}(cl_R, F \cup G)$ होने के कारण $H_1 \cap H_2 \in \overline{O_o}(cl_R, H)$

फिर

$(S_1 \cup S_2) \cap (H_1 \cap H_2) = (S_1 \cap (H_1 \cap H_2)) \cup (S_2 \cap (H_1 \cap H_2)) = \emptyset$

हमारे पास $F \cup G \notin \Pi^+_{Cl_R}(H)$ है।

4. निष्कर्ष

यह पेपर सन्निकटन ऑपरेशन के आधार पर रूक्ष समुच्चय k, t-निकटता की जांच करता है। विधि, मूल रूप से सामान्य सममित संबंध और सन्निकटन ऑपरेशन से संबंधित है । अतुच्छ अर्ध-निकटता अभिकलित्री ग्राफिक्स में उपयोग की जाने वाली डिजिटल छवि के साथ पत्राचार में हैं। इस सामान्यीकरण की महत्वपूर्ण बात यह है कि हम संबंध से प्रेरित प्रत्येक समानता संबंध और संबंधित क्लोजर संकारक के संबंध में रूक्ष निकटता समष्टियाँ प्राप्त करने के लिए नई विधि पैदा कर सकते हैं।

वर्तमान काम रूक्ष समुच्चय सिद्धांत और सामान्यीकृत रूक्ष समुच्चय सिद्धांत पर निकटता की अवधारणा की जांच या सामान्यीकृत करने में मदद करेगा।

सदंर्भ

[1] Khare, M., Singh, R., (2007) Complete ξ-Grills and (L, n)-Merotopies, Fuzzy Set and Systems, Vol. 158, pp. 399-408.

[2] Khare, M., Singh, R., (2007) L-Contiguities and their order structure, Fuzzy Sets Systems, Vol. 158, pp. 399-408.

[3] Khare, M., Singh, R., (2006) L-guild, Binary L-Merotopies, Novi. Sad. J. Maths, Vol. 36, pp. 57-64.

[4] Singh, R., (2017) On symmetric relation on IX, AIP Conference Proceeding 1897, 020038.

[5] Choquet, G., (1947) Sur Les Notions De Filter at De Grille, Compt. Rendues Acad., Sci.Paris, Vol. 224, pp.171-173.

[6] Hosny, R.A., (2012) Relations and Applications on Proximity Structures, Gen. Math. Notes, Vol. 11, No. 1, pp. 24-40.

[7] Naimpally, S.A., Warrack, B.D., (1970) Proximity spaces, Cambridge Univ. Press, New York.

[8] Pawlak, Z., (1982) Rough sets, Int. J. Inform. Comput. Sci., Vol.11, pp. 341–356.

मृदु समुच्चय सिद्धांत में k, t-निकटता : एक अध्ययन

रश्मि सिंह
गणित विभाग, एमिटि इंस्टीट्यूट आफ अप्लाईड साइंसेज, एमिटि विश्वविद्यालय, नोएडा
rsingh7@amity.edu

अनुज कुमार उमराव
गणित विभाग, एमिटि इंस्टीट्यूट आफ अप्लाईड साइंसेज, एमिटि विश्वविद्यालय, नोएडा
anujkumar.umarao@gmail.com

सार

हाल के वर्षों में सामान्यीकृत उप-समुच्चय सिद्धांत में निकटता रिक्त स्थान लोकप्रिय विषय रहा है। इस शोध-पत्र में यह दिखाया गया है कि I^X पर हर सममित संबंध मृदु समुच्चय पर एक चेक (Čech) संवरक को प्रेरित करता है। इस पत्र में हम मृदु समुच्चय में, k, t निकटता की धारणा पर ध्यान केंद्रित करेंगे। इन संकारक $P_0(\varphi,D)$ और $P(\varphi,D)$, $S(X,E)$ पर मृदु चेक (Čech) संवरक का उपयोग करके परिभाषित किया गया है। कुछ आवश्यक और बुनियादी परिणाम तुलना परिणाम के साथ प्राप्त हुए हैं जो कि $\overline{S_k} \subseteq \overline{S_t}$ हैं।

कुंजी शब्द : समीपवर्ती स्थान, सममित संबंध, क्लोजर ऑपरेटर्स (संवरक संकारक), ग्रिल संकारक

1. प्रस्तावना

मूल निकटता की धारणा चेक (Čech) के कारण होती है जो ग्रिल की संकेतन के कारण होती है।[12] समीपवर्ती स्थान के सिद्धांत पर व्यापक अध्ययन नैमप्ली और वारेक[3] के द्वारा किया गया है। फजी सेटिंग[7,8,9] और मृदु सेटिंग[2,3] में समीपवर्ती स्थान की अवधारणा को सामान्यीकृत किया गया है। हज़ारा[11] आदि ने मृदु सेटिंग में निकटता की धारणा को परिभाषित करके मृदु समुच्चय के निकटता सिद्धांत की शुरुआत की।

मोलोड्सोव[13] ने मृदु समुच्चय सिद्धांत के एक नए दृष्टिकोण का प्रस्ताव 1990 में रखा, जो एक प्राचल के समुच्चय के साथ एक समुच्चय को जोड़ता है। विभिन्न आयामों[2,3,13] में आवेदन के लिए अपनी क्षमता के कारण विभिन्न क्षेत्रों में काम करने वाले कई लेखकों के लिए यह रुचि का विषय है।

कंडिल आदि[14] ने मृदु आई-निकटता रिक्त स्थान की शुरुआत की, जहां आई (I) एक आइडियल है। कई काम निकटता रिक्त स्थान पर प्रसिद्ध परिणाम के सामान्यीकरण हैं। इस पत्र में हमने मृदु समुच्चय पर सममित संबंधों का उपयोग करते हुए t-निकटता का अध्ययन किया है। थ्रोन[5] ने निकटता ढांचे के लिए एक नया दृष्टिकोण पेश किया। उन्होंने ग्रिल संकारक की जांच की और संबंधित निकटताओं की चर्चा की।

इस काम में हमने बड़े पैमाने पर ग्रिल की अवधारणा का इस्तेमाल किया है। ग्रिल्स का अध्ययन[8,9] विभिन्न संदर्भों में किया गया है। $P_0(\varphi,D)$ और $P(\varphi,D)$ को परिभाषित करते समय, अवधारणा *k, t*-निकटता में पेश की जाती है और कुछ बुनियादी और वांछनीय परिणाम साबित होते हैं। यह दिखाया गया है कि *k, t*-निकटता A_0 और A_1 कक्षाओं के अंतर्गत आती है। चिरप्रतिष्ठित

स्थापन (*Classical* सेटिंग) में, A_0 और A_1 को[10] में दिया गया है वर्तमान अध्ययन में भी यह एक तुलनात्मक परिणाम प्रदान करता है कि सभी *k*- समीपवर्ती स्थान का समुच्चय सभी *t*- समीपवर्ती स्थान के समुच्चय में निहित है।

2. प्रारंभिक

इस खंड में, हम मृदु समुच्चय[13], मृदु ग्राल्स[1], समीपवर्ती स्थान[3], मृदु समीपवर्ती स्थान[15] की बुनियादी परिभाषाएं एकत्रित करते हैं। इस काम के दौरान X एक सार्वभौमिक समुच्चय है, P(X) और E की घात समुच्चय X का प्राचल समुच्चय है।

2.1 परिभाषा संदर्भ[13] मान लीजिए X एक आदि समष्टि है और P(X), X के घात समुच्चय है। E प्राचल समुच्चय होगा। एक जोड़ी (F, E) को X पर मृदु समुच्चय कहा जाता है, अर्थात्

$$F = \{(e, F(e)) : e \in E, F(e) \in P(X)\},$$

जहां F द्वारा दिया गया प्रतिचित्रण $F : E \to P(X)$ है। इस पत्र में, X पर स्थित सभी मृदु समुच्चय का परिवार $S(X, E)$ द्वारा चिह्नित है।

2.2 परिभाषा

- मृदु समुच्चय F को null मृदु समुच्चय कहा जाता है, जिसे $\emptyset$ द्वारा चिह्नित किया जाता है, यदि $F(e) = \emptyset$ सभी $e \in E$. के लिए है।
- यदि $F(e) = X$ सभी $e \in E$ के लिए है तो वह F पूर्ण मृदु समुच्चय कहा जाता है, $\tilde{X}$ द्वारा चिह्नित है।
- *F* को *G* का मृदु समुच्चय कहा जाता है यदि एफ $F(e) \subseteq G(e)$ प्रत्येक $e \in E$ के लिए, $F \sqsubseteq G$. द्वारा निरूपित है।
- *F* और *G* समान हैं यदि $F \sqsubseteq G$ और $G \sqsubseteq F$, $F = G$ द्वारा चिह्नित है।
- *F* का पूरक F^c द्वारा निरूपित किया जाता है, जहां $F^c(e) = X - F(e)$, एक प्रतिचित्रण F^c: $E \longrightarrow P(X)$ द्वारा परिभाषित है।
- *F* और *G* का संघ $H(e) = F(e) \cup G(e)$ द्वारा, सभी $e \in E$ के लिए परिभाषित किया गया है। मृदु समुच्चय *H*, $F \sqcup G$ द्वारा निर्दिष्ट है।
- *F* और *G* का सम्मिलन को $H(e) = F(e) \cap G(e)$ द्वारा, सभी $e \in E$ के लिए परिभाषित किया जाता है। मृदु समुच्चय *H*, $F \sqcap G$ द्वारा निर्दिष्ट है।

2.3 परिभाषा संदर्भ[2] (i) *X* पर मृदु समुच्चय को मृदु बिंदु कहा जाता है यदि $e \in E$ मौजूद है तो कुछ x ∈ X और $P(e') = \emptyset$ के लिए सभी $e' \in E \backslash e$ के लिए $P(e) = \{x\}$। मृदु बिंदु को x^e द्वारा चिह्नित है, तथा *X* पर सभी मृदु समुच्चय का परिवार *SP*(*X*) द्वारा चिह्नित है।

(i) एक मृदु बिंदु x^e को मृदु समुच्चय *F* कहा जाता है, इसे $x \in F(e)$, $x^e \tilde{\in} F$ द्वारा चिह्नित किया जाता है।

(ii) दो मृदु बिंदु $x_1^{e_1}, x_2^{e_2}$ को बराबर कहा जाता है यदि $x_1 = x_2$ और $e_1 = e_2$, यह असमान होते हैं अगर $x_1 \neq x_2$ और $e_1 \neq e_2$।

2.4 परिभाषा संदर्भ[1] अगर G संतुष्ट हो जाता है *S*(*X*,*E*) के उप-संग्रह G को मृदु ग्रिल कहा जाता है: $\emptyset \notin$ G; A ∈ G और A $\sqsubseteq$ B, तो B ∈ G; A $\sqcup$ B ∈ G का अर्थ है कि A ∈ G या B ∈ G। इस प्रकार सभी मृदु ग्रिल के परिवार को Γ(S , X) द्वारा चिह्नित किया जाएगा।

2.5 परिभाषा संदर्भ[3] यदि नियम संतुष्ट हो तो X के घात समुच्चय पर एक द्विचर संबंध δ को X पर मूल निकटता कहा जाता है।

$\emptyset\ \overline{\delta}$A; अगर A $\cap$ B $\neq\emptyset$, तो A δ B; अगर A δ B, तो B δ A; A δ (B $\cup$ C) यदि और केवल यदि A δ B या A δ C. एक मूल निकटता समष्टि (X, δ) की जोड़ी है।

2.6 परिभाषा संदर्भ[15] S(X,E) पर एक संबंध Π, X पर मृदु निकटता है अगर यह संतुष्ट हो जाता है: A $\in$ Π इसका अर्थ है कि। A ।= 2; ΠA $\neq$ 0 का अर्थ है कि A $\in$ Π; Π(f) = {g $\in$ S(X,E) : (f,g) $\in$ Π}।

एक निकटता स्थान एक त्रिक (X,Π,E) है जिसमें समुच्चय X, प्राचल E का समुच्चय और S(X,E) पर एक निकटता संबंध है । यदि (f,g) $\in$ (S,E), Π-संबंधित हैं तो हम (f,g) $\in$ Π, अन्यथा (f,g) $\notin$ Π लिखेंगे।

2.7 प्रमेय मृदु निकटता स्थान (X, Π, E) के लिए, $c\Pi(B)$ = $\sqcup\{xe \in \breve{X} : (xe,B) \in \Pi\}, B \in S(X,E)$.

फलन $c\Pi$: $S(X,E) \longrightarrow S(X,E)$ संतुष्ट करता है:

(ii) B $\subseteq$ cΠ(B)

(iii) cΠ(B $\cup$ A) = cΠ(B) $\cup$ cΠ(A)

(iv) (iii) cΠ(φ) = φ

यदि $c\Pi$: $S(X,E) \longrightarrow S(X,E)$ उपरोक्त शर्तों को संतुष्ट करता है तो $c\Pi$ (soft) Čech संवरक X पर है।

1. c_φ द्वारा संचालित संकारक (ओपरेटर)

3.1 परिभाषा संदर्भ[4] $S(X,E)$ पर सममित संबंध φ के परिवार, शर्त: $\varphi(D) = \{C \in S(X,E) : (D,C) \in \varphi, D \neq \phi\} \in \Gamma(X)$ को $\check{S}(X)$ द्वारा चिह्नित किया गया है।

3.2. टिप्पणी प्रत्येक $\varphi \in \check{S}(X)$, X पर एक मृदु निकटता है अगर $D \cap C \neq \phi$, का अर्थ है कि $D \in \varphi(C)$।

3.3 लेम्मा (i) सभी $\varphi \in \check{S}(X)$ और $D \in S(X,E)$ के लिए, $c_\varphi(D) = \sqcup\{x_e : \{x_e, D\} \in \varphi\}$, संकारक (ऑपरेटर), X पर (soft) Čech संवरक है।

(ii) सभी D_1, $D_2 \in S(X,E)$ के लिए, c_φ $(X-(D_1 \sqcup D_2)) = X-(D_1 \sqcup D_2)$, अगर c_φ $(X-D_1) = X - D_1$ और $c_\varphi(X - D_2) = X - D_2$।

3.4 परिभाषा संदर्भ[12] मान लो कि $D \in S(X,E)$ और $\varphi \in \check{S}(X)$ । परिभाषित $P_0(\varphi,D)$ and $P(\varphi,D)$ निम्नानुसार है –

$P_0(\varphi,D) = \{D_1 : D_1 \sqsupseteq D$ और $c_\varphi(X - D_1) = X - D_1\}$

$P(\varphi,D) = \{D_1 : D_1 \in O_0(\varphi,D)$ और $(D, X - c_\varphi(D_1)) \notin \varphi\}$

3.5. टिप्पणी. (i) $C \sqsupseteq D$ के लिये. $P_0(\varphi, C) \subseteq P_0(\varphi, D)$; $P(\varphi, C) \subseteq P(\varphi, D)$।

$X_e \in P_0(\varphi,D)$, सभी $D \in S(X,E)$।

एक खाली समुच्चय D के लिए, दोनों P0(φ,D) और P(φ,D) अरिक्त समुच्च्य हैं जैसा $\phi \in$ P0(φ,D) and $(\phi,\tilde{X}) \notin \varphi$।

3.6 लेम्मा. $D_1, D_2 \in S(X,E)$ के लिए,

(i) $P_0(\varphi, D_1 \sqcup D_2) = P_0(\phi,D_1) \cap P_0(\phi,D_2)$।

(ii) $P_0(\varphi, D_1 \sqcup D_2)$, G में समाहित है केवल और केवल तभी $P_0(\varphi,D_1)$, G में समाहित है या $P_0(\varphi,D_2)$, G में समाहित है।

ISSN: 2320-7736 अंक 105 अप्रैल-जून 2018

(iii) $P(\varphi, D_1 \sqcup D_2) = P(\varphi,D_1) \cap P(\varphi,D_2)$ ।

(iv) $P(\varphi, D_1 \sqcup D_2)$, G में समाहित है केवल और केवल तभी $P(\varphi,D_1)$, G में समाहित है या $P(\varphi,D_2)$, G में समाहित है ।

प्रमाण : (i) मान लीजिए $P_0(\varphi,D_1 \sqcup D_2) = \{Y : D_1 \sqcup D_2 \sqsubseteq Y$ and $c_\varphi(X - Y) = X - Y\}$, इसका आशय है $P_0(\varphi ,D_1 \sqcup D_2) = \{Y : D_1 \sqsubseteq Y$ और $D_2 \sqsubseteq Y$ और $c_\varphi(X - Y) = X - Y\}$, इसका आशय है $P_0(\varphi,D_1 \sqcup D_2)$ का एक उपसमुच्चय है P0(φ,D1) $\cap$ P0(φ,D2) । रूपांतर टिप्पणी [3.5] के प्रकार है ।

(v) मान लीजिए $P_0(\varphi,D_1) \subseteq G$, फिर टिप्पणी [3.5] के द्वारा $P_0(\varphi,D_1 \sqcup D_2) \subseteq G$ । इसके विपरीत मान लीजिए $P_0(\varphi,D_1) \not\subseteq G$ और $P_0(\varphi,D_2) \not\subseteq G$, फिर $H_1 \in P_0(\varphi,D_1)$ और $H_2 \in P_0(\varphi,D_2)$ और $H_1,H_2 \notin G$, लेम्मा [3.3] का उपयोग करके हम प्राप्त करते हैं $H_1 \sqcup H_2 \in P_0(\varphi,D_1 \sqcup D_2)$ परंतु $H_1 \sqcup H_2 \notin G$. इसलिए $P_0(\varphi,D_1 \sqcup D_2) \not\subseteq G$ ।

टिप्पणी (3.5) का उपयोग करके, $P(\varphi,D_1 \sqcup D_2) \subseteq P(\varphi,D_1) \cap P(\varphi,D_2)$ । इसके विपरीत, मान लीजिए C, $P(\varphi,D_1) \cap P(\varphi,D_2)$ में हो । (i) के द्वारा, $C \in P_0(\varphi,D_1 \sqcup D_2)$, क्योंकि φ(X – c_φ(C)) एक मृदु ग्रिल है और (D1,X – c_φ(C)) $\notin \varphi$, (D2,X – c_φ(C)) $\notin \varphi$ यह देता है कि P(φ,D1) $\cap$ P(φ,D2), P(φ,D1 $\sqcup$ D2) का एक उपसमुच्चय है ।

(vi) मान लीजिए $P(\varphi,D_1) \not\subseteq G$ और $P(\varphi,D_2) \not\subseteq G$, तो वहां मौजूद एक तत्व $C_1 \in P(\varphi,D_1)$ और $C_2 \in P(\varphi,D_2)$ और $C_1,C_2 \notin G$ । इसका अर्थ है कि $C_1 \sqcup C_2 \not\subseteq G$ और $C_1 \sqcup C_2 \in P_0(\varphi,D_1 \sqcup D_2)$ । अब मान लीजिए $D_1 \sqcup D_2 \in \varphi(X - c_\varphi(C_1 \sqcup C_2))$, इसका अर्थ है कि या तो $D_1 \in \varphi(X - c_\varphi(C_1 \sqcup C_2))$ या $D_2 \in \varphi(X - c_\varphi(C_1 \sqcup C_2))$ । अगर $X - c_\varphi(C_1 \sqcup C_2) = (X - c_\varphi(C1)) \sqcap (X - c_\varphi(C2)) \in \phi(D1)$, फिर $(D1, X - c_\varphi(C1)) \in \varphi$ एक विरोधाभास है, इसलिए $(D1 \sqcup D2, X - c_\varphi(C1 \sqcup C2)) \notin \varphi$ । रूपांतर टिप्पणी [3.5] के प्रकार है ।

3.7 परिभाषा संदर्भ[4] (i) सभी फलन का समुच्चय u : $\check{S}(X) \times \Gamma(S,X) \longrightarrow P(S(X,E))$, $u(\sqcap,G) \in \Gamma(S,X)$ $\Phi(X)$ द्वारा चिह्नित है, जहाँ G और $\sqcap$ X पर मृदु ग्रिल और मृदु निकटता है ।

(vii) संदर्भ[15] $G \in \Gamma(S,X)$ और $\varphi \in \check{S}(X)$ के लिए हम परिभाषित करते हैं:

$t(\varphi,G) = \{D \in S(X,E) : P_0(\varphi,D) \subseteq G\}$

$k(\varphi,G) = \{D \in S(X,E) : P(\varphi,D) \subseteq G\}$.

3.8 प्रमेय. फलन $k, t \in \Phi(X)$ ।

3.9 परिभाषा. X के ऊपर एक $\sqcap$ मृदु निकटता, X के ऊपर एक λ-निकटता कहलाती है यदि और केवल यदि सभी $D \in S(X,E)$ के लिए एक फलन $\lambda \in \Phi(X)$ है जो कि $(\sqcap,\sqcap(D)) \subseteq \sqcap(X)$ को संतुष्ट करता है । $\tilde{S}_\lambda, X$ पर सभी λ-निकटता के समुच्चय को प्रदर्शित करता है । $\lambda \in \Phi(X)$ के लिए तथा सभी $\varphi \in \tilde{S}_\lambda$

के लिए, $\lambda \in A0$ यदि और केवल यदि $\lambda(\varphi,G1) \subseteq \lambda(\varphi,G2)$ जहां G1 और G2, $G1 \subseteq G2$ के साथ मृदु ग्रिल हैं। सभी $\varphi \in \tilde{S}_\lambda$,$\lambda \in A1$ यदि और केवल यदि $\lambda(\varphi,G1) \cup \lambda(\varphi,G2) \subseteq \lambda(\varphi,G1) \cup \lambda(\varphi,G2)$, जहां G1 और G2 मृदु ग्रिल्स हैं।

3.10 प्रमेय. $k, t \in A_0 \cap A_1$ ।

3.11: साध्य मान लीजिए Π X पर एक मृदु निकटता है। फिर,

(i) $\Pi \in \tilde{S}_k$ यदि और केवल यदि $C \notin \Pi(D)$ संतुष्ट हो तो $\Leftrightarrow \exists$ $H \in P(\Pi,C)$ और $D \notin \Pi(H)$ ।

(ii) $\Pi \in \tilde{S}_t$ यदि और केवल यदि $C \notin \Pi(D)$ संतुष्ट हो तो $\Leftrightarrow \exists$ $H_D \in P_0(\Pi,D)$ और $H_C \in P_0(\Pi,C)$ ऐसा है कि $H_C \notin \Pi(H_D)$ ।

3.12. प्रमेय. $\tilde{S}_k \subseteq \tilde{S}_t$ ।

प्रमाण : मान लीजिए $\Pi \in \tilde{S}_k$: साध्य [3.11] का उपयोग कर के, $D_1 \notin \Pi(D_2)$ यदि और केवल यदि $H \in P(\Pi,D_1)$ और $D_2 \notin \Pi(H)$ वहाँ मौजूद हैं। साध्य [3.11] $D_2 \notin \Pi(H)$ यदि और केवल यदि $C \in P(\Pi,D_2)$ और $H \notin \Pi(C)$ वहाँ मौजूद हैं, इसलिये $D_1 \notin \Pi(D_2)$ यदि और केवल यदि $H \in P(\Pi,D_1)$ और $C \in P(\Pi,D_2)$ वहाँ मौजूद हैं अतः $H \notin \Pi(C)$ यह दर्शाता है कि $\Pi \in \tilde{S}_t$ ।

3.13. परिभाषा मृदु Čech संवरक समष्टि (X,c) के लिए, और संकारक $P_0(c,D1)$, मृदु समुच्चय H1 और H2 को c के संबंध में अलग से कहा जाता है यदि और केवल यदि Ci $\in$ P0(c,Hi), i = 1,2, वहाँ मौजूद हैं अतः C1 $\bigcap$ C2 = ϕ ।

3.14. साध्य मृदु Čech संवरक समष्टि (X,c) के लिए, Πc+ = {(D,C) : D और C, c सी के सन्दर्भ में पृथक्कृत नहीं हैं} X के लिए मृदु निकटता है।

प्रमाण : मान लीजिए (D,C) $\notin \Pi$c+. फिर $\exists$ H1 $\in P_0(c,D)$ तथा H2 $\in$ P0(c,C) जैसे कि H1$\bigcap$H2 = ϕ. परिभाषा 3.4 से, H1 $\supseteq$ D तथा H2 $\supseteq$ C $\Longrightarrow$ D $\bigcap$C = ϕ. क्योंकि $\phi \in$ P0(c, ϕ), ϕ और D सभी D के लिए पृथक्कृत हैं, इसलिये, $\phi \notin \Pi$c+(D) । माना कि C $\in \Pi$c+(D) और H$\supseteq$C, तो सभी H1 $\in$ P0(c,D) और H2 $\in R_0$ (c,C), H1$\bigcap$H2 $\neq \phi$ । क्योंकि सभी H $\in \Pi$c+(D), P0(c,H) $\subseteq$ P0(c,C) । मान लीजिए D के लिए, C $\notin \Pi$c+(H), तब $S_1 \in$ P0(c,D) और $H_1 \in$ P0(c,C) जबकि S1 $\bigcap$ H1 = φ उपस्थित होंगे। S2 $\in$ P0(c,C) और H2 $\in$ P0(c,H) जबकि S2 $\bigcap$ H2 = ϕ भी उपस्थित होंगे क्योंकि S1 $\bigsqcup$ S2 $\in$ P0(c,D $\bigsqcup$ C), H1 $\bigcap$ H2 $\in$ P0(c,H) और (S1 $\bigsqcup$ S2) $\|$ (H1 $\|$ H2) = (S1 $\|$(H1 $\|$ H2)) $\bigsqcup$ (S2 $\bigcap$ (H1 $\bigcap$ H2)) = ϕ, हमारे पास (D,C) $\notin \Pi$c+(H) है।

3. निष्कर्ष

ग्रिल की अवधारणा का उपयोग करते हुए यह पत्र मृदु समष्टि पर k, t-निकटता के विस्तार पर प्रस्तुत करता है। इस विस्तार का महत्व यह है कि हम प्रत्येक मृदु Čech संवरक से जुड़े मृदु निकटता रिक्त स्थान प्राप्त कर सकते हैं। कंप्यूटर दृष्टि और कंप्यूटर ग्राफिक्स में इस्तेमाल की जाने वाली अंकीय छवि को non-trivial (अतुच्छ) सेमि- समीपवर्ती स्थान के रूप में देखा जा सकता है जिसे लेटेकी और प्रॉकोप[10] द्वारा देखा जा सकता है। हमारा मानना है कि प्रस्तुत अध्ययन निकटता रिक्त स्थान पर आगे के अध्ययन को बढ़ावा देने के लिए शोध में मदद करेगा।

संदर्भ

[1] Vildan, C., Hasli, A. (2016) On L-soft merotopies, Springer-Verlay Berlin Heidelberg.

[2] Nazmul, Samanta, S.K., (2013) Neighbourhood properties of soft topological spaces, Ann. Fuzzy Math. Inform, Vol. 6, pp.1-15.

[3] Singh, R., (2017) On symmetric relation on IX, AIP conference Proceeding 1897, 020038.

[4] Naimpally, S.A., Warrack, B.D., (1970) Proximity Spaces, Cambridge Univ., Press, New York.

[5] Ori, R.G, Thron, W.J., (1975) Bounded families and their relations to largest member of certain classes of proximities, Math. student, Vol. 43, pp. 73-83

[6] Ori, R. G., Thron, W.J. (1982) On Θ proximities and related f-proximities, Questions Math., Vol. 5, pp. 317-329.

[7] Khare, M., Singh, R., (2007) Complete ξ-grills and (L,n)-merotopies, Fuzzy Set and Systems, Vol. 158, pp. 399-408.

[8] Khare, M., Singh, R. (2007) L-contiguities and their order structure, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 158, pp. 399-408.

[9] Khare, M., Singh, R., (2006) L-guild and binary L-merotopies, Novi Sad. J. Math., Vol. 36, pp. 57-64.

[10] Latecki, L., Prokop, F., (1995) Semi-proximity continuous function in digital images, Pattern Recognit. Lett., Vol.16, pp.1175-1187.

[11] Hazra, H., Majumdar, P., Samanta, S. K., (2014) Proximity of soft sets, Ann. Fuzzy Math., Infrom., Vol. 8, pp. 113-123.

[12] Choquet, G., (1947) Sur les notions de filter at de grille, Compt. Rendues Acad., Sci. Paris, Vol. 224, pp. 171-173.

[13] Molodtsov, D., (1999) Soft set theory-first results, Comput. Math., Appl., Vol. 37, pp. 19-31.

[14] Kandil, A., Tantawy, O.A., El-Sheikh, S.A., Zakaria, A., (2015) Soft I-proximity spaces, Ann. Fuzzy Math. Inform., Vol. 9, pp. 675-682.

[15] Kandil, A., Tantawy O. A., El-Sheikh SA, Zakaria, A. (2014) New structure of proximity spaces. Inf. Sci. Lett., Vol. 3, pp. 85-89.

संचार प्रणाली के लिए दीर्घवृत्तीय वक्र गूढ़लेखन आधारित सुरक्षित प्रमाणीकरण योजना

विनोद कुमार
अनुप्रयुक्त विज्ञान एवं मानविकी विभाग, जामिया मिलिया इस्लामिया, नई दिल्ली
vinod.iitkgp13@gmail.com

मुशीर अहमद
अनुप्रयुक्त विज्ञान एवं मानविकी विभाग, जामिया मिलिया इस्लामिया, नई दिल्ली
mahmed@gmi.ac.in

आदेश कुमारी
गणित विभाग, जामिया मिलिया इस्लामिया, नई दिल्ली
adeshbhucker@gmail.com

सार

सूचनाओं के सुरक्षित संचार के लिए सूचना प्रमाणीकरण सुरक्षा का एक महत्वपूर्ण अंग है। पहचान आधारित सभी प्रसिद्ध आपसी प्रमाणीकरण प्रोटोकॉल को औपचारिक सुरक्षा सत्यापन की आवश्यकता होती है, जो कि गूढ़ालेखी प्रोटोकॉल के लिए अत्यंत महत्वपूर्ण है। यह प्रोटोकॉल गूढ़ालेखी परिवेश में दो प्रयोक्ताओं के लिए एक बेहतर पहचान आधारित आपसी प्रमाणीकरण का प्रस्ताव करता है। इसके अतिरिक्त हमने प्रोटोकॉल के सुरक्षा विश्लेषण की चर्चा की जो यह दर्शाता है कि प्रस्तावित प्रोटोकॉल सही रूप से गुप्त पारस्परिक प्रमाणीकरण का समर्थन करता है जिस से प्रयोक्ता सुरक्षित रूप से इसका प्रयोग कर सकते हैं।

कुंजी शब्द : दीर्घवृत्तीय वक्र गूढ़लेखन, पहचान आधारित क्रिप्टोसिस्टम, सुरक्षित प्रमाणीकरण और सुरक्षा

1. प्रस्तावना

पहचान आधारित दीर्घवृत्तीय प्रमाणीकरण प्रोटोकॉल पर बहुत कार्य किया गया है।[1,3,6,8] वर्ष 2009 में यांग और चांग[6] ने दीर्घवृत्तीय वक्र गूढ़लेखन पर आधारित मोबाइल प्रयोक्ताओं के लिए एक पहचान आधारित दूरस्थ प्रयोक्ता प्रमाणन प्रोटोकॉल प्रस्तुत किया है। यह प्रोटोकॉल दीर्घवृत्तीय वक्र और पहचान आधारित गुप्त प्रणाली, दोनो के गुणों का प्रयोग करता है। चेन[1] आदि ने यांग चांग के प्रोटोकॉल में दो सुरक्षा दोषों अर्थात रूपारोपण और अंदरूनी हमले का जिक्र है। इन सुरक्षा खामियों को दूर करने के लिए उन्होंने एक उच्च विकसित कोड आधारित प्रमाणीकरण योजना प्रस्तुत की। गुप्त परिवेश में आपसी प्रमाणीकरण के लिए यह प्रोटोकॉल सुरक्षित है। 2012 में वैंग[5] आदि ने दिखाया कि चेन आदि का प्रोटोकॉल सुरक्षित नहीं है और यह ऑफलाइन पासवर्ड के प्रति संवेदनशील है और इसमें टाइपिंग की कुंजियों की सहायता से रूपारोपण पर हमला किया जा सकता है। यह घड़ी तुल्यकालन के प्रति भी संवेदनशील है। कांग और झांग[3] ने पहचान आधारित प्रमाणन प्रोटोकॉल का सुझाव दिया जो कि बड़े एलीमेंट के परिसर के माध्यम से सुपर विलक्षण दीर्घवृत्तीय वर्ग समूह पर द्विरेखीय युग्मन बनाना

चाहता है, जहां युग्मन की कम्प्यूटेशन लागत दीर्घवृत्तीय वक्र बिंदु गुणन से लगभग तीन गुना अधिक है। हमने पाया कि उनके प्रोटोकॉल में कुछ गंभीर सुरक्षा दोष है। मिश्रा[7] आदि नें क्लाउड कंप्यूटिंग के लिए युग्मन-फ्री पहचान आधारित प्रमाणीकरण ढांचा प्रस्तावित किया। 2017 में, कुमार[9] आदि ने क्लाउड कंप्यूटिंग के लिए युग्म-मुक्त पहचान-आधारित परस्पर प्रमाणीकरण प्रोटोकॉल का एक विवरण प्रस्तुत किया।

इस पत्र में हमने संचार प्रणाली के लिए दीर्घवृत्तीय वक्र गूढ़लेखन आधारित परस्पर प्रमाणीकरण योजना का प्रस्ताव दिया है। इस योजना में, दो प्रयोक्ता एक दूसरे को प्रमाणित करते हैं और एक सत्र की कुंजी स्थापित करते हैं। शेष लेख निम्नलिखित क्रम में लिखा गया है – 2. प्रारंभिक योजना, 3. प्रस्तावित योजना, 4. सुरक्षा विश्लेषण, 5. निष्कर्ष।

2. गणितीय प्रारंभिकताएं

2.1 पहचान आधारित गूढ़-लेखन प्रणाली (Identity based cryptography system)

पहचान आधारित गूढ़लेखन प्रणाली की अवधारणा शमीर[4] द्वारा 1984 में सार्वजनिक कुंजी प्रमाण पत्रों के प्रसारण, सत्यापन और रखरखाव को दूर करने के लिए प्रस्तावित की गई थी । पहचान आधारित गूढ़लेखन प्रणाली प्रयोक्ता के अद्वितीय पहचान चिह्नों का प्रयोग करती है। उदाहरण के लिए, प्रयोक्ता की सार्वजनिक कुंजी के रूप में, यादृच्छिक संख्या, ई-मेल पता, और प्रयोक्ता की संबंधित निजी कुंजी सिस्टम विश्वसनीय प्राधिकारी द्वारा प्रयोक्ता की सार्वजनिक कुंजी के आधार पर उत्पन्न होती है । प्रणाली का विश्वसनीय प्राधिकरण अद्वितीय है जो पहचान आधारित गूढ़लेखन प्रणाली का संस्थापक है। इसे निजी कुंजी जनरेटर (PKG) कहा जाता है। पीकेजी के पास एक गुप्त प्रणाली मास्टर कुंजी M है और पीकेजी ने प्रयोक्ता की निजी कुंजी की व्यवस्था की है।

2.2 दीर्घवृत्तीय वक्र समूह की पृष्ठभूमि (Background of elliptic curve group)

$y^2 = x^3 + ax + b \mod p$ समीकरण द्वारा परिभाषित एक प्रमुख परिमित क्षेत्र F_pपर एक दीर्घवृत्तीय वक्र E को दर्शाते हैं। जहां $a, b \in F_p$, और $4a^3 + 27b^2 \mod p \neq 0$ और p बड़ी अभाज्य संख्याएँ है।

दीर्घवृत्तीय वक्र समूह जिसे,
$G = \{(x, y): x, y \in F_p; (x, y) \in E\} \cup \{\Theta\}$
के रूप में परिभाषित किया गया है, जहां Θ बिंदु को अनन्तता के बिंदु के रूप में जाना जाता है जो G में पहचान तत्व के रूप में कार्य करता है । समूह G पर स्केलर गुणन को परिभाषित किया गया है जैसे कि $kP = P + P + P \ldots \ldots + P (k \text{ पद})$
और दीर्घवृत्तीय वक्र के रूप में बिंदु जोड़: यदि $P = (x_1, y_1) \in G$ और $= (x_2, y_2) \in G$,, जहां $P \neq Q$, फिर $P + Q = (x_3, y_3)$ जहां $x_3 = \lambda^2 - x_1 - x_2 \mod p$, $y_3 = (\lambda(x_1 - x_2) - y_1) \mod p$ और $\lambda = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$ । दीर्घवृत्तीय वक्र समूह का अधिक विवरण दिया गया है।[2]

3. प्रस्तावित योजना (The proposed scheme)

यह योजना तीन एल्गोरिथ्म का निर्माण कर रही है:

3.1 स्थापना (Set Up)

निजी कुंजी जनरेटर (PKG) एक सुरक्षा प्राचल l का प्रयोग करता है और वापसी सुरक्षा प्राचल और मास्टर कुंजी M वापिस करता है। l के लिए PKG निम्नलिखित चरणों में कार्य करता है :

चरण 1.यादृच्छिक रूप से जनरेटर $g \in G$ चुना जाता है।

चरण 2. मास्टर कुंजी $M \in Z_p^*$ और सार्वजनिक कुंजी $PK = Mg$ का चयन करें।

चरण 3. में टकराव मुक्त एक तरह हैश कार्यों का चयन होता है –

$H_1: \{0,1\}^* \times G \rightarrow Z_p^*$.

$H_2: \{0,1\}^* \times \{0,1\}^* \times \{0,1\}^l \times Z_p^* \times Z_p^* \rightarrow \{0,1\}^l$

$H_3: \{0,1\}^* \times \{0,1\}^* \times G \times G \times Z_p^* \times Z_p^* \rightarrow \{0,1\}^l$

सिस्टम प्राचल $< F_p, E, G, l, g, PK, H_1, H_2, H_3 >$ प्रकाशित करें और M गुप्त रखें।

3.2 निष्कर्षण (Extracation)

प्रयोक्ता i अपनी सार्वजनिक पहचान ID_i, PKG को प्रस्तुत करता है ID_i, फिर PKG पहचान का प्रमाण सत्यापित करता है अगर सत्यापन सफल होता है, तो आंशिक निजी कुंजी निम्न रूप से उत्पन्न होती है:

चरण 1. एक यादृच्छिक संख्या उत्पन्न करता है $x_i \in Z_p^*$ उत्पन्न करें।

चरण 2. $X_i = x_i g$, का $h_i = H_1(ID_i \| X_i)$ अभिकलन करता है।

चरण 3. मास्टर कुंजी M का उपयोग करके, PKG आंशिक निजी कुंजी को $Y_i g = X_i + H_1(ID_i \| X_i)PK$ के रूप में उत्पन्न करते हैं। उसके बाद PKG सुरक्षित चैनल के द्वारा प्रयोक्ता आंशिक निजी कुंजी प्रदान करता है।

अपनी आंशिक निजी कुंजी प्रयोक्ता प्राप्त करने पर प्रयोक्ता स्थिति $Y_i g = X_i + H_1(ID_i \| X_i)PK$ की पुष्टि करता है और अपनी सार्वजनिक कुंजी $PK_i = Y_i g$ सेट करता है।

3.3 पारस्परिक प्रमाणीकरण और सत्र कुंजी (Secure authentication and session key)

प्रयोक्ता A और B पारस्परिक एक दूसरे को प्रमाणित करते हैं और एक सत्र के लिए कुंजियां स्थापित करते हैं:

चरण 1. A, B को "HELLO" संदेश भेजता है।

चरण 2. B संदेश "HELLO" का उत्तर देता है। B से संदेश A को प्राप्त करने पर, A एक यादृच्छिक संख्या $a \in Z_p^*$, चुनता है, $M_A = ag$, $N_A = aPK_A = aY_A g$ की गणना करता है और संदेश $< ID_A, M_A, N_A, t_1 >$ B को भेजता है, जहां t_1 प्रयोक्ता की वर्तमान तिथि और समय है।

चरण 3. B प्राप्त करने पर, $t_2 - t_1 \leq \Delta t$ का अभिकलन करता है जहाँ पर t_2 प्रयोक्ता B का संदेश प्राप्त करने का समय है। और Δt संदेश प्रेषण में मान्य समय विलंब है, यदि शर्त बनाए रखें, तो B एक यादृच्छिक संख्या $b \in Z_p^*$ चुनें और

$M_B = bg$, $N_B = bPK_B = bY_B g$, $bM_A = bag$ और

$K_{BA} = Y_B N_A + bY_B PK_A = aY_B Y_A g + bY_B Y_A g$ ।

फिर सत्र कुंजी

$sk = H_3(ID_A \| ID_B \| abg \| K_{BA} \| t_1 \| t_3)$ और संदेश प्रमाणीकरण कोड $MAC_1 = H_2(ID_A \| ID_B \| sk \| t_1 \| t_3)$, जहां t_3 समय और तारीख है जब B संदेश $< ID_B, M_B, N_B, MAC_1, t_3 >$ A को भेजता है।

चरण 4. संदेश प्राप्त करने पर, A $t_4 - t_3 \leq \Delta$ का अभिकलन करता है जहाँ पर t_4, A का संदेश प्राप्ति तिथि और समय है। अगर संदेश लेन-देन में समय की देरी मान्य है, तो ऐसी स्थिति में

$$aM_B = abg,$$

$$K_{AB} = Y_A N_B + aY_A PK_B = aY_A Y_B g + aY_A Y_B g$$

की गणना करता है। फिर सत्र कुंजी

$$sk *= H_3(ID_A \| ID_B \| abg \| K_{AB} \| t_1 \| t_3)$$

और संदेश प्रमाणीकरण कोड

ISSN: 2320-7736 अंक 105 अप्रैल-जून 2018

$MAC_2 = H_2(ID_A||ID_B||sk*||t_1||t_3)$ का अभिकलन करता है उसके बाद A $MAC_2 =? MAC_1$ स्थिति की जांच करता है यदि शर्त ठीक रहती है, तो संदेश की वैधता सुनिश्चित करने के लिए, संदेश $< ID_A, MAC_2, t_5 >$ B को भेजता है।

चरण 5. संदेश प्राप्त करने पर, B $t_6 - t_5 \leq \Delta t$ और $MAC_1 =? MAC_2$ को प्रमाणित करता है। अगर दोनों प्रयोक्ता A तथा B सत्र sk पर एकमत होते हैं कि sk और sk * की कुंजियाँ एक ही हैं क्योंकि $K_{AB} = K_{BA}$ और $aM_B = bM_A$ हैं। सत्र कुंजी के स्थापित हो जाने पर A तथा B जालक्रम पर सुरक्षित रूप से संचार कर सकते हैं।

4. सुरक्षा विश्लेषण (Security analysis)

इस खंड में, हम विश्लेषण करेंगे कि दो प्रयोक्ताओं के अनुवर्ती हमले के खिलाफ प्रस्तावित योजना सुरक्षित है –

तालिका: प्रमाणीकरण चरण में विभिन्न सुरक्षा परिदृश्यों में योजनाओं की तुलना

	सुरक्षा गुण	[6]	[1]	[3]	प्रस्तावित
1	कुंजी नयापन (Key freshness)	Y	Y	N	Y
2	सत्र की ज्ञात कुंजियाँ (Known session keys)	Y	Y	N	Y
3	रूपारोप हमला (Impersonation attack)	N	N	Y	Y
4	रिप्ले हमला (Replay attack)	N	N	Y	Y
5	ज्ञात सत्र-विशिष्ट अस्थायी जानकारी हमला (Known session-specific temporary information attack)	N	N	Y	Y
6	पूर्ण अग्रगोपनीयता (Perfect forward secrecy)	N	N	N	Y
7	पारस्परिक प्रमाणन (Mutual authentication)	Y	Y	Y	Y
8	सत्र कुंजी प्रतिष्ठान (Session key establishment)	Y	Y	Y	Y

N: हमला नहीं रोकता; **Y:** हमले से बचाता है

5. निष्कर्ष

इस पत्र में, हमने संचार प्रणाली के लिए दीर्घवृत्तीय वक्र गूढ़लेखन आधारित सुरक्षा प्रमाणीकरण योजना का प्रस्ताव दिया है। इसके अलावा, प्रोटोकॉल ने दिखाया कि, प्रयोक्ता एक दूसरे को प्रमाणित करते हैं और एक सत्र की कुंजी स्थापित करते हैं। सत्र कुंजी का उपयोग करके, प्रयोक्ता सार्वजनिक नेटवर्क पर सुरक्षित रूप से संचार कर सकते हैं। इसके अलावा, इस योजना के लिए द्विरेखीय जोड़ी की गणना की आवश्यकता नहीं है जो वर्तमान परिदृश्यों में इस योजना को और अधिक कुशल बनाता है। अंत में, हमने इस प्रोटोकॉल के सुरक्षा पहलुओं का विश्लेषण किया है जो यह साबित करते हैं कि प्रस्तावित प्रोटोकॉल असुरक्षित चैनल पर सुरक्षित संचार चैनल स्थापित करने के लिए अधिक सुरक्षित है।

संदर्भ

[1] Chen, T. H., Yeh, H., Shih, W.K., (2011) An advanced ECC dynamic ID-based remote mutual authentication scheme for cloud computing, 5th FTRA International Conference on Multimedia and Ubiquitous Engineering, pp. 155-159.

[2] Hankerson, D., Menezes, A.J., Vanstone, S., (2004) Guide to elliptic curve cryptography, Springer.

[3] Kang L., Zhang, X. (2010) Identity-based authentication in cloud computing storage sharing, International conference on multimedia information network and security, IEEE Computer Society, pp. 851-855.
[4] Shamir, A., (1985) Identity-based crypto systems and signature schemes, Advances in cryptology, pp. 47-53.
[5] Wang, F.L., Lei, J., Gong, Z., Luo, X., (2012) Comments on an advanced dynamic ID-based authentication scheme for cloud computing, LNCS, Springer, Heidelberg, Vol. 7529, pp. 246–253.
[6] Yang et al., (2009) An ID-based remote mutual authentication with key agreement scheme for mobile devices on elliptic curve cryptosystem, Computers & Security, Vol. 28, No.3, pp.138–143.
[7] Mishra, D., Kumar, V., Mukhopadhyay, S., (2013) A Pairing-free identity based authentication framework for cloud computing, LNCS, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Vol. 7873, pp. 721–727.
[8] Kumar, V., Kumari, A., (2013) A new identity-based secure authenticated framework in ECC, ISST Journal of Mathematics & Computing System, Vol. 3, No. 2, pp. 41-44.
[9] Kumar, V., Ahmad, M., Kumari, A., Kumar, P., (2017) A study of pairing-free identity-based mutual authentication protocol for cloud computing, Int. journal of Engineering Research and Application, Vol. 7, No. 7, pp.10-14.

पुनरावर्ती वक्रता वाले कैहलर समष्टि में प्रक्षेपीय गति के संबंध में अध्ययन

आलोक कुमार गहलोत
गणित विभाग, अभियांत्रिकी संकाय,
तीर्थंकर महावीर विश्वविद्यालय, मुरादाबाद
dr.alokgahlot02@gmail.com

अवधेश कुमार सिंह
गणित विभाग, अभियांत्रिकी संकाय,
तीर्थंकर महावीर विश्वविद्यालय, मुरादाबाद

सार

इस शोध पत्र को कैहलर समष्टि की परिभाषा के साथ प्रारंभ किया गया है जो कि इस शोध पत्र का आधार माना गया है। इस को आधार मानकर रिमानी वक्रता प्रदिश (सदिश अवधारणा का सामान्यीकरण अथवा सीमित विमीय सदिश) की परिभाषा दी गई है। साथ ही पुनरावर्ती वक्रता वाले कैहलर समष्टि में प्रक्षेपीय गति को भी परिभाषित किया गया है। इन परिभाषाओं के साथ सजातीय (सामान्यीकृत कार्तिये अवधारणा) गति के बारे में भी प्रकाश डाला गया है। साथ ही प्रमेय के माध्यम से प्रक्षेपीय गति के सजातीय गति में परिवर्तन की अनिवार्य एवं पर्याप्त शर्तों के बारे में भी बताया गया है। शोध पत्र में समांतर सदिश की प्रक्षेपीय गति होने की अनिवार्य एवं पर्याप्त दशाओं संबंधी प्रमेय की उपपत्ति की गई है। कैहलर समष्टि में अत्यंत सूक्ष्म प्रक्षेपीय गति होने के लिए गति के प्रारूप की भी उपपत्ति की गई है।

कुंजी शब्द : कैहलर समष्टि, रिमानी वक्रता प्रदिश, ली अवकलन, प्रक्षेपीय गति, सजातीय गति

1. प्रस्तावना

एक सम विमीय कैहलर समष्टि ऐसा रिमानी समष्टि होता है जिसमे संरचना प्रदिश F_i^h निम्नलिखित संबंधो को संतुष्ट करता है[4]:

$$\mathbf{F_j^i\ F_i^h\ =\ -\ \delta_j^h} \qquad \text{....(1.1)}$$

$$\mathbf{F_{ij}\ =\ -\ F_{ji}},$$

$$\left(\mathbf{F_{ij}\overset{def}{=}F_i^a\,g_{aj}}\right) \qquad \text{....(1.2)}$$

$$\mathbf{F_{i,j}^h\ =\ 0}, \qquad \text{....(1.3)}$$

जहाँ सूचक से पहले लगा कोमा (,) रिमानी समष्टि के मापन प्रदिश g_{ij} के सापेक्ष सहपरिवर्ती अवकलन को प्रदर्शित करता है। रिमानी वक्रता प्रदिशको R_{ijk}^h से प्रदर्शित किया जाता है, जो कि निम्नलिखित सूत्र द्वारा परिभाषित किया जाता है।

$$\mathbf{R_{ijk}^h=\partial_i\left\{\begin{matrix}h\\jk\end{matrix}\right\}-\partial_j\left\{\begin{matrix}h\\ik\end{matrix}\right\}+\left\{\begin{matrix}h\\ia\end{matrix}\right\}\left\{\begin{matrix}a\\jk\end{matrix}\right\}-\left\{\begin{matrix}h\\ja\end{matrix}\right\}\left\{\begin{matrix}a\\ik\end{matrix}\right\}}$$

जहाँ $\partial_j=\frac{\partial}{\partial x^j}$ एवं x^j वास्तविक स्थानीय निर्देशांकों को दर्शाता है, वहीं दूसरी ओर रिक्की प्रदिश एवं अचर वक्रता प्रदिश को क्रमशः $R_{ij}=R_{aij}^a$ तथा $R=R_{ij}g^{ij}$ द्वारा प्रदर्शित किया गया है। यदि किसी

कैहलर समष्टि का वक्रता प्रदिश R^h_{ijk} निम्नलिखित शर्त को संतुष्ट करता है, तब उसे पुनरावर्ती कैहलर समष्टि भी कहा जाता है[1] और

$$R^h_{ijk,\,a} - \lambda_a\, R^h_{ijk} \;=\; 0 \qquad \text{....(1.4)}$$

जहाँ λ_a एक अशून्य पुनरावर्ती सदिश क्षेत्र के लिए प्रयुक्त किया गया है। ऐसी समष्टि को हम K^*_n से प्रदर्शित करेंगे।

माना कैहलर समष्टि K_n एक समविमीय अवकलनीय समष्टि है, जो कि सजातीय रूप से जुडी हुई है तथा इसमें सममित संबंधन $\begin{Bmatrix} h \\ i\ j \end{Bmatrix}$ भी है, जहाँ (h, i, j, k....=1,2,3,....,n) समष्टि के पृष्ठ बिंदुओं के बीच की अल्पांतरी रेखा $x^h = x^h(t)$ (जियोडेसिक्स) नीचे दिए गए सूत्रद्वारा परिभाषित की जाती है।

$$\frac{d^2x^h}{dt^2} + \left\{ {h \atop i\ j} \right\} \frac{dx^i}{dt}.\frac{dx^j}{dt} = \rho(t)\frac{dx^h}{dt}. \qquad \text{...(1.5)}$$

यहाँ समीकरण (1.5) अनंत सूक्ष्मविस्थापन को दर्शाता है, जिसमें v^h सहपरिवर्ती सदिश के घटकों को दर्शाता है जबकि dt अनंत सूक्ष्म अचर है। समीकरण (1.5) उसी प्रणाली $x^h = x^h(t)$ में पृष्ठ बिंदुओं के बीच की अल्पांतरी रेखा की प्रणाली को बदल देती है। इस प्रकार समीकरण (1.5) को आंतरायिक प्रक्षेपी गति कहा जाता है। कैहलर समष्टि में प्रक्षेपी गति होने के लिए अनिवार्य एवं पर्याप्त शर्त यह है कि $\begin{Bmatrix} h \\ i\ j \end{Bmatrix}$ का (1.5) के सापेक्ष ली अवकलन करने पर निम्न रूप प्राप्त हो:

$$L_v \left\{ {h \atop i\ j} \right\} = A^h_i F_j + A^h_j F_i. \qquad \text{....(1.6)}$$

यहाँ $A^h_i = \partial_i x^h$ किसी निश्चित अशून्य सहवर्ती घटक F_i के लिए लिया गया है। हम जानते है कि कैहलर समष्टि K_n में प्रक्षेपी वक्रता प्रदिश P^h_{ijk} निम्न रूप में होता है:

$$P^h_{ijk} = R^h_{ijk} + \Omega^h_{ijk}. \qquad \text{....(1.7)}$$

जहाँ,

$$\Omega^h_{ijk} = \frac{1}{n+2}\left[R_{ik}\delta^h_j - R_{jk}\delta^h_i + S_{ik}F^h_j - S_{jk}F^h_i + 2S_{ij}F^h_k \right] \qquad \text{....(1.8)}$$

साथ ही $S_{ij} = F^a_i R_{aj}$ को परिभाषित किया गया है। समीकरण (1.7), (1.8) एवं $R_{ij} = R^l_{ijl}$ के माध्यम से हम जान सकते है कि $P^l_{ijl} = 0$ एवं $P^l_{ijk} = 0$ .....(1.9)

समीकरण (1.6) का प्रयोग

$L_v R^h_{ijk} = \left[L_v \left\{ {h \atop i\ j} \right\} \right]_{,k} - \left[L_v \left\{ {h \atop i\ j} \right\} \right]_{,j}$ सूत्र में उपयोग करने पर हमें ज्ञात होता है कि

$$L_v R^h_{ijk} = A^h_j F_{i,k} - A^h_k F_{i,j} + A^h_i F_{j,k} - A^h_i F_{k,j}.$$

उक्त सूत्र में विरोध पाया जाता है अतः

$$L_v R_{ij} = 0 \qquad \text{....(1.10)}$$

समीकरण (1.6) के दृष्टिकोण से $\begin{Bmatrix} h \\ i\ j \end{Bmatrix}$ के ली अवकलन को निम्न प्रकार से लिखा जा सकता है –

$$L_v \left\{ {h \atop i\ j} \right\} = v^h_{,ij} + R^h_{ijk} v^k,$$

समीकरण (1.6) में $n^2 + 2n$ अज्ञात चर v^h, v^h_i एवं F_i हैं। यहाँ समीकरण (1.6) के समाकलन की शर्त निम्नवत है।

$$L_v P^h_{ijk} = 0 \qquad \text{....(1.11)}$$

किसी सजातीय जुडाव वाले कैहलर पुनरावर्ती K^*_n में प्रक्षेपी गति (1.5) के अस्तित्व पर ध्यान देंगे, जो कि समीकरण (1.6) को संतुष्ट करती है। इस उद्देश्य के लिए हम समीकरण (1.2) को लेंगे और प्रक्षेपी गति के लिए एक महत्वपूर्ण गुण P^h_{ijk} को प्राप्त करेंगे। समीकरण (1.4) से $R_{ij,a} = \lambda_a R_{ij}$ इस तथ्य का (1.8) में अनुप्रयोग करने पर हमें $\Omega^h_{ijk,a} = \lambda_a \Omega^h_{ijk}$ प्राप्त होता है। समीकरण (1.4) एवं $\Omega^h_{ijk,a} = \lambda_a \Omega^h_{ijk}$ से हमें P^h_{ijk} के एक अनिवार्य गुण का पता चलता है जिसका गणितीय रूप निम्नलिखित हैं।

$$P^h_{ijk,a} = \lambda_a P^h_{ijk} \qquad \text{....(1.12)}$$

2. पुनरावर्ती वक्रता वाले कैहलर समष्टि में प्रक्षेपी गति –

समीकरण (1.10) व (1.12) से,

$$L_v\left(P^h_{ijk,a}\right)=\left(L_v\lambda_a\right)P^h_{ijk} \quad ....(2.1)$$

निम्नलिखित परिणाम के दाहिनी ओर समीकरण (1.6) का उपयोग करने पर:

$$L_v\left(P^h_{ijk,a}\right)-\left(L_vP^h_{ijk}\right)_{,a}=\left(L_v\left\{ {}^{\;l}_{a\;i} \right\}\right)P^h_{ljk}-\left(L_v\left\{ {}^{\;l}_{a\;j} \right\}\right)P^h_{ilk}-\left(L_v\left\{ {}^{\;l}_{a\;k} \right\}\right)P^h_{ijl}+\left(L_v\left\{ {}^{\;h}_{a\;l} \right\}\right)P^l_{ijk},$$

हमें निम्न सूत्र प्राप्त होता है,

$$L_v\left(P^h_{ijk,a}\right)\left(L_vP^h_{ijk}\right)_{,a}=-2F_aP^h_{ijk}-F_iP^h_{ajk}-F_jP^h_{iak}-F_kP^h_{ijk}+A^h_aF_lP^l_{ijk}$$

समीकरण (1.10) से

$$L_v\left(P^h_{ijk,a}\right)=-2F_aP^h_{ijk}-F_iP^h_{ajk}-F_jP^h_{iak}-F_kP^h_{ija}+A^h_aF_lP^l_{ijk}$$

प्राप्त होता है।

इस प्रकार समीकरण (2.1) को पुनः निम्न प्रकार से लिखा गया है :

$$\left(2F_a+L_v\lambda_a\right)P^h_{ijk}=-F_iP^h_{ajk}-F_jP^h_{iak}-F_kP^h_{ija}+A^h_aF_lP^l_{ijk} ....(2.2)$$

समीकरण (2.2) में h एवं a के लिए संकुचन करके संबंध $P^h_{ijk}=-P^h_{ikj}$ को उपयोग में लाने पर हमें समीकरण $\left(2F_a+L_v\lambda_a\right)P^a_{ijk}=nF_aP^a_{ijk}-F_iP^a_{ajk}+F_jP^a_{ika}-F_kP^a_{ija}$, प्राप्त होता है। इस परिणाम एवं समीकरण (1.9) से हमें निम्न समीकरण प्राप्त होता है:

$$\left(L_v\lambda_a\right)P^a_{ijk}=(n-2)F_aP^a_{ijk} \quad ....(2.3)$$

अब समीकरण (2.2) के दोनों ओर F_h से गुणा करके h के सापेक्ष योग करने पर,

$$\left(2F_a+L_v\lambda_a\right)F_hP^h_{ijk}=F_aF_lP^l_{ijk}-F_iF_hP^h_{ajk}-F_jF_hP^h_{iak}-F_kF_hP^h_{ija} \quad ....(2.4)$$

अथवा

$$\left(L_v\lambda_a\right)F_hP^h_{ijk}=-F_aF_hP^h_{ijk}-F_iF_hP^h_{ajk}-F_jF_hP^h_{iak}-F_kF_hP^h_{ija}. \quad ..(2.5)$$

प्राप्त होता है। यदि $n\geq 3$ हो तो समीकरण (2.3) दर्शाता है कि

$$F_hP^h_{ijk}=\frac{1}{(n-2)}\left(L_v\lambda_l\right)P^l_{ijk} \quad ....(2.6)$$

इस प्रकार समीकरण (2.5) से (n-2) घटकों की उपेक्षा कर एवं (2.6) का उपयोग करके हमें

$$\left(L_v\lambda_a\right)\left(L_v\lambda_l\right)P^l_{ijk}=-F_a\left(L_v\lambda_l\right)P^l_{ijk}-F_i\left(L_v\lambda_l\right)P^l_{ajk}-F_j\left(L_v\lambda_l\right)P^l_{iak}-F_k\left(L_v\lambda_l\right)P^l_{ija}.$$

$$\left(L_v\lambda_l\right)\left[\left(L_v\lambda_a\right)P^l_{ijk}+F_aP^l_{ijk}+F_iP^l_{ajk}+F_jP^l_{iak}+F_kP^l_{ija}\right]=0. \quad ....(2.7)$$

प्राप्त होती है, किंतु समीकरण (2.2) से हमें ज्ञात है कि

$$F_iP^l_{ajk}+F_jP^l_{iak}+F_kP^l_{ija}=A^l_aF_bP^b_{ijk}-\left(2F_a+L_v\lambda_a\right)P^l_{ijk}, \quad ...(2.8)$$

समीकरण (2.8) को हल करने पर,

$$F_aP^i_{ijk}L_v\lambda_l=\left(L_v\lambda_a\right)F_lP^l_{ijk},$$

समीकरण (2.9) में (2.3) एवं (2.6) का उपयोग करने पर

$$F_a=\frac{1}{(n-2)}L_v\lambda_a,(n\geq 3).$$

इस प्रकार हमें निम्नलिखित प्रमेय प्राप्त होती हैं।

प्रमेय 2.1: यदि K^*_n (सजातीय जुडाव वाला कैहलर पुनरावर्ती समष्टि) $(n\geq 3)$ के लिए आंतरायिक प्रक्षेपी गति प्रदर्शित करता है तो उसकी गति का रूप निम्न होगा।

$$\overline{x}^h=x^h+v^h(x)dt, L_v\left\{ {}^{\;h}_{i\;j} \right\}=A^h_iF_j+A^h_jF_i,$$

$$F_j=\frac{1}{n-2}\left(L_v\lambda_J\right).$$

प्रमेय 2.2 यदि $L_v\lambda_i$ एक समांतर सदिश को दर्शाता हैं, तब K^*_n सामान्य प्रक्षेपी गति वाला होगा अगर $L_vR^h_{ijk}=0$।

उपपत्ति – यहाँ हम उस बात की जाँच करते हैं जिसमें $L_v\lambda_i$ एक समांतर सदिश को दर्शाता हैं –

$$(L_v\lambda_i)_{,j}=0$$

समीकरण (1.10) के दोनों ओर ली अवकलन L_v करने पर हमें $L_v\Omega^h_{ijk}=0$ प्राप्त होता हैं। इस परिणाम को समीकरण (1.9) से तुलना करने पर हमें $L_vP^h_{ijk}=L_vR^h_{ijk}$ प्राप्त होता हैं। इस सिद्धांत का वर्तमान सिद्धांत में हमें $L_vP^h_{ijk}=0$ प्राप्त होता है। इसी प्रकार $L_vR^h_{ijk}=0$ प्राप्त होता है, परंतु इससे हमें $L_v\lambda_i$ के समांतर गुण का पता चलता है।

प्रमेय 2.3: K^*_n में प्रक्षेपी गति और समजातीय गति के होने के लिए $L_v\lambda_i=0$, एक आवश्यक एवं अनिवार्य शर्त है।

संदर्भ

[1] Lal, K.B., Singh, S.S., (1971) On Kaehlerian spaces with recurrent Bochner curvature, Acc. Naz. Dei. Lincei. L1, pp. 213-220.

[2] Tachibana, S., (1961) On infinitesimal conformal and projective transformation of complex K-space, Tohoku Math. J., Vol. 13, pp. 386-392.

[3] Yano, K., Bochner, S., (1953) Curvature and Betti numbers, Ann. Math. Stud., Vol. 32, p. 83.

[4] Yano, K., (1965) Differential geometry on complex and almost complex spaces, Pergamon Press.

16

एक संकुचित नली में सरंध्र (पोरस) माध्यम से रक्त प्रवाह का गणितीय अन्वेषण : जेफ्री तरल मॉडल

अग्रज गुप्ता
गणित विभाग, महर्षि दयानन्द विश्वविद्यालय, रोहतक
agraj.ibs.maths@hotmail.com

अर्चना दीक्षित
गणित विभाग, जी. एल. ए. विश्वविद्यालय, मथुरा
archana.dixit@gla.ac.in

सार

इस शोध पत्र का उद्देश्य कोज्या ज्यामितीय संकुचित धमनी में रक्त के प्रवाह पर गर्मी और द्रव्यमान के प्रभाव का अध्ययन करना है। यहाँ रक्त को एक जेफ्री द्रव की भांति माना गया है और अभिशासी समीकरणों को बेलनाकार निर्देशांकों के रूप में। वेग, दबाव ड्रॉप, आयतनिक प्रवाह दर, प्रवाह के प्रतिरोध, और भित्ति अपरूपण प्रतिबल के लिए व्यंजक प्राप्त किए हैं। आलेख की सहायता से डार्सी नंबर, जेफ्री पैरामीटर, ग्रोस्फ़र नंबर और चुंबकीय प्राचल जैसे कई प्राचलों की चर्चा की गई है।

कुंजी शब्द : संकुचित धमनी, जेफ्री तरल मॉडल, दबाव ड्रॉप, आयतनिक प्रवाह दर, चुंबकीय प्राचल

1. प्रस्तावना

पूर्व समय में, अनेक सैद्धांतिक और प्रायोगिक अध्ययनों से संकुचित धमनियों में रक्त के प्रवाह से संबंधित जीवन विज्ञान की समस्याओं के आधार पर धमनी जैव यांत्रिकी के प्रभुत्व को कई परिप्रेक्ष्य में प्रस्तुत किया गया है। आधुनिक संशोधनों के परिणामस्वरूप निरंतर परिवर्तन और अनुकूलन के आधार पर गणितीय मॉडलिंग इस प्रकार की समस्याओं का बेहतर इलाज दे सकता है। धमनी के संकुचन को आम तौर पर 'स्टेनोसिस' कहा जाता है, जो एथोरोमा अर्थात धमनीय लुमेन पर वसा और फाइबर टिश्यू के संग्रह द्वारा उत्पन्न होता है। इस तरह के संकुचन के द्वारा रक्त परिवहन संकुचन से आगे के अनुभाग में काफी कम होता है और इससे हृदय संबंधी गंभीर विकार होते हैं।

वर्तमान परिदृश्य में दिल से संबंधित रोग दुनिया भर में मौतों का मुख्य कारण हैं। धमनियों में, संकुचन और धमनी विस्तार जैसे धमनी रोग रक्त प्रवाह की सहजता को बदल सकते हैं। इंट्रावास्कुलर एथेरोस्क्लोरोटिक, पट्टिका संकुचन का मुख्य कारण है, वही धमनी में संकुचन का कारण बनता है। इंटरवास्कुलर एथेरोस्क्लोरोटिक, धमनी की दीवार पर विकसित होता है और वेसेल्स के लुमेन में पैदा होता है। अगर कोई अवरोध धमनियों में विकसित होता है तो रक्त प्रवाह में एक महत्वपूर्ण परिवर्तन होता है, जो प्रमुख परिवर्तन होते हैं वे दबाव में परिवर्तन, दीवारों पर कतरनी तनाव और प्रतिबाधा हैं। संकुचित धमनी में संचार प्रणाली के बारे में उचित जानकारी के लिए प्रवाह के लक्षण को बेहतर तरीके से समझना आवश्यक है।

एक गैर-न्यूटोनियन द्रव मॉडल, जो कि नवीनतम अतीत में बड़े पैमाने पर स्वीकार किया गया है जेफ्री द्रव मॉडल है, जो श्यान प्रत्यास्थ द्रव के रिहोलोजिकल गुणों को दर्शाता है। जेफरी द्रव मॉडल समय पर निर्भर अवकलज का उपयोग कर संचयी अवकलज के विकल्प के रूप में कार्य करता है जो इसे तुलनात्मक रूप से सरल रेखीय मॉडल बनाती है । यह न्यूटोनियन तरल पदार्थ मॉडल का एक महत्वपूर्ण व्यापक रूप है और बाद के संस्करण मॉडल को पहले मॉडल के विशेष रूप में समझ लिया गया है । हयात[1] आदि और वज्रवेलु[2] आदि ने कुछ शारीरिक और औद्योगिक तरल पदार्थ को परिभाषित करने के लिए उपयुक्त मॉडल स्थापित किया है । इलाही[3] आदि ने कम रेनॉल्ड्स संख्या और लंबी तरंग दैर्ध्य की सीमाओं वाली एक आयताकार नाली ली, और जेफरी द्रव के पेरिस्टिस्टलिक प्रवाह पर चुंबक द्रवगतिकी के प्रभाव का अध्ययन किया । पांडे और त्रिपाठी[4] ने अपने मॉडल में असममित नाली में जेफरी द्रव पर चुंबकीय क्षेत्र के प्रभाव में क्रमिक गति ले ली। खान[5] आदि ने एक छिद्रपूर्ण स्थिति के माध्यम से असंगत चिपचिपाहट के साथ एक असममित नाली में क्रम-संकोची (peristaltic) प्रवाह ले कर जेफरी द्रव के साथ एक विचार का पता लगाया। ज्योति[6] आदि ने सरंध्र माध्यम के साथ आंतरिक रूप से एक परिपत्र नाली में एक जेफरी द्रव के पेरिस्टिस्टलिक प्रवाह का पुनरुत्पादन किया। अकबर आदि[7] ने एक चुंबकीय क्षेत्र के साथ साधारण आँत में कंपन के पेरिस्टालिक प्रवाह के लिए जेफरी तरल पदार्थ पर एक मॉडल की पूर्वव्यापी व्याख्या की। अब्द-अल्ला आदि[8] ने एक असममित नाली में जेफरी द्रव के क्रम-संकोची प्रवाह का पता लगाया।

उपर्युक्त वर्णन और टिप्पणियों के आलोक में, हमने जेफरी द्रव की गति को पारदर्शी दीवारों के साथ एक पतली वाहिनी में परिचालन के साथ करने का सुझाव दिया । यह मॉडल डक्ट के निहितार्थ दबाव के विकास को समझने के लिए महत्वपूर्ण भूमिका निभाएगा । स्थिर गैर-न्यूटोनियन तरल पदार्थ प्रवाह को कुछ पतली ट्यूब के माध्यम से यादृच्छिक समय में स्वतंत्र प्रवाह वक्र द्वारा वर्गीकृत किया जाता है । बीवर और जोशेफ[9] ने प्रचलन की दीवार पर स्लिप की स्थिति लेते हुए गति क्षेत्र का अध्ययन किया है । तरल पदार्थ का प्रवाह डारसी के कानून द्वारा निर्देशित है । इससे वेग, जन प्रवाह दर और उसमें आंशिक वृद्धि जैसे कुछ परिणाम प्राप्त किये गए हैं ।

2. गणितीय विरूपण

जेफरी द्रव के प्रवाह को एक असीमित धमनी वाले असामान्य खंड के माध्यम से सोचें। धमनी को छिद्रपूर्ण माध्यम से भरा हुआ परिपत्र रूप माना जाता है । यहां R संकुचित क्षेत्र में धमनी की त्रिज्या का प्रतिनिधित्व करता है, R_0 नियमित धमनी के त्रिज्या का प्रतिनिधित्व करता है, $2l$ स्टेनोसिस का काल होता है और δ स्टेनोसिस की अधिकतम ऊंचाई होती है. यह भी माना जाता है कि धमनी के लुमेन में अनियमित वृद्धि के कारण संकुचन समरूपता से आगे बढ़ता है । स्टेनोसिस की सबसे महत्वपूर्ण ज्यामिति निर्दिष्ट होती है:

$$h = \frac{R}{R_0} = 1 - \frac{\delta}{2R_0}\left(1 + \cos\frac{\pi z}{l}\right)$$

तरल पदार्थ के लिए समीकरण :

$$S = \frac{\mu}{(1+\lambda_1)}\left(\frac{\partial \gamma}{\partial t} + \lambda_2 \frac{\partial^2 \gamma}{\partial t^2}\right)$$

यहाँ μ, λ_1 λ_2 और γ गतिक श्यानता, विश्राम के समय का अनुपात, मंदता का समय, और अपरूपक (shear) दर क्रमशः हैं । अब स्थाई असंपीड्य तरल पदार्थ के लिए अभिशासी समीकरण निम्नानुसार है –

$$\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \qquad \ldots.(1)$$

$$\left(u\frac{\partial u}{\partial r}+w\frac{\partial u}{\partial z}\right)=\frac{1}{\rho}\left[-\frac{\partial p}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rS_{rr}\right)+\frac{\partial S_{rz}}{\partial z}-\frac{\mu}{k_0}u\right] \quad \ldots.(2)$$

$$\left(u\frac{\partial u}{\partial r}+w\frac{\partial w}{\partial z}=\right)=\frac{1}{\rho}\left[-\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rS_{rz})+\frac{\partial S_{zz}}{\partial z}-\frac{\mu}{k_0}(w+c)+\rho g\alpha(T-T_0)\right] \quad \ldots.(3)$$

$$\left(u\frac{\partial T}{\partial r}+w\frac{\partial T}{\partial z}\right)=\left[\frac{k}{c_p\rho}\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right)+\frac{Q_0^2}{\rho c_p}\right] \quad \ldots.(4)$$

यहाँ p, k_0, T, Q_0, α, c_p, k और ρ दबाव, छिद्रपूर्ण माध्यम की पारगम्यता, तापमान, सतत ऊष्मा के कारण अवशोषण, तरल पदार्थ के रैखिक ऊष्मीय विस्तार के गुणांक, स्थिर दबाव पर विशिष्ट गर्मी, तापीय चालकता और द्रव की घनत्व क्रमशः हैं। प्रयोग किये गए आयामहीन चर निम्नलिखित हैं –

$$\bar{r}=\frac{r}{a},\ \bar{z}=\frac{z}{\lambda},\ \bar{w}=\frac{w}{c},\ \bar{u}=\frac{u}{c\delta},\ \bar{p}=\frac{pa}{\mu c\lambda}^2,\ \bar{S}=\frac{aS}{\mu c},\ \theta=\frac{T-T_0}{T_1-T_0},\ \bar{\delta}=\frac{\delta}{R_0},\ \bar{r_1}=\frac{r_1}{a}=\varepsilon,\ \varepsilon=\frac{a_0}{a},$$

$$Da=\frac{k_0}{a^2},\ \mathrm{Re}=\frac{\rho ac}{\mu}$$

$$Gr=\frac{g\alpha a^3(T_1-T_0)}{\nu^2} \quad \ldots.(5)$$

यहाँ Da, Re, δ, M, और Gr डार्सी नंबर, रेनॉल्ड्स संख्या, स्टेनोसिस की ऊंचाई, चुंबकीय प्राचल, और आयाम रहित ग्राशॉफ संख्या को समीकरण (1) से (5) तक में निर्देशित कर रहे हैं। अब हमको निम्नलिखित समीकरण मिलते हैं –

$$\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{u}{r}+\frac{\partial w}{\partial z}=0 \quad \ldots.(6)$$

$$\left(u\frac{\partial u}{\partial r}+w\frac{\partial u}{\partial z}\right)=\frac{1}{\mathrm{Re}}\left[-\frac{\partial p}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rS_{rr}\right)+\frac{\partial S_{rz}}{\partial z}-\frac{u}{Da}\right] \quad \ldots.(7)$$

$$\left(u\frac{\partial w}{\partial r}+w\frac{\partial w}{\partial z}\right)=\frac{1}{\mathrm{Re}}\left[-\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rS_{rz}\right)+\frac{\partial S_{zz}}{\partial z}-\left(M^2+\frac{1}{Da}\right)\left(w+1\right)+Gr\theta\right] \quad \ldots.(8)$$

$$\left(u\frac{\partial T}{\partial r}+w\frac{\partial T}{\partial z}\right)=\frac{1}{\mathrm{Re}}\left[\frac{\partial^2\theta}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\theta}{\partial r}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right] \quad \ldots.(9)$$

यहाँ

$$S_{rr}=\frac{2\mu}{1+\lambda_1}\left[1+\lambda_2\left(u\frac{\partial}{\partial r}+w\frac{\partial}{\partial z}\right)\right]\frac{\partial u}{\partial r}$$

$$S_{rz}=\frac{\mu 1}{1+\lambda_1}\left[1+\lambda_2\left(u\frac{\partial}{\partial r}+w\frac{\partial}{\partial z}\right)\right]\left(\frac{\partial w}{\partial r}+\frac{\partial u}{\partial z}\right)\ S_{zz}=\frac{2\mu}{1+\lambda_1}\left[1+\lambda_2\left(u\frac{\partial}{\partial r}+w\frac{\partial}{\partial z}\right)\right]\frac{\partial w}{\partial z}$$

अल्प रेनॉल्ड्स नंबर ($\mathrm{R_e} \rightarrow 0$) मानने के साथ, समीकरण (7) और (9) इस प्रकार प्राप्त होते हैं :

$$\frac{\partial p}{\partial r}=0 \quad \ldots. (10)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z}=\frac{1}{(1+\lambda_1)r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial w}{\partial r}\right)-\left(M^2+\frac{1}{Da}\right)(w+1)+Gr\theta \quad \text{.... (11)}$$

$$0=\frac{\partial^2\theta}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\theta}{\partial r} \quad \text{.... (12)}$$

समीकरण (10) और (11) से, हमारे पास है

$$(1+\lambda_1)\frac{dp}{dz}=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial w}{\partial r}\right)-N^2(w+1)+(1+3r\theta) \quad \text{.... (13)}$$

यहाँ $N^2=\dfrac{(1+\lambda_1)}{Da}$

संगत आयाम रहित परिसीमा प्रतिबंध इस प्रकार हैं :

$w=1$ पर $r=r_1,r_2$ .... (14a)

$\dfrac{\partial w}{\partial r}=0$ पर $r=0$ .... (14b)

$\theta=1$ पर $r=r_1$ .... (15a)

$\theta=0$ पर $r=r_2$ .... (15b)

3. हल

परिसीमा शर्तों 14 (a, b) और 15 (a, b) का उपयोग करते हुए समीकरण (12) से हम प्राप्त करते है –

$$\theta=-\frac{\beta}{4}r^2+A\log r+B \quad \text{.... (16)}$$

यहाँ $A=\dfrac{4+(r_1^2-r_2^2)}{4\log(\frac{r_1}{r_2})}$ और $B=\dfrac{r_2^2\log r_1-(4+r_1^2)\log r_2}{4\log(\frac{r_1}{r_2})}$

समीकरण (13) में समीकरण (16) को प्रतिस्थापित करने पर, हमें मिलता है –

$$w=\frac{(1+\lambda_1)}{N^2}\frac{dp}{dz}\left[A_5I_0(Nr)+A_6K_0(Nr)-1\right]-1$$
$$+\frac{(1+\lambda_1)}{N^2}Gr\left[\frac{A_3}{A_0}I_0(Nr)+\frac{A_4}{A_0}K_0(Nr)+\log r-0.25(r^2-4Da)\right] \quad \text{.... (17)}$$

यहाँ

$$A_1=\log r+c_2-.25\left(r_1^2+\frac{4}{N^2}\right),\ A_2=c_1\log r+c_2-0.25\left(r_2^2+\frac{4}{N^2}\right)$$

$$A_3=A_2K_0(Nr_1)-A_1K_0(Nr_2),\ f_4=f_1I_0(Nr_2)-f_2I_0(Nr_1),$$

$$f_5=\frac{K_0(Nr_2)-K_0(Nr_1)}{f},A_6=\frac{I_0(Nr_1)-I_0(Nr_2)}{A_0} \quad \text{और}$$

$$A_0=I_0(Nr_1)K_0(Nr_2)-I_0(Nr_2)K_0(Nr_1)$$

आयाम रहित आयतन प्रवाह निम्न प्रकार दिया जाता है –

$$Q = 2\pi \int_0^h wrdr \qquad \ldots. (18)$$

आयतन प्रवाह Q की दर इस प्रकार दी गई है –

$$Q = 2\frac{(1+\lambda_1)}{N^2}\frac{dp}{dz}A_7 - \left(r_2^2 - r_1^2\right) + 2\frac{(1+\lambda_1)}{N^2}GrA_5 \qquad \ldots. (19)$$

यहाँ

$$A_7 = \frac{A_5}{N}\left[r_2 I_1(N r_2) - r_1 I_1(N r_1)\right] - \frac{A_6}{N}\left[r_2 K_1(N r_2) - r_1 K_1(N r_1)\right] - \frac{\left(r_2^2 - r_1^2\right)}{2}$$

और

$$A_8 = \frac{A_3}{Mf}\left[r_2 I_1(N r_2) - r_1 I_1(N r_1)\right] - \frac{A_4}{Nf}\left[r_2 K_1(N r_2) - r_1 K_1(N r_1)\right]$$
$$-0.25\left[\frac{\left(r_2^4 - r_1^4\right)}{4} + \frac{2}{N^2}\left(r_2^2 - r_1^2\right)\right] + c_2\frac{\left(r_2^2 - r_1^2\right)}{2} + c_1\left[\frac{r_2^2}{2}\log r_2 - \frac{r_1^2}{2}\log r_1 - \frac{\left(r_2^2 - r_1^2\right)}{4}\right]$$

समीकरण (19) से, हमारे पास है :

$$\frac{dp}{dz} = \frac{\left(Q + \left(r_2^2 - r_1^2\right) - 2\frac{(1+\lambda_1)}{N^2}GrA_5\right)}{2A_7(1+\lambda_1)}N^2 \qquad \ldots. (20)$$

स्टेनोसिस $z = 0$ से $z = 1$ के बीच दाब ह्रास समीकरण (20) द्वारा प्राप्त होता है :

$$\Delta p = \int_0^1 \frac{dp}{dz}dz \qquad \ldots. (21)$$

प्रवाह के प्रतिरोध λ परिभाषित किया गया है,

$$\lambda = \frac{\Delta p}{Q} = \frac{1}{Q}\int_0^1 \Delta p\, dz \qquad \ldots. (22)$$

भित्ति अपरूपण प्रतिबल निम्न व्यंजक द्वारा दिया जाता है :

$$S_{rz} = -\frac{r}{2}\frac{dp}{dz} \qquad \ldots. (23)$$

परिणाम और चर्चा –

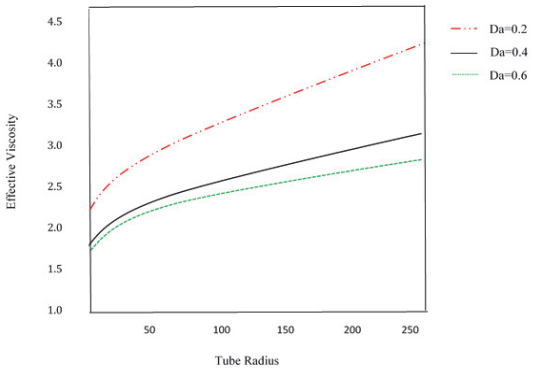


Fig.1 Effect of Da on effective viscosity

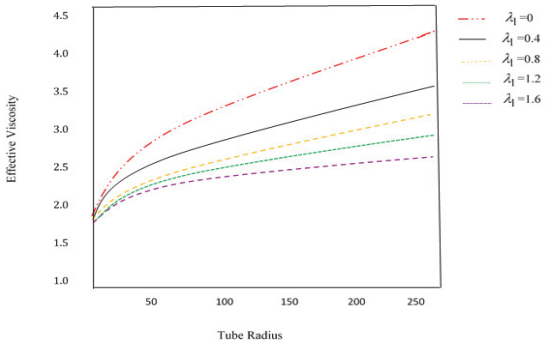


Fig.2 Effect of λ_1 on effective viscosity

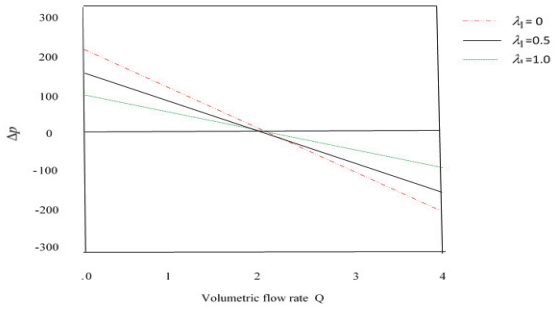


Fig.3 The variation of Δp with volumetric flow rate for different values of λ_1

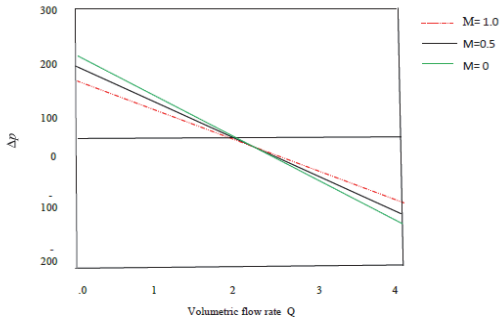


Fig.4 The variation of Δp with volumetric flow rate for different values of λ_1

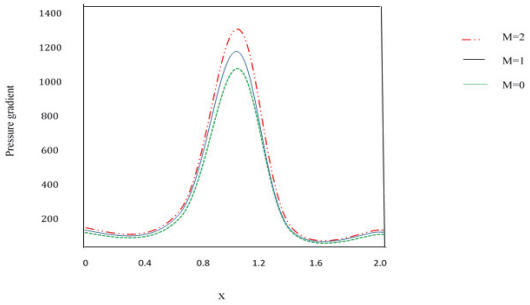


Fig.5 The variation of axial pressure gradient with M different values of M

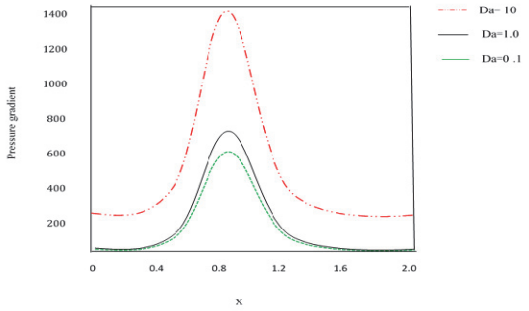


Fig.6 The variation of axial pressure gradient with M different values of Da

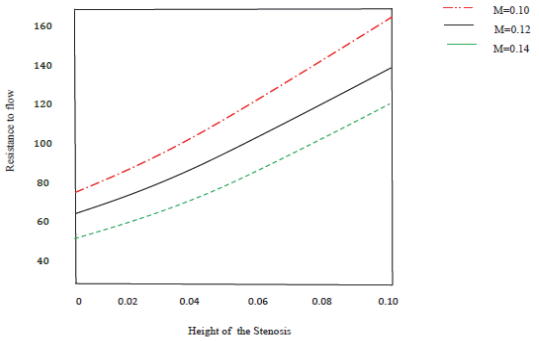


Fig.7 Effect of Resistance to flow with height of the stenosis for different values of M

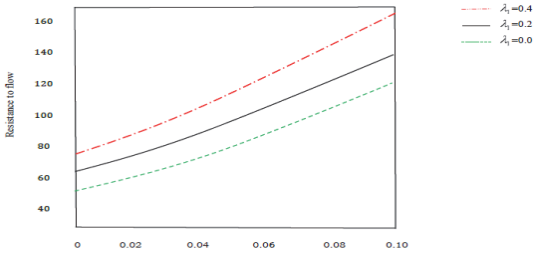


Fig.8 Variation of Resistance to flow for different values of λ_1

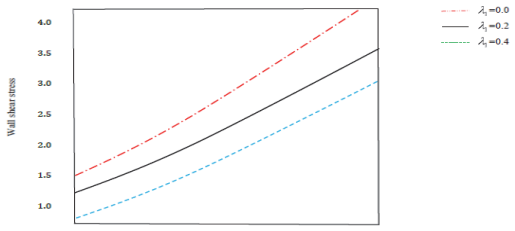


Fig.9 Variation of wall shear stress with stenotic height for different values of λ_1

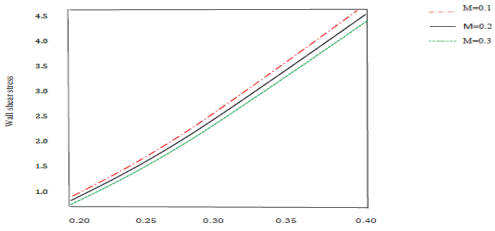


Fig.10 Variation of wall shear stress with stenotic height for different values of M

वार्तालाप के उद्देश्य से जेफ़री पैरामीटर, चुंबकीय पैरामीटर और डार्सी पैरामीटर से संबंधित प्रवाह पैरामीटर की परिस्थितियों को आलेख संख्या 1 से 10 में आलेखीय रूप से दर्शाया गया है।

चित्र-1 में डार्सी पैरामीटर की विविधता प्रभावी सांद्रता को दर्शाती है। इस आंकड़े में हम $\lambda_1 = 1.0$ और डार्सी पैरामीटर के विभिन्न मान लेते हैं। परिणाम डार्सी पैरामीटर के साथ सक्रिय सांद्रता में कमी प्रदर्शित करता है, लेकिन ट्यूब त्रिज्या के साथ बढ़ता है।

चित्र-2 जेफरी पैरामीटर के विभिन्न मूल्यों के लिए नली त्रिज्या के साथ प्रभावी सांद्रता को दर्शाता है। यदि जेफरी पैरामीटर घटता है तो सक्रिय सांद्रता कम हो जाती है लेकिन नली त्रिज्या के बढ़ने के साथ बढ़ता है।

चित्र-3 $D_a = 0.1, G_r = 3$ के साथ जेफरी पैरामीटर λ_1 के भिन्न मूल्यों के लिए प्रवाह दर के साथ दबाव की कमी Δ_pके विचलन को दर्शाता है। यह स्थापित किया जाता है कि λ_1 बढ़ने के साथ आयतनात्मक प्रवाह की दर में कमी आती है।

चित्र-4 डार्सी पैरामीटर के विभिन्न मानों के साथ दबाव ड्रॉप Δ_p की एक तस्वीर देता है। यह पाया जाता है कि दबाव के साथ डार्सी पैरामीटर दबाव बढ़ता है।

चित्र-5

$D_a = 0.1, M = 1$ के लिए λ_1 के साथ अक्षीय दबाव dp/dx के विचलन का प्रतीक है। यह माना जाता है कि λ_1 बढ़ने के साथ अक्षीय दबाव ढाल आयाम में कमी आती है।

चित्र-6 अक्षीय ग्रेडिएंट dp/dx के डार्सी नंबर D_a के साथ-साथ $m = 1, \lambda_1 = 0.4, Q = 1$ के विभिन्न मानों के पक्ष में प्रदर्शित करता है। यह स्थापित किया गया है कि अक्षीय दबाव, ढाल dp/dx, D_a के घटने के साथ बढ़ता है।

चित्र 7-8 में जेफरी पैरामीटर और चुंबकीय पैरामीटर के विभिन्न मूल्यों के लिए स्टेनोसिस की ऊंचाई के साथ प्रवाह के लिए प्रतिरोध दिखाती है। परिणाम दर्शाता है कि यदि स्टेनोसिस बढ़ जाती है तो प्रवाह के लिए प्रतिरोध बढ़ता है और जेफ़री पैरामीटर बढ़ जाती है लेकिन चुंबकीय पैरामीटर के साथ घट जाती है।

चित्र 9-10 में, हम क्रम-संकोची ऊंचाई के साथ वाल अपरूपण प्रतिबल प्राप्त कर चुके हैं। यह स्पष्ट है कि दीवार कतरनी तनाव क्रम-संकोची ऊंचाई और चुंबकीय पैरामीटर के साथ बढ़ जाती है लेकिन जेफरी पैरामीटर के साथ घट जाती है।

5. निष्कर्ष

इस शोध पत्र में एक द्रव मॉडल ने सरंध्र मीडिया के माध्यम से जेफरी तरल पदार्थ को दर्शाते हुए सरंध्र ट्यूब के माध्यम से रक्त के प्रवाह को निर्दिष्ट करने का समर्थन किया है। द्रव वेग के परिणाम, प्रवाह दबाव ढाल और दीवार कतरनी तनाव के प्रतिरोध को ग्राफिकल तौर पर

जांचा गया है। जेफ़री पैरामीटर, चुंबकीय पैरामीटर और दबाव ड्रॉप, क्रम-संकोची ऊंचाई के असमान मानकों के लिए ग्राफिकल फॉलआउट्स की गणना की जाती है, जो कि रियोलॉजिकल परिणामों को मान्यता देते हैं। इस तरह से गणितीय विवेचनाओं की उपस्थिति चिकित्सा अभ्यास में मदद कर सकती है न कि एक उपयुक्त चुंबकीय क्षेत्र को स्थापित करके एक रोगी की सही दिशा में रक्त के प्रवाह को नियंत्रित करने के लिए मार्गदर्शन कर सकता है।

संदर्भ

[1] Hayat, T., Ali, N., (2006) Peristaltically induced motion of a MHD third grade fluid in a deformable tube, Physica A, Vol. 370, pp. 225–239.

[2] Vajravelu, K., Sreenadh, S., Saravana, R., (2013) Combined influence of velocity slip, temperature and concentration jump conditions on MHD peristaltic transport of a Carreau fluid in a non-uniform channel, Appl. Math. Comput., Vol. 225, pp. 656–676.

[3] Ellahi, R., Bhatti, M.M., Riaz, A., Sheikholeslami, M., (2014) Effect of magneto hydrodynamics on peristaltic flow of Jeffrey fluid in a rectangular duct through a porous medium, J. Porous Media, Vol. 17, pp. 143-157.

[4] Pandey, S.K., Tripathi, D., (2010) Influence of magnetic field on the peristaltic flow of a viscous fluid through a finite-length cylindrical tube, Appl. Bionics. Biomech., Vol. 7, pp. 169-176.

[5] Khan, A.A., Ellahi, R., Vafai, K., (2012) Peristaltic transport of a Jeffrey fluid with variable viscosity through a porous medium in an asymmetric channel, Adv. Math. Phys., pp. 1-15.

[6] Jyothi, K.L., Devaki, P., Sreenadh, S., (2013) Pulsatile fow of a Jeffrey fluid in a circular tube having internal porous lining, Int. J. Math. Arch., Vol. 4, pp. 75-82.

[7] Akbar, N.S., Nadeem, S., Lee, C., (2013) Characteristics of Jeffrey fluid model for peristaltic flow of chyme in small intestine with magnetic field, Res. Phys., Vol. 346, pp. 142-151.

[8] Abd-Alla, A.M., Abo-Dahab, S.M., Albalawi, M.M., (2014) Magnetic field and gravity effects on peristaltic transport of a Jeffrey fluid in an asymmetric channel, Abstr. Appl. Anal., pp. 1-11.

[9] Beavers, G.S., Joseph, D.L., (1967) Boundary conditions on a naturally permeable wall, J. Fluid Mech., Vol. 30, pp. 197-207.

रेखीय गैर-सममित स्टेनोसिस के साथ धमनी के माध्यम से रक्त प्रवाह पर हेमेटोक्रिट स्तर और फिसलन वेग की प्रतिक्रिया: वलबुर्न-स्नेच मॉडल

अर्चना दीक्षित
गणित विभाग, जी. एल. ए. विश्वविद्यालय, मथुरा
archana.dixit@gla.ac.in

श्यामवीर सिंह
गणित विभाग, मेवाड़ विश्वविद्यालय, चित्तौड़गढ़
shyamvir1976singh@gmail.com

सार

इस पेपर में सर्पण वेग एवं हिमेटोक्रिट के गणितीय प्रारूप को प्रस्तुत किया गया है। खून के प्रवाह की विशेषताओं के आंकलन को अक्षीय रूप से समान हालाँकि रेखीय रूप से असमान धमनी जिसमे की अथेरोस्क्लेरोसिस है, को अन्युटनी वलबुरं - स्नेक प्रारूप से किया गया है। स्टेनोटिक परिस्थिति में उपयुक्त सीमा स्थितियों की मदद से वेग परिच्छेदिका, आयतनी प्रवाह दर, प्रवाह प्रतिरोध एवं भित्ति अपरूपण प्रतिबल का अध्ययन किया गया है। यहाँ यह भी बताया गया है कि हिमेटोक्रिट के बढ़ने और भित्ति अपरूपण प्रतिबल के घटने के साथ प्रवाह प्रतिरोध बढ़ता है। यह भी संज्ञान में लाया गया है कि बड़ी हुई सर्पण (slip) वेग एवं हेमाटोक्रिट प्रतिशत भित्ति अपरूपण प्रतिबल को घटाता है। रक्त के प्रवाह की विशेषताओं को जांचने के लिए आलेखीय चित्रों के माध्यम से बताया गया है जिसमें विशेष रूप से सर्पण वेग एवं हेमाटोक्रिट स्तर हैं।

कुंजी शब्द : सर्पण वेग, हेमाटोक्रिट स्तर, आकार प्राचल, प्रवाह प्रतिरोध, भित्ति अपरूपण प्रतिबल, प्रवाह दर

1. प्रस्तावना

हृदयवाहिका रोग हृदय एवं रक्त वाहिकाओं से संबंधित रोगों का एक वर्ग है। यह रोग समाज में मृत्यु का एक बड़ा कारक है तथा लोगों के स्वास्थ्य संबंधी खर्चों पर प्रभाव डालता है । यह रोग प्रतिवर्ष कैंसर, मधुमेह मेलिटस एवं क्रोनिक लिवर रोग की भांति ही कई जिंदगियों को समाप्त करता है । हृदयवाहिका रोग, कोरोनरी धमनी रोगों को एनजाइना और मायोकार्डियल रोधगलन की तरह (साधारण रूप से हृदयाघात) रखता है। यह रोग हृदयाघात, हृदयापात, उच्च रक्तचाप, हृदय रोग, रुमेटी हृदय रोग, कार्डियोमायोपैथी, हृदय अरीथमिया, जन्मजात हृदय रोग, वाल्वर हृदय रोग, कारडाइटिस, महाधमनी अनुरिमस, परिधीय धमनी रोग, थ्रोम्बोएम्बोलिक रोग, और वेनस थ्रोम्बोसिस भी शामिल हैं।

मुख्य रूप से इस शोधपत्र के अन्वेषण में धमनी में रक्त प्रवाह का आकलन किया गया है। रक्त प्रोटीन और एलेक्ट्रोलायट्स का मिश्रण है जिसे प्लाज्मा कहते हैं। ल्यूकोसाइट्स और प्लेटलेट्स रक्त के प्रमुख अंग हैं। एरीथ्रॉसायट्स या लाल कोशिकाएं, ल्यूकोसाइट्स या श्वेत रक्त कोशिकाओं से हज़ारों गुना अधिक तथा प्लेट्लेट्स से और भी अधिक संख्या में होते हैं। यही

कारण है कि रक्त प्रवाह में आरबीसी प्रमुख रूप से होते हैं। फुजिवारा आदि ने लाल रक्त कोशिकाओं की गति को बहते हुए रक्त के उच्च हेमाटोक्रिट को एक माइक्रोचैनल में जांचा और आरबीसी की ट्राजेक्टरीज को अलग से आकलन किया। उन्होंने आरबीसी की ट्राजेक्टरीज पर उसके विरूपण को भी जांचा।

कई अनुसंधानों ने बहुत सारे सिद्धांत दिए हैं, जिसमे चतुरानी[1] आदि ने स्टेनोसेड धमनी और धमनीय रोगों में अन्युटनी प्रकृति के साथ रक्त प्रवाह को समझने का एक विचार प्रस्तुत किया जिसमे धमनी की दीवार पर भित्ति अपरूपण प्रतिबल को परखा। इसी प्रकार उस समान वर्ष में हाउ और ब्लैक[2] ने दृढ़ दीवार वाले पतले ट्यूब में अन्युटनी प्रवाह के द्वारा दाब के घटने पर कार्य किया और पतले ट्यूब में दाब ह्रास और दाब प्रवणता प्राप्त की। यंग[3] ने एक ट्यूब के माध्यम से प्रवाह पर समय पर निर्भर स्टेनोसिस के प्रभाव के लिए कार्य किया। चतुरानी[4] आदि ने एक स्टेनोसेड धमनी के माध्यम से रक्त के प्रवाह पर कैसन द्रव के गुणवाले प्रवाह के अनुप्रयोगों का अध्ययन किया। वर्मा, निधि और परिहार[5] ने स्टेनोसिस के साथ पतली धमनी के गणितीय मॉडल पर काम किया और पाया कि धमनी की अंतरतम झिल्ली उच्च भित्ति अपरूपण प्रतिबल के कारण विकसित होती है। अंततः भित्ति अपरूपण प्रतिबल और प्रवाह के प्रतिरोध पर हेमाटोक्रिट के परिणाम का वर्णन आलेखी रूप से किया गया है। श्रीवास्तव और रस्तोगी[6] ने रक्त प्रवाह का एक केथेराइज़्ड धमनी में अध्ययन किया। यहाँ उन्होंने पाया कि कैथिटर के आकार, स्टेनोसिस के आकार, और हेमाटोक्रिट प्रतिशत के साथ प्रतिबाधा बढ़ती है किंतु आकार प्राचल के साथ घटती है।

चक्रवर्ती[7] ने धमनी में रक्त के प्रवाह के व्यवहार पर स्टेनोसिस के प्रभाव का अध्ययन किया। इसी वर्ष में हलदर[8] ने एक स्टेनोसेड धमनी में रक्त के दोलनी प्रवाह पर काम किया और रक्त के दोलनी प्रवाह के लिए विश्लेषणात्मक परिणाम प्राप्त किए जो कि एक न्युटनी द्रव की तरह बर्ताव करता है। तात्कालिक प्रवाह दर, प्रतिरोधक प्रतिबाधा, भित्ति अपरूपण प्रतिबल और चरण अंतराल के लिए संख्यात्मक समाधान प्रस्तुत किया गया।

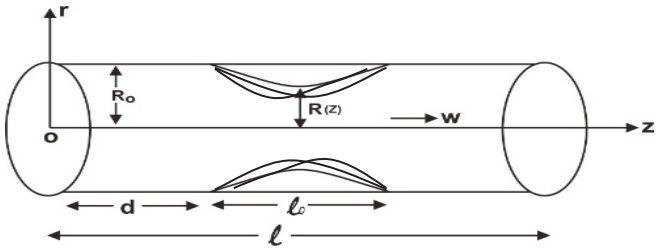
मिश्रा[9] आदि ने एक स्टेनोसेड धमनी के माध्यम से रक्त प्रवाह के अन्युटनी द्रव मॉडल के लिए एक धमनी के समान और असमान खंड पर प्रतिरोध कारक के प्रभाव का अध्ययन किया और इस विश्लेषणात्मक विवरण के प्रयोजन के लिए घात नियम द्रव मॉडल लिया गया है। अध्ययन बताता है कि धमनी के समान और असामान्य खंड में स्टेनोसिस की ऊंचाई बढ़ती है, साथ ही प्रतिरोध प्राचल में भी वृद्धि हुई है।

सिंह और सिंह[10] ने रक्त प्रवाह का एक गणितीय मॉडल तैयार किया और हेमाटोक्रिट का प्रभाव देखा। उनके अध्ययन से पता चलता है कि अगर हेमाटोक्रिट का प्रतिशत बढ़ जाता है तो भित्ति अपरूपण प्रतिबल कम हो जाता है। वहीदखाह[11] आदि ने स्टेनोसेस्ड सूक्ष्म वाहिकाओं में लाल रक्त कोशिकाओं के प्रवाह को बताया। यह भी विश्लेषण किया है कि फहराएउस लिन्द्कविस्ट प्रभाव स्टेनोसिस की उपस्थिति के कारण बढ़ता है।

उपर्युक्त चर्चा से यह स्पष्ट होता है कि हेमाटोक्रिट रक्त प्रवाह व्यवस्था में महत्वपूर्ण भूमिका निभाता है। अतः इस अध्ययन का उद्देश्य रक्त प्रवाह प्रणाली में हेमाटोक्रिट, विशेष रूप से प्रतिरोध और स्टेनोसेस्ड धमनी के माध्यम से त्वचा घर्षण के प्रभाव की जाँच करना है।

2. गणितीय विरूपण

इस पत्र में एक धमनी जो कि अक्ष के सापेक्ष स्टेनोसिस सममित तथा रेखीय निर्देशांकों के सापेक्ष असममित है, ली गई है। ज्यामिति के लिए गणितीय व्यंजन निम्नवत् है –



चित्र-1 अक्षीय सममित और रेखीय असममित स्टेनोटेड धमनी का ज्यामितीय चित्र

$$\frac{R}{R_0} = 1 - \varepsilon\left[l_0^{s-1}(z-d) - (z-d)^s \right] \quad ; d \le z \le d + l_0$$
$$= 1, \quad \text{अन्यथा} \qquad (1)$$

जहां R, R_0 ट्यूब त्रिज्या (स्टेनोसिस के साथ और बिना क्रमशः) को इंगित कर रहे हैं, $s \ge 2$ स्टेनोसिस आकार निर्धारक आकार प्राचल है, l_0 स्टेनोसिस लम्बाई, d उसका स्थान इंगित करता है।

$$\varepsilon = \frac{\delta}{R_0} \frac{s^{\left(\frac{s}{s-1}\right)}}{l_0^s (s-1)},$$

δ स्टेनोसिस की अधिकतम ऊंचाई है, जो कि स्थित है:

$$z = d + \frac{l_0}{\frac{1}{s^{\frac{s}{s}}} - 1} \qquad (2)$$

धमनी की ज्यामिति स्टेनोसिस के साथ गणितीय रूप निम्न है-

$$-\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{1}{r}\frac{d(r\tau)}{dr} \qquad (3)$$

हिमेटोक्रिट के सार्थक स्तर पर अपरूपण दर का विश्लेषण करने के लिए रक्त का गठन समीकरण वलबुर्न-स्नेक (1976) द्वारा निम्नानुसार है-

$$\tau = p_1 \exp\left(p_2 H + \frac{p_3}{H^2} \right) \dot{\gamma}^{(1-p_4 H)} \qquad (4)$$

जहां $\dot{\gamma}$ और H अपरूपण विकृति दर और रक्त पर हेमाटोक्रिट स्तर हैं, और p_1, p_2, p_3, p_4, क्रमशः 0.00797, 0.0608, 377.7515 और 0.00499 पूर्ण रक्त विश्लेषण के लिए संगत अचर हैं।

समीकरण 4 से -

$$\dot{\gamma} = f(\tau) = -\frac{du}{dr} = \left(\frac{\tau}{p_1 \exp\left(p_2 H + \frac{p_3}{H^2} \right)} \right)^{\frac{1}{(1-p_4 H)}} \qquad (5)$$

परिसीमा शर्त :

$u = u_s \quad r = R(z)$ पर (सर्पण वेग की शर्त)

τ का मान $r = 0$ पर सीमित है (6)

$$\tau = \frac{1}{2} \Pr \qquad (7)$$

जहाँ $P = -\frac{\partial p}{\partial z}$

भित्ति अपरूपण विकृति τ_R

$$\tau_R = \frac{PR}{2} \qquad (8)$$

जहां $R = R(z)$

समीकरण (4) और (7) को हल करके और (5) का उपयोग करने पर –

$$u = u_s + \frac{(1 - p_4 H)}{(2 - p_4 H)} \left\{ \left(\frac{P}{2 p_1 \exp\left(p_2 H + \frac{p_3}{H^2} \right)} \right) \right\}^{\frac{1}{(1 - p_4 H)}} \left(R^{\frac{1}{1 - p_4 H} + 1} - r^{\frac{1}{1 - p_4 H} + 1} \right) \quad (9)$$

आयतनात्मक प्रवाह दर

$$Q = \int_0^R 2\pi r u \, dr \quad (10)$$

समीकरण (9) और (10) से,

$$Q = \pi R^2 u_s + \left\{ \left(\frac{P}{2p_1 \exp\left(p_2 H + \frac{p_3}{H^2} \right)} \right) \right\}^{\frac{1}{(1 - p_4 H)}} \frac{(1 - p_4 H)\pi}{4 - 3 p_4 H} R^{\frac{4 - 3 p_4 H}{1 - p_4 H}} \quad (11)$$

समीकरण (10) से दबाव प्रवणता निम्नानुसार है:

$$\frac{dp}{dz} = 2 p_1 \exp\left(p_2 H + \frac{p_3}{H^2} \right) \left(\frac{4 - 3 p_4 H}{(1 - p_4 H)\pi} (Q - \pi R^2 u_s \right)^{(1 - p_4 H)} \frac{1}{R^{4 - 3 p_4 H}} \quad (12)$$

समीकरण (12) को धमनी की लम्बाई $z = 0$, $z = l$ के मध्य समाकलन करने पर

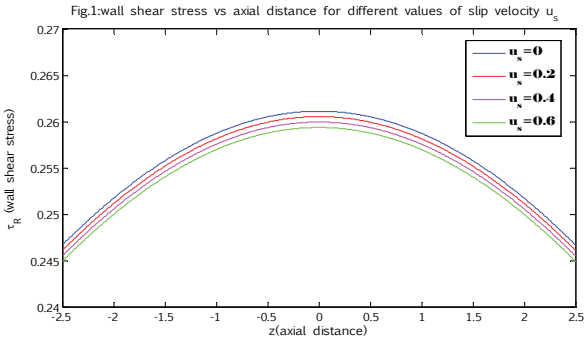
$$\int_0^l P dz = \frac{2 p_1 \exp\left(p_2 H + \frac{p_3}{H^2} \right)}{R_0^{2 - p_4}} \left[\frac{(4 - 3 p_4 H)}{(1 - p_4 H)\pi} Q \right]^{1 - p_4 H} \int_0^l \frac{\left[(Q / R_0^2) - \pi (R / R_0)^2 u_s \right]^n}{(R / R_0)^{4 - 3 p_4 H}} dz \quad (13)$$

प्रवाह के लिए प्रतिरोध

$$\lambda = \frac{2 p_1 \exp\left(p_2 H + \frac{p_3}{H^2} \right)}{Q R_0^{4 - 3 p_4 H}} \left[\frac{(4 - 3 p_4 H)}{(1 - p_4 H)\pi} \right]^{1 - p_4 H} \quad (14)$$
$$\left\{ (Q - \pi R_0^2 u_s)(l - l_0) + R_0^{(2 - 2 p_4 H)} \int_d^{d + l_0} \frac{\left[(Q / R_0^2) - \pi (R / R_0)^2 u_s \right]^{1 - p_4 H}}{(R / R_0)^{4 - 3 p_4 H}} dz \right\}$$

समीकरण (8) और (12) द्वारा भित्ति अपरूपण प्रतिबल

$$\tau_R = p_1 \exp\left(p_2 H + \frac{p_3}{H^2} \right) \left[\frac{(4 - 3 p_4 H)}{(1 - p_4 H)\pi} Q \right]^{1 - p_4 H} \left[\left(\frac{Q}{R_0^2} \right) - \pi \left(\frac{R}{R_0} \right)^2 u_s \right]^{1 - p_4 H} \frac{1}{(R / R_0)^{3 - 3 p_4 H}} \quad (15)$$



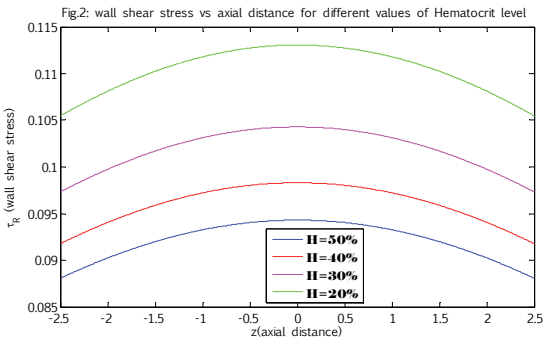
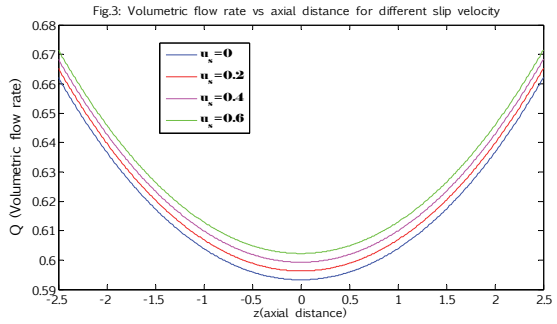


Fig.1:wall shear stress vs axial distance for different values of slip velocity u_s

Fig.2: wall shear stress vs axial distance for different values of Hematocrit level

Fig.3: Volumetric flow rate vs axial distance for different slip velocity



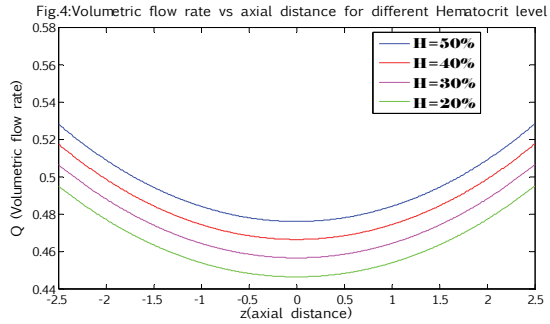


Fig.4:Volumetric flow rate vs axial distance for different Hematocrit level

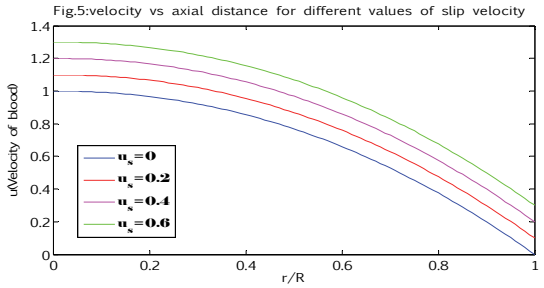


Fig.5:velocity vs axial distance for different values of slip velocity

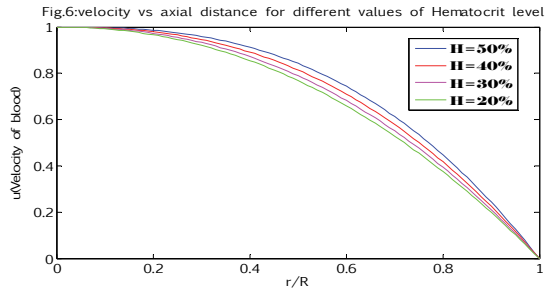


Fig.6:velocity vs axial distance for different values of Hematocrit level

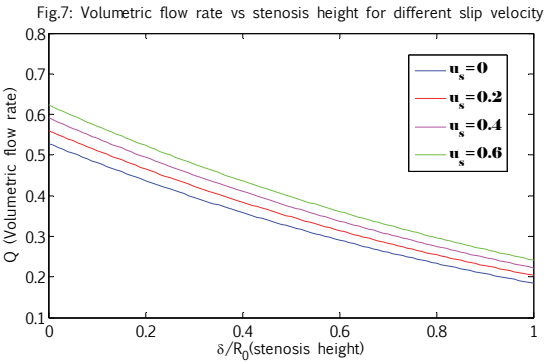
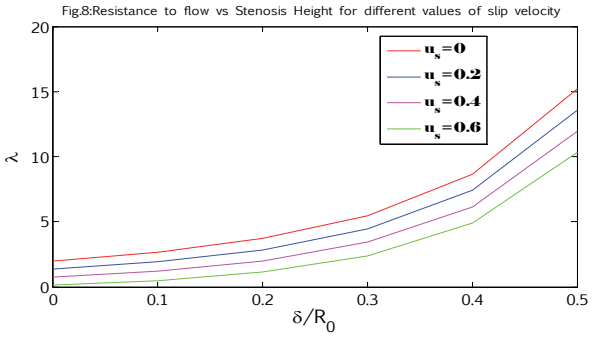


Fig.7: Volumetric flow rate vs stenosis height for different slip velocity



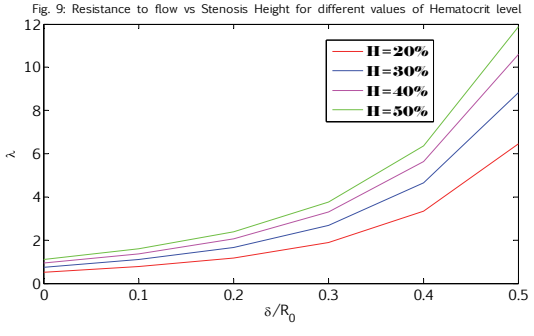


Fig.8:Resistance to flow vs Stenosis Height for different values of slip velocity

Fig. 9: Resistance to flow vs Stenosis Height for different values of Hematocrit level

Fig. 10: Resistance to flow vs Stenosis Height for different value of Even shape parameter

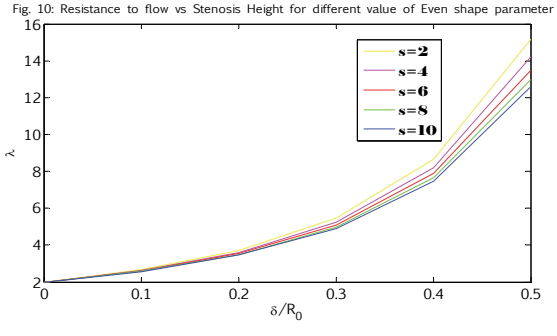
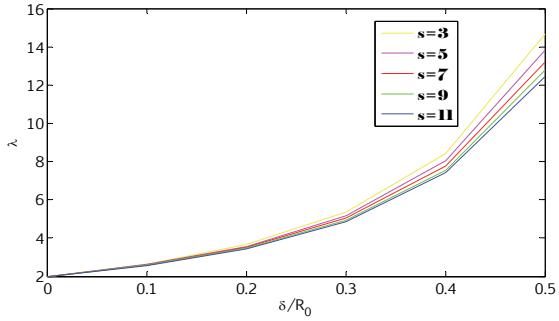


Fig. 11: Resistance to flow vs Stenosis Height for different value of Odd shape parameter



3. परिणाम और चर्चा

उपर्युक्त चर्चा से यह स्पष्ट होता है कि हेमाटोक्रिट रक्त प्रवाह व्यवस्था में महत्वपूर्ण भूमिका निभाता है। हमारे प्रमुख सूत्र वलबुर्न - स्नेच मॉडल का उपयोग करके सममित स्टेनोसिस के माध्यम से रक्त प्रवाह की समस्या के लिए विवरण मिल रहा है। देखने से पता चलता है की वर्तमान गणितीय मॉडल को प्रयोज्यता की जांच करने के लिए, एक विशिष्ट संख्यात्मक चित्रण वर्तमान डेटा के उपयोग के साथ लिया गया है। विभिन्न भौतिक प्राचलों के लिए विश्लेषण मौजूद हैं । वर्तमान संख्यात्मक अध्ययन में हम हेमाटोक्रिट स्तर रेंज (H = 20-50%) पर विचार करके कई प्राचलों पर चर्चा कर रहे हैं। लाल रक्त कोशिकाओं की प्रतिशत मात्रा को हेमाटोक्रिट कहा जाता है, तथा H = 20% का मतलब है कि रक्त की १०० मिलीलीटर में लाल रक्त कोशिकाओं के 20 मिलीलीटर हैं।

चित्र-1 सर्पण वेग के समान मूल्यों के लिए अक्षीय दूरी के भित्ति अपरूपण प्रतिबल के रूपांतर की पुष्टि करता है । भित्ति अपरूपण प्रतिबल अक्षीय दूरी के साथ बढ़ता है । δ स्टेनोसिस संकरे हिस्से के ऊपर में स्टेनोसिस की ऊंचाई है और संकरे हिस्से में अपनी अधिकतम सीमा को ज्ञात करता है और फिर तेजी से कम हो जाती है। यह ज्ञात होता है कि हेमाटोक्रिट स्तर की धमनी पर भित्ति अपरूपण प्रतिबल पर एक छोटा सा प्रभाव है जो नीचे की ओर है। यह माना जाता है कि यदि सर्पण वेग में गिरावट आती है तो भित्ति अपरूपण प्रतिबल बढ़ जाता है। भित्ति अपरूपण प्रतिबल एक स्पर्श बल है जो स्टेनोसिस की ऊंचाई पर निर्भर करता है। चित्र-2 प्रदर्शित करता है कि अगर हेमाटोक्रिट का स्तर घटता है तो भित्ति अपरूपण प्रतिबल बढ़ जाता है।

चित्र-3 व चित्र-4 सर्पण वेग और हिमेटोक्रिट स्तर के विभिन्न मूल्यों के लिए अक्षीय दूरी के साथ आयतनी प्रवाह की दर की भिन्नता को समझाते हैं। यह देखा गया है कि अभिसारी क्षेत्र में स्टेनोसिस, प्रवाह के संकरे हिस्से के पास कम हो जाती है लेकिन Hr बढ़ जाती है, वहीं अपसारी क्षेत्र में सभी प्रेक्षण की Hr वृद्धि के विपरीत हैं। इस रेखांकन से पता चलता है की रक्त प्रवाह की सर्पण वेग हल्के स्टेनोसिस वेसल ½ विचार के तहत विभिन्न 20-50 और सर्पण वेग 0-0.6 के क्रमशः हेमाटोक्रिट स्तर के बढ़ने के साथ आयतनी प्रवाह की दर बढ़ जाती है।

चित्र-5 व चित्र-6 में अक्षीय दूरी के साथ रक्त के वेग को दर्शाया गया है । यदि हेमाटोक्रिट का स्तर और सर्पण वेग बढ़ जाता है तो रक्त का वेग भी बढ़ जाता है । स्टेनोसिस की ऊंचाई भी धमनी में रक्त के प्रवाह को प्रभावित करती है। यह विश्लेषण किया है कि अक्षीय वेग स्टेनोसेड धमनी की तुलना में एक समान धमनी में उच्च परिमाण स्वीकार करता है। यह भी माना जाता है कि सर्पण वेग और हेमाटोक्रिट के साथ अक्षीय वेग बढ़ जाता है।

चित्र-7 आयतनी प्रवाह दर के साथ स्टेनोसिस की ऊंचाई के रूपांतरण को दर्शाती है। अंततः चित्र दर्शाते हैं कि जैसे स्टेनोसिस की ऊंचाई बढ़ती है आयतनी प्रवाह दर घट जाती है लेकिन जैसे ही सर्पण प्राचल बढ़ती है आयतनी प्रवाह दर बढ़ जाती है । चित्र-8 व

चित्र-9 दर्शाते हैं कि रक्त वाहिकाओं के माध्यम से रक्त के प्रवाह का प्रतिरोध हृदय कार्यों को प्रभावित करता है । इन चित्रों से पता चलता है कि जब सर्पण वेग और हेमाटोक्रिट स्तर बढ़ जाता है तब प्रवाह प्रतिरोध बढ़ जाता है । चित्र-10 स्टेनोसिस ऊंचाई के साथ प्रवाह के लिए प्रतिरोध प्रदर्शन को दर्शाता है । चित्र-11 से पता चलता है कि यदि आकार प्राचल घटता है तो प्रवाह प्रतिरोध बढ़ता है ।

4. निष्कर्ष

इस अध्ययन में, वॉलबुर्न-स्नेक मॉडल लिया गया है, जिसमे हेमेटोक्रिट एक महत्वपूर्ण भूमिका में है । वॉलबुर्न-स्नेक मॉडल से, जब हिमेटोक्रिट स्तर बढ़ जाता है, तब न्यूटोनियन व्यवहार को समझने में मदद मिलती है । हमने एक रेडियल असममित स्टेनोसेड धमनी के माध्यम से रक्त के प्रवाह पर सर्पण वेग और हिमेटोक्रिट स्तर की भूमिका का अध्ययन किया है । यह देखा गया है कि रक्त की आयतनी प्रवाह दर स्टेनोसिस के संकरे हिस्से में कम से कम और स्टेनोसिस के सिरों पर चरम पर है । यह भी पाया जाता है कि भित्ति अपरूपण प्रतिबल स्टेनोसिस के अंत में कम से कम और स्टेनोसिस के संकरे हिस्से में चरम पर है । सर्पण वेग के शामिल किए जाने के साथ ही हिमेटोक्रिट स्तर बताने वाला हमारा मॉडल पिछले शोधकर्ताओं से बेहतर बन गया है क्योंकि यह दोनों प्राचलों, भित्ति अपरूपण प्रतिबल और प्रवाह को कम करने के लिए एक उल्लेखनीय भूमिका निभाता हैं । बढ़ती हुई भित्ति अपरूपण प्रतिबल और प्रवाह प्रतिरोध विभिन्न हृदय रोगों का कारण हो सकते है । इसलिए यह अध्ययन उन चिकित्सकों के लिए सुझाव है जो प्रवाह प्राचलों को नियंत्रित करके, दिल का दौरा और कई हृदय रोगों की चिकित्सा कर सकते हैं ।

संदर्भ

[1] Chaturani, P., Samy, R.P., (1985) A study of non-Newtonian aspects of blood flow through stenosed arteries and its applications in arterial diseases, J. Biorheology, Vol. 22, pp. 521-531.

[2] How, T.V., Black, R.A., (1987) Pressure losses in non-Newtonian flow through rigid wall tapered tubes, J. Biorheology, Vol. 24, pp. 337-351.

[3] Young, D.F., (1986) Effect of time dependent stenosis of flow through a tube, J. Engg. Ind., Vol. 90, pp. 248-254.

[4] Chaturani, P., Samy, R.P., (1986) Pulsatile flow of casson fluid through stenosed arteries with application to blood flow, J. Biorheology, Vol. 23, pp. 499-511.

[5] Verma, N., Parihar, R.S., (2010) Mathematical model of blood flow through a tapered artery with mild stenosis and hematocrit, J. Mod. Math. Stat., Vol. 4, pp. 38-43

[6] Srivastava, V.P., Rastogi, R., (2010) Blood flow through a stenosed catheterized artery: Effect of hematocrit and stenosis shape, Comput. Math. App., Vol. 59, pp. 1377-1385.

[7] Chakravarty, S., (1987) Effects of stenosis on the flow behavior of blood in an artery. Int. J. Eng. Sci., Vol. 25, pp. 1003-1016.

[8] Haldar, K., (1987) Oscillatory flow of blood in a stenosed artery, B. Math. Bio., Vol. 49, pp. 279-287.

[9] Misra, J.C., Adhikar, S.D., Shit, G.C., (2008) Mathematical analysis of blood flow through an arterial segment with time dependent stenosis, J. Math. Model Anal., Vol. 13, pp. 401-412.

[10] Singh, A.K., Singh, D.P., (2013) Effect of hematocrit on wall shear stress for blood flow through tapered artery, Appl. Bionics Biomech., Vol. 10, pp. 135-138.

माइक्रोपोलर तरल पदार्थ में रेले-बनार्ड संवहन की स्थिरता

रोहित गोयल
देशबंधु कॉलेज, दिल्ली विश्वविद्यालय, नई दिल्ली
rohitdd777@gmail.com

सार

अद्यतन वैज्ञानिक और तकनीकी प्रगति द्वारा विभिन्न प्रकार के तरल पदार्थों के निर्माण, उनके विभिन्न स्थितियों के तहत सरंध्रित माध्यम में प्रवाह के स्वरूप के शोध अध्ययन में बड़ी प्रगति हो रही है। इंजीनियरी और विज्ञान में, उदाहरणतः रसायन, यांत्रिकी और पेट्रोलियम इंजीनियरी की विभिन्न शाखाओं में, कई ऐसी भौतिक स्थितियाँ हैं जहाँ तरल पदार्थ या तो प्राकृतिक या मानव निर्मित रूप में अनुप्रयुक्त होते हैं।

कुंजी शब्द : माइक्रोपोलर तरल पदार्थ, स्थिरता सिद्धांत, रेले-बनार्ड संवहन

1. प्रस्तावना

माइक्रोपोलर तरल पदार्थ एक विशेष वर्ग से संबंधित सूक्ष्म संरचना वाले तरल पदार्थ होते हैं। संरचनात्मक रूप से माइक्रोपोलर तरल पदार्थ न्यूटोनियन तरल पदार्थों का प्रतिनिधित्व करते हैं। माइक्रोपोलर तरल पदार्थ के उदाहरण बहुलक, लौह तरल पदार्थ, रक्त, बुलबुले तरल पदार्थ, कोलाइडयन का निलंबन इत्यादि हैं।

माइक्रोपोलर तरल पदार्थ निरंतर चरण में निलंबित अव्यवस्थित चरण है। जब यह सीमा परतों के पृथक्करण बिंदु जैसे विलक्षण बिंदुओं से गुज़रता है तो प्रत्येक चरण के चक्रण की सर्पण गति अतिरिक्त विसारक गति का कारण बनती है। माइक्रोपोलर तरल पदार्थों में सूक्ष्म घूर्णन प्रभाव और जड़ता होती है। वे असममित तनाव टेंसर का समर्थन कर सकते है तथा इन पदार्थों में एक घूर्णन क्षेत्र होता है जो वेग क्षेत्र से अप्रभावित है। सिद्धांत, इस प्रकार दो स्वतंत्र शुद्ध गति-विज्ञान चर अर्थात् वेग वेक्टर क्यू और स्पिन या माइक्रो चक्रानुक्रम वेग वेक्टर क्यू से अप्रभावित है।

नेवियर स्टोक्स समीकरण माइक्रोपोलर तरल पदार्थों के प्रवाह का वर्णन करने के लिए अपर्याप्त हैं। एक असंपीडित माइक्रोपोलर तरल पदार्थ की गति के समीकरणों की एक प्रणाली कंडीफ और डाहलर[1] द्वारा और स्वतंत्र रूप से में एरिंगन[2] द्वारा प्राप्त की गई थी। संक्षेप में, माइक्रोपोलर तरल पदार्थों के सिद्धांत में विशेष मामलों के रूप में तरल पदार्थों के साथ-साथ न्यूटोनियन तरल पदार्थों (नेवियरस्टोक्स तरल पदार्थ) के लिए कुछ तनाव सिद्धांत होते हैं। जटिल होने के बावजूद, इन तरल पदार्थों के गणितीय सूत्रों में एक निश्चित सादगी और लालित्य है। दूसरे शब्दों में, ये तरल पदार्थ गणितज्ञों के लिए प्रबंधनीय हैं जो इनके सिद्धांतों का अध्ययन करते हैं तथा इसे लागू करते हैं।

2. माइक्रोपोलर तरल पदार्थों के अनुप्रयोग

एरिंगन के मुताबिक, माइक्रोपोलर तरल पदार्थों द्वारा मॉडलिंग किए जाने वाली संभावित सामग्रियों की

श्रृंखला बहुत व्यापक है ।[2] आवधिक सूक्ष्म संरचनाओं के साथ, माइक्रोपोलर तरल पदार्थों के अनुप्रयोग व्यापक और बहुत सफल हैं । इस सिद्धांत के मुख्य अनुप्रयोग हैं : प्लेट रियोमीटर, स्नेहन समस्या (सामान्यीकृत रेनॉल्ड्स समीकरण), एक क्षेत्र के बारे में स्टोक्स का कानून, स्थिरता प्रवाह, टेलर - बनार्ड अस्थिरता समस्या, प्लेट पर सीमा परत प्रवाह, मिश्रित संवहन ऊर्ध्वाधर प्रवाह, सरंध्रित माध्यम में प्रवाह, इत्यादि ।

स्थिरता सिद्धांत

विभिन्न प्रकार के तरल पदार्थों की प्रवाह गतिविधि का विश्लेषण करने के लिए सैद्धांतिक रूप से विभिन्न संरचनात्मक स्थितियों में एक समकक्ष गणितीय मॉडल का निर्माण किया गया है । वास्तविक परिस्थितियों की जटिलताओं के कारण, गणितीय मॉडल को हल करने और निर्माण के दौरान कुछ मान्यताओं और अनुमानों को शामिल किया जाता है । इस प्रकार प्राप्त किए गए सटीक समाधान तरल पदार्थों में वास्तव में सही होने का प्रतिनिधित्व नहीं कर सकते हैं । दूसरे शब्दों में, प्रवाह के प्रतिमान केवल वर्णित प्राचल की एक निश्चित श्रृंखला के लिए महसूस किए जा सकते हैं, तथा इन श्रेणियों के बाहर उन्हें महसूस नहीं किया जा सकता है । यह तथ्य हाइड्रोडायनेमिक स्थिरता सिद्धांत की उत्पत्ति की ओर जाता है । यह सिद्धांत प्राचल की सीमा को महसूस करने में मदद करता है जिसमें प्रवाह प्रतिमान को महसूस किया जा सकता है । इस सिद्धांत में, यह देखा जाता है कि भौतिक तंत्र के अधीन छोटी परेशानियों के लिए तंत्र की प्रतिक्रिया क्या होती है । जब प्रणाली में परेशानी धीरे-धीरे कम हो जाती है, तो हम कहते हैं कि प्रणाली उस परेशानी के संबंध में स्थिर है, लेकिन यदि तंत्र में गड़बड़ी बढ़ती है तो प्रणाली प्रारंभिक स्थिति से अधिक बिगड़ जाती है और हम कहते हैं कि यह प्रणाली अस्थिर है । जाहिर है, एक प्रणाली को तब तक अस्थिर माना जाना चाहिए, जब तक उसमें कुछ खराबी है, और एक प्रणाली को तब तक स्थिर नहीं माना जा सकता है जब तक उसमें हर संभावित अशांति स्थिर न हो जिसके लिए इसे अधीन किया जा सकता है या हम कह सकते हैं स्थिरता का अर्थ यह होना चाहिए कि इसमें कोई परेशानी नहीं है ।

2.1 रेले- बनार्ड संवहन

रेले बनार्ड संवहन (जिसे RB के रूप में जाना जाता है) प्रणाली का अध्ययन अब तक पिछली शताब्दी से शोध कर्ताओं द्वारा किया जा रहा है और अभी भी दिलचस्पी का विषय बना हुआ है । रेले बनार्ड संवहन एक प्रकार का प्राकृतिक संवहन है, जो नीचे से गरम तरल पदार्थ की क्षैतिज परत में होता है तथा जिसमें तरल पदार्थ संवहन कोशिकाओं का एक नियमित प्रतिमान विकसित करता है जिसे बनार्ड कोशिका कहा जाता है । रेले-बनार्ड संवहन की विश्लेषणात्मक और प्रयोगात्मक पहुंच के कारण इसका सबसे अधिक अध्ययन संवहन से होता है । संवहन प्रतिमान स्व-आयोजित विषम तंत्र का सबसे सावधानीपूर्वक जांच उदाहरण हैं ।

नीचे की सतह का तापमान तरल के माध्यम से आयोजित उष्ण ऊर्जा के प्रवाह को थोड़ा सा बढ़ा देता है जिससे प्रणाली में उष्ण चालकता की संरचना शुरू हो जाएगी। तापमान, घनत्व और इसके साथ दबाव, नीचे और शीर्ष सतह के बीच रैखिक रूप से परिवर्तित होता है। तापमान की एक समान रैखिक ढाल स्थापित होगी। एक बार चालन स्थापित होने के बाद सूक्ष्म यादृच्छिक गति स्वचालित रूप से सूक्ष्म स्तर पर गति को प्रभावित करेगा, जिससे एक विशेष सह-संबंध लंबाई के साथ बनार्ड संवहन कोशिकाओं का निर्माण होता है ।

2.2 रेले-बनार्ड संवहन अस्थिरता

शीर्ष और निचली सतह के बीच घनत्व ढाल होता है इसलिए गुरुत्वाकर्षण शीतक (या घनत्व) तरल को ऊपर से नीचे तक खींचने की कोशिश करता है । तरल पदार्थ में चिपचिपाहट वाली नमी के बल द्वारा गुरुत्वाकर्षण बल का विरोध किया जाता है । इन दो बलों का संतुलन रेले नंबर नामक गैर-आयामी प्राचल द्वारा व्यक्त किया

जाता है। रेले नंबर R_a को इस प्रकार परिभाषित किया गया है –

$$R_a = \frac{g\beta}{\nu\alpha}(T_u - T_b)L^3$$

जहां, T_u और T_b शीर्ष और निचली सतह के तापमान हैं, L कंटेनर की ऊंचाई है, g गुरुत्वाकर्षण के कारण त्वरण है, शुध्द गति की श्यानता होने के कारण α थर्मलप्रसार है, β थर्मल विस्तार गुणांक है। रेले संख्या बढ़ने के साथ गुरुत्वाकर्षण बल अधिक प्रभावशाली बन जाते हैं। एक महत्वपूर्ण रेले संख्या 1708 में अस्थिरता स्थापित होती है और संवहन कोशिकाएँ दिखाई देती हैं। स्थिर परिसीमा में रैखिक समीकरणों पर एक विश्लेषण करके महत्वपूर्ण रेले संख्या को कई अलग-अलग सीमा स्थितियों के लिए विश्लेषणात्मक रूप से प्राप्त किया जा सकता है।

3. शोध-सामग्री की समीक्षा

शोध सामग्री की समीक्षा के दौरान यह पाया गया है कि एरिंगन[1] द्वारा खोजे माइक्रोपोलर तरल पदार्थ कई शोधकर्ताओं के चिंतन का विषय बन गए हैं।

एरिंगन[1,4] ने तरल पदार्थ के एक वर्ग से निपटने के लिए माइक्रोपोलर तरल सिद्धांत पेश किया। नीचे से गरम एक माइक्रोपोलर तरल पदार्थ की एक क्षैतिज परत में संवहन अस्थिरता की शुरूआत को अहमदी[3] ने पहली बार संज्ञान दिया। मुक्त सीमाओं के मामले में एक समाधान प्राप्त किया गया था और यह दिखाया गया था कि माइक्रोपोलर तरल पदार्थ न्यूटनियन की तुलना में अधिक स्थिर हैं। राम राव[5] ने एक ही समस्या को दो क्षैतिज कठोर सीमाओं के बीच सीमित माइक्रोपोलर तरल परत संचालित गर्मी के संवहन की शुरूआत का अध्ययन करने के लिए बढ़ाया था। उन्होंने यह भी निष्कर्ष निकाला कि शुद्ध श्यान तरल पदार्थ की तुलना में नीचे से गरम किये गए माइक्रोपोलर तरल पदार्थ अधिक स्थिर हैं।

पिछले दो दशक के दौरान, क्यून और कलोनी[6] ने नीचे से गरम घूर्णन वाले माइक्रोपोलर तरल पदार्थ की उष्ण अस्थिरता का अध्ययन किया। उन्होंने इंगित किया कि माइक्रोपोलर प्राचल यह तय करने में योगदान देता है कि स्थिर संवहन या अनुसूचित संवहन प्रबल होगा या नहीं।

माइक्रोपोलर तरल पदार्थ में उष्ण संवहन पर मध्यम पारगम्यता के प्रभाव का अध्ययन शर्मा और गुप्ता[7] द्वारा किया गया है। यह पाया गया कि बीच युग्मन की उपस्थिति, उष्ण और माइक्रोपोलर प्रभाव स्थिर संवहन के लिए रेले संख्या में वृद्धि और पारगम्यता में वृद्धि करते हैं। रेलेटेलर माध्यम में तरल पदार्थ की टेलर अस्थिरता का अध्ययन शर्मा और कुमार[8] द्वारा निलंबित कणों और परिवर्तनीय क्षैतिज चुंबकीय क्षेत्र की उपस्थिति में किया जाता है। माइक्रोपोलर तरल सिद्धांत के गणितीय विवरण और इसके कुछ अनुप्रयोगों का विवरण लुकाज़विच[9] द्वारा दिया गया है।

हाल ही में, एक रैखिक स्थिरता विश्लेषण किया गया। बनार्ड की पहल पर गैर-समरूप बुनियादी तापमान ग्रेडिएंट के प्रभाव का अध्ययन कर यह पाया कि एक माइक्रोपोलर तरल पदार्थ में माइक्रोन के आकार के निलंबित कणों की उपस्थिति संवहन की शुरूआत में देरी करती है।

हाल ही में, श्रीनिवासचार्य और राम[10] ने माइक्रोपोलर तरल पदार्थ के साथ संतृप्त गैर-डार्सी सरंध्र माध्यम में मिश्रित संवहन पर सोरेट और डुफर प्रभाव का अध्ययन किया है।

4. निष्कर्ष और प्रस्तावित भविष्य कार्य

माइक्रोपोलर तरल पदार्थ, पदार्थों का सूक्ष्म वर्तन और सूक्ष्मदर्शी तरल पदार्थ के सिद्धांतों में नए और महत्वपूर्ण अनुप्रयोगों का विस्तृत वर्णन है। विभिन्न माइक्रोपोलर प्रभावों के उपयुक्त अनुप्रयोग बड़े पैमाने पर परमाणु रिएक्टरों में ताप हस्तांतरण के लिए सघनतापूर्वक संकुल किए गए एकीकृत का प्रयोग रेक्टरों

परिपथ को शीतल करने के लिए किया जाएगा । इन विभिन्न महत्वपूर्ण अनुप्रयोगों के साथ-साथ पर्यावरणीय नियंत्रण और इलेक्ट्रॉनिक्स, परमाणु और जैव चिकित्सा उपकरणों, परिवहन और औद्योगिक शीतलन और ताप प्रबंधन में भी इन खोजों पर अनुप्रयोग होंगे । प्रस्तावित कार्य का उद्देश्य गणितीय मॉडल विकसित करना और विभिन्न शारीरिक परिस्थितियों के लिए स्थिरता का विश्लेषण करना है । माइक्रोपोलर के लक्षणों को देखते हुए, नई दुनिया की मांग यह है कि माइक्रोपोलर तरल पदार्थ के उष्ण संवहन की स्थिरता की जाँच की जाए । विभिन्न संरचनात्मक परिस्थितियों में मौसमविज्ञान, भू-भौतिकी, रसायन और पेट्रोलियम उद्योगों के रूप में विभिन्न क्षेत्रों में सरंध्रित माध्यम में प्रवाह के महत्व के कारण, माइक्रोपोलर प्रभावों की स्थिरता की जांच भी की जाएगी । एनीसोट्रोपिसिटी छिद्रक माध्यम की सबसे प्राकृतिक संपत्ति है, इसलिए अध्ययन एनीसोट्रॉपिक सरंध्रित माध्यम तक भी बढ़ाया जाएगा।

संदर्भ

[1] Eringen, A.C., (1964) Simple micropolar fluids, Int. J. Engg. Sci., Vol. 2, pp. 205-217.

[2] Eringen, A.C., (1966) Theory of micropolar fluids, J. of Mathematics & Mechanics, Vol. 16, No. 1.

[3] Ahmadi, G., (1976) Stability of a micropolar fluid layer heated from below, Int. J. Engg. Sci., Vol. 14, pp. 81-89.

[4] Eringen, A.C., (1980) Theory of anisotropic micropolar fluids, Int. J. Engg. Sci., Vol.18., pp. 5-18.

[5] Rao, K.V.R., (1980) Thermal instability of a micropolar fluid layer subjected to a magnetic field, Int. J. Engg. Sci., Vol. 18, pp. 741-750.

[6] Qin, Y., Kaloni, P.N., (1992) A thermal instability problem in a rotating micropolar fluid, Int. J. Engg. Sci., Vol. 30, No. 9, pp. 1117-1126.

[7] Sharma, R.C., Gupta, U., (1995) Thermal convection in micropolar fluids in porous medium, Int. J. Engg. Sci., Vol. 33, No. 13, pp. 1887-1892.

[8] Sharma, R.C., Kumar, P., (1997) On micropolar fluids heated from below in hydromagnetics in porous medium, Zechoslovak J. of Phy., Vol. 47, No. 6.

[9] Lukasziewich, G., (1999) Micropolar fluids : Theory & applications, Birkhauser, Boston.

[10] Srinivasacharya, D., Ram, R., (2011) Soret & Dufor effects on mixed convection in a non-darcy porous medium saturated with micropolar fluid non-linear analysis, Modelling & Control, Vol. 16, No. 1, pp. 100-115.

वैदिक परिप्रेक्ष्य में आधुनिक गणित का इतिहास

अंजू खंडेलवाल
गणित विभाग, एस. आर. एम. एस. अभियांत्रिकी एवं प्रौद्योगिकी महाविद्यालय, बरेली
dranju07khandelwal@gmail.com

सार
प्राचीन भारत में गणित को सभी विज्ञानों की जननी माना जाता था। गणित ने भारतीय संस्कृति के विकास में महत्वपूर्ण भूमिका निभाई है। गणित का प्रयोग खगोलीय घटना को ठीक प्रकार से समझने, कैलेंडर का निर्माण करने, त्योहारों, पर्वो, अनुष्ठानों आदि के समय निर्धारण में किया जाता था। शून्य से 1,2,3,.... आदि की गिनती जैसे आधारभूत सिद्धांत, संस्कृत के आकड़ों पर ही आधारित हैं। प्राचीन समय में, गणित का प्रयोग मुख्यतः अनुप्रयुक्त गणित की भूमिका में था। इस प्रकार गणितीय विधियों का उपयोग वास्तुकला, निर्माण, खगोल विज्ञान, ज्योतिष और वैदिक यज्ञ कुंडली आदि के निर्माण में आने वाली समस्याओं के समाधान के लिए किया जाता था। ईसा पूर्व, पाँचवी और छठी शताब्दी में इस बात के प्रमाण मिलते हैं कि गणित का स्वाध्ययन होता था। प्रस्तुत लेख में हम वैदिक परिप्रेक्ष्य में उदाहरण के माध्यम से गणित का अध्ययन प्रस्तुत करेंगे।

कुंजी शब्द : वास्तुकला, खगोल विज्ञान, ज्योतिष, वैदिक यज्ञ कुंडली

1. प्रस्तावना

विज्ञान का इतिहास, विशेष रूप से गणित का इतिहास एक विशाल विषय है। इसका कभी भी पूरी तरह से अध्ययन नहीं किया जा सकता है, क्योंकि प्राचीन काल के अधिकांश कार्य या तो खोजे ही नहीं गए या कालांतर में लुप्त हो गए। फिर भी पिछले 150 वर्षों में, बहुत कुछ ज्ञात हुआ और कई महत्वपूर्ण खोज की गई हैं जिसके कारण गणित के इतिहास के घटनाक्रम में और पूर्ववर्ती धारणाओं में काफी बदलाव आया है। यह कहना उचित होगा कि $21^{वीं}$ शताब्दी के प्रारंभ से गणित के महत्वपूर्ण विकास की एक विशाल बहुसंख्यक संख्या कहाँ और कब हुई इसका निश्चित बोध होने लगा था।

भारतीय विद्वानों ने गणितीय खगोल विज्ञान के क्षेत्र में वृहद योगदान दिया और इसके परिणाम स्वरूप अंकगणित, बीजगणित, त्रिकोणमिति और गौण रूप से ज्यामिति तथा निर्देशांक ज्यामिति के विकास में विशाल योगदान हुआ। इन सभी क्षेत्रों में, शायद त्रिकोणमिति व्यंजक की अनंत श्रृंखला और अवकल गणित का सबसे महत्वपूर्ण योगदान है। सभी इंगित उल्लेखनीय योगदानों में, दशमलव संख्या और स्थान मूल्य प्रणाली का विकास गणित के इतिहास में और संभवतः मानवजाति के इतिहास में निसंदेह ही अग्रणी विकास में से एक है। दशमलव स्थान मूल्य प्रणाली ने गणित के विषय को उन तरीकों से विकसित करने की अनुमति दी जो अन्यथा संभव नहीं होता। इसमें संख्याओं को

अधिक बड़े पैमाने पर और पहले से कहीं अधिक लोगों द्वारा उपयोग करने की अनुमति दी गई थी।

भारतीय गणित का आरंभ 3000 ईसा पूर्व माना गया है, जबकि 16 वीं शताब्दी में भारत के दक्षिण में एक महत्वपूर्ण प्रकृति का काम भी किया जा रहा था, जिसके बाद अंततः गिरावट आई थी। इसलिए यह लगभग 5000 वर्षों का विशाल समय है, और वास्तव में यह उस से अधिक बड़ा हो सकता है । हम सर्वप्रथम "गणित" शब्द वैदिक कार्यों में पाते हैं जिसका शाब्दिक अर्थ "**गणना का विज्ञान**" है । यह मूल रूप से गणित शब्द का भारतीय समकक्ष है और यह शब्द वैदिक ग्रंथों में और बाद के भारतीय साहित्य में गणितीय संदर्भों में लगातार प्रयुक्त होता आया है।

2. गणित का वैदिक परिप्रेक्ष्य

वैदिक समय संसार के दृश्यानुसार "एक अभूतपूर्व दुनिया की जटिलताओं को समझ सकता है, जबकि पारस्परिक ज्ञान का संवर्धन किया जा सकता है"। गणित, भौतिक वास्तविकता और आध्यात्मिक अवधारणा को समझने के बीच एक पुल के रूप में कार्य करता है। वैदिक गणितज्ञों ने दृढ़ता से महसूस किया कि प्रत्येक अनुशासन में एक उद्देश्य होना चाहिए। उनके मतानुसार जीवन का अंतिम लक्ष्य आत्म-प्राप्ति और आत्मनिर्भरता प्राप्त करना था जिसके परिणामस्वरूप, प्रायः गणित को अलग प्रारूप में प्रस्तुत किया जाता था। अधिकांश गणितीय सूत्र, विधियों का उपयोग करते हुए प्रस्तुत किए गए थे, जहां नियमों की एक सूची होती थी और प्रत्येक नियम, उप-नियमों द्वारा संग्रहित किया जाता था। इन नियमों की सूचियों को छोटी कविताओं में संकुचित किया गया था। पहले और आख़िरी शब्दों और नियमों की लंबाई के साथ प्रयुक्त हिसिंग आधारित इंडेक्सिंग आज कंप्यूटर विज्ञान में काम करता है । उन तरीकों से जो प्रत्यक्ष या अप्रत्यक्ष रूप से इस छोर को आगे बढ़ाते थे।

यह स्पष्ट करने के लिए कि वैदिक भारत में धर्मनिरपेक्ष और आध्यात्मिक जीवन कैसे हुआ करता था, भारती कृष्ण तीर्थ महाराज ने यह दर्शाया है कि गणितीय सूत्र और नियम अक्सर मंत्र के संदर्भ में सिखाए जाते थे। इस प्रकार आध्यात्मिक अध्ययन के दौरान, कोई भी गणितीय नियमों को भी सीख सकता था। ऐसे में, गणित का मूल वैदिक साहित्य, वेदों में मिलता है । कुछ शुरूआती (दिनांकित) गणित केंद्रित ग्रंथों को 1000 ई॰ पू॰ और 1000 ई॰ स॰ (एडी) के बीच लिखा गया और शून्य की अवधारणा, बीजगणित और कलन विधि की तकनीक, वर्गमूल और घन मूल पर चर्चा की गई।

उदाहरण - प्रकाश की गति

प्रकाश की गति की गणना 19वीं शताब्दी में मैक्सवेल द्वारा की गई थी, लेकिन वास्तव में प्रकाश की चाल की गणना ऋग्वेद में हजारों साल पूर्व ही हो चुकी थी । 14 वीं शताब्दी में सयाना ने इसे और अधिक विस्तारित किया था। यहाँ तक कि सूर्य को एक सात विभिन्न रंगों के घोड़े वाले रथ पर सवारी करते हुए भगवान के रूप में वर्णित किया था। सात विभिन्न रंगों के घोड़े वाला यह रथ ही इंद्रधनुष कहलाता है, क्योंकि इंद्रधनुष में 7 रंग ही हैं। भारतीय ग्रंथों में ग्रहों, सूर्यास्त, सूर्योदय, ग्रहण आदि की गति की सटीक गणना दूरबीन का उपयोग किए बिना ही करी थी।

ऋग्वेदिक भजन 1:50 की चौथी ऋचा (ऋग्वेद प्रथम मण्डल में 50 वाँ भजन) निम्नानुसार है:

तरणि र्विश्वदर्शतो जयोतिष्क्रदसि सूर्य।
विश्वमा भासिरोचनम ।।

जिसका अर्थ है, "हे सूर्य आप तीव्र चलायमान और सर्वथा सुंदर है। प्रकाश के निर्माता और सभी क्षेत्रो को उज्ज्वलित करते हैं।"

अपने ऋग्वेदिक व्याख्यान में इस ऋचा पर टिप्पणी करते हुए, दक्षिण भारत में कर्नाटक के महान विजयनगर साम्राज्य (14 वीं शताब्दी की शुरुआत में) के बुक्का अदालत में मंत्री रहे सयाना कहते है –

तथा का स्मर्यते योजनानाम,
सहस्रे दिवे दिवे सते दिवे का योजने।
एकेना निमिषार्द्धेना क्रमामान ।।

इसका अर्थ है "कहा जाता है कि सूर्य (प्रकाश) आधे निमिष में 2,202 योजन को पार करता है"।

नोट- वेदों में दूरी का मात्रक योजन तथा समय का मात्रक निमिष है। महाभारत में शांति पर्व के मोक्ष धर्मा पर्व में निमिष को इस प्रकार वर्णित किया है:

निमिषादर्ध = आधा निमिष

15 निमिष = 1 कास्ठा	30 कास्ठा = 1 कला
30.3 कला = 1 मुहूर्त	30 मुहूर्त = 1 दिवा-रात्रि

हम 1 घंटे = 60 x 60 = 3600 सेकेंड जानते हैं, तो 24 घंटे = 24 x 3600 सेकेंड =86400 सेकेंड = 409090 निमिष, **27272.7** कास्ठा, 909.09 कला आदि।

1 निमिष = 0.2112 सेकेंड
1/2 निमिष = 0.1056

उदाहरण- दूरी का मात्रक योजन योजन को वैदिक शास्त्र के विष्णु पुराण की पुस्तक संख्या 1 के अध्याय 6 में इस प्रकार वर्णित किया गया है।

10 परमाणु = 1परासूक्ष्म
10 परासूक्ष्म = 1 त्रसरेणु
10 त्रसरेणु = 1 महीराजस (धूल का कण)
10 महीराजस = 1 बालाग्र (बाल का बिंदु)
10 बालाग्र = 1 लिक्षा
10 लिक्षा = 1 युक
10 युक = 1 यवोदर (जौ का दिल)
10 यवोदर = 1 यव (मध्यम आकार के जौ अनाज)
10 यव = 1 अंगुल (1.89 सेमी या लगभग 3/4 इंच)
6 उंगलियां = 1 पद (इसकी चौड़ाई)
2 पद्य = 1 वितस्ति (अवधि)
2 वितस्ति = 1 हस्त (cubit)
4 हस्त = एक धनु, एक दंड, या पौरुस (एक आदमी की ऊंचाई), या 2 नारिका = 6 फीट
2000 धनु = 1 गवयुति = 12000 फुट
4 गवयुति = 1 योजन = 9.09 मील

गणना- अब हम प्रकाश की गति के मान की गणना आधुनिक मात्रक में आधा निमिष में 2202 योजन मान के आधार पर करेंगे। अतः

आधा निमिष = 2202 x 9.09 मील
= 20016.18 मील/0.1056 **सेकेंड**
= 189547 मील/ **सेकेंड**

आधुनिक विज्ञान के आधार पर प्रकाश की गति ***186000 माइल्स/* सेकेंड** है।

बहुत समय पूर्व कोपर्निकस ने पश्चिमी दुनिया में साबित किया था कि पृथ्वी सूरज के चारों ओर घूमती है। वैदिक काल में ऋषियों ने पूर्व में ही ग्रहों के घूर्णन की बहुत सटीक गणना कर की थी।

ग्रह	एक घूर्णन की दिनों में अवधि	
	पाश्चात्य पद्धति	आधुनिक मूल्य
पृथ्वी	365.26868	365.256636
चंद्रमा	27.32167	27.32166
मंगल	686.99974	686.9797
बृहस्पति	4332.27217	4332.5887
शनि	10766.06665	10759.201

आधुनिक आधार पर गणना- चूँकि पृथ्वी की कक्षा एक पूर्ण गोलाकार नहीं है और कभी-कभी पृथ्वी सूर्य के करीब होती है और कभी-कभी यह दूर हो जाती है। इसलिए, सूर्य और पृथ्वी के बीच औसत दूरी
= 1490 लाख किलोमीटर
= 920 लाख मील
सूर्य और पृथ्वी (perihelion) के बीच सबसे छोटी दूरी

= 910 लाख मील

= 1470 लाख किलोमीटर

(जनवरी की शुरूआत में)

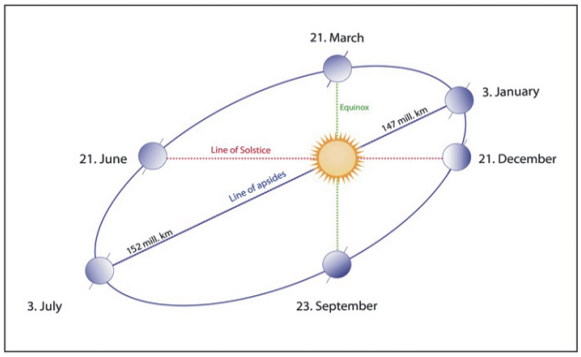
सूर्य और पृथ्वी (aphelion) के बीच सबसे लंबी दूरी

= 945 लाख मील

= 1520 लाख किलोमीटर

(जुलाई की शुरूआत में)

यह आश्चर्यजनक है कि 16 वीं शताब्दी में रहने वाले तुलसीदास ने इसकी सटीक गणना कर दी थी जोकि 20 वीं सदी के खगोलविदों के आकलन के बहुत करीब थी।



108 का महत्व

हिंदू संस्कृति में संख्या 108 का प्राचीन ग्रंथों में विशेष महत्व दिया गया है। हिंदू संस्कृति के दौरान एक नंबर 108 का सामना हम बार-बार करते है। पूर्ण जप (एक मंत्र की पुनरावृत्ति) हमेशा 108 बार होना निर्धारित होता है। प्रत्येक देवता 108 नामों से सजाया जाता है। जप माला में 108 मोती होते हैं। यंत्र भी इस संख्या से प्रभावित हैं। शरीर में 108 मुख्य चक्र हैं। वही 108 सिद्धांत उपनिषद में हैं। 108, आध्यात्मिक सत्य के साधकों के लिए दुनिया के सबसे प्राचीन ग्रंथ, वेदों में एक आवर्ती विषय के रूप में प्रकट होता है।

3. मुख्य कारण

ज्योतिष में 9 ग्रह और 12 घर हैं। 12 गुणा 9 का गुणांक 108 है। 108 गोल चक्कर, 9 घरों के ज्योतिषीय प्रभाव के एक पूरे दौर के बराबर है, जो 12 घरों में घूमते हैं। इसमें 54 कटाव होते हैं, जहां तीन रेखाएँ एक दूसरे को काटती हैं। प्रत्येक कटाव में मर्दाना(शिव) और स्त्री(शक्ति) के गुण विद्यमान होते हैं। ज्ञात है कि 54 बार 2 बराबर 108। इसी प्रकार यहां 108 बिंदु हैं, जो कि श्री यंत्र और मानव शरीर को परिभाषित करते हैं। अलग अलग ये संख्याएँ 1, 0, और 8 एक चीज, कुछ भी नहीं, और सब कुछ (पूर्णता या अनंत जैसे इलेक्ट्रॉनों की तरह अनंत) का प्रतिनिधित्व करती है।

108 का खगोलीय संबंध

सबसे दिलचस्प तथ्य जो वेदों के अनुसार 108 के बारे में कुछ रहस्यवाद प्रकट करता है, यह है कि लगभग –

- सूर्य पृथ्वी से 108 सूरज दूर है। अर्थात 108 सूर्य व्यास। यह आधुनिक विज्ञान की गणनाओं में बहुत सटीक पाया जाता है?
- चंद्रमा पृथ्वी से 108 चंद्रमा की दूरी पर है। अर्थात 108 चंद्रमा व्यास है, जो न केवल आधुनिक विज्ञान की गणनाओं से भी सटीक है, लेकिन वास्तव में अजीब संयोग है कि सूर्य और पृथ्वी तथा पृथ्वी और चंद्रमा के बीच की दूरी दोनों एक समान 108 की संख्या में है।
- सूर्य का व्यास 108 पृथ्वी के बराबर है। न केवल यह आधुनिक विज्ञान की गणना के द्वारा भी सही है, बल्कि यह 108 का तीसरा संयोग है जो वाकई आश्चर्यजनक है।

प्राचीन ऋषियों ने कई हजारों साल पहले आधुनिक वैज्ञानिक उपकरणों की सहायता के बिना इस तथ्य का अनुमान लगाया था जो कि अपने आप में आश्चर्यजनक है।

उदाहरण - पृथ्वी से चंद्रमा = 108 चंद्रमा

भारतीय परंपरानुसार -

चंद्रमा और पृथ्वी के बीच की दूरी

= (चंद्रमा का व्यास) X 108

= (3476 किमी) x 108

= 375,408 किमी

आधुनिक विज्ञान के मतानुसार –

चंद्रमा की पृथ्वी से निम्नतम दूरी = 356,399 किमी
चंद्रमा की पृथ्वी से अधिकतम दूरी = 406,699 किमी
चंद्रमा की पृथ्वी से औसत दूरी = 381549 किमी

ध्यान देने योग्य यह है की यह भिन्नता इसलिए हो सकती है क्योंकि हमने पिछले 10,000 या इतने सालों में चंद्रमा की कक्षा के पैटर्न में कोई परिवर्तन नहीं लिया है। इसके अलावा, ध्यान रखें कि चंद्रमा के अणुओं में पेरिगी (perigee) और एपोगी (apogee) के बीच 11% की भिन्नता है, इसलिए हम साधारण रूप से औसत नहीं ले सकते हैं।

उदाहरण - पृथ्वी से सूर्य = 108 सूर्य

भारतीय परंपरानुसार-
सूर्य और पृथ्वी के बीच की दूरी
= (सूर्य का व्यास) X 108
= (13.9 लाख किमी) X 108
=1501.2 लाख किमी

आधुनिक विज्ञान के मतानुसार-

सूर्य की पृथ्वी से औसत दूरी = 1500 लाख किमी
सूर्य का व्यास = 108 पृथ्वी

गणना-
भारतीय परंपरानुसार –

सूर्य का व्यास = पृथ्वी का व्यास X 108
= (12,756)X108=13.8 लाख किमी
सूर्य की पृथ्वी से निम्नतम दूरी = 356,399 किमी
सूर्य की पृथ्वी से अधिकतम दूरी = 406,699 किमी

आधुनिक विज्ञान के मतानुसार –
सूर्य का व्यास = 13.9 लाख किमी

108 के अन्य उदाहरण

- सूर्य 27 दिनों का (परिक्रमा में) समय लेता है (27 x 4 = 108)।
- हमारे शास्त्रों में 27 (27 x 4 = 108) नक्षत्र बताए गए हैं।
- एफ एम रेडियो की अधिकतम आवृति 108 मेगा हर्ट्ज की गई है।
- गोल्फ की बॉल में छिद्रों की संख्या 108 के गुणांक में होती है।

उदाहरण- हनुमान चालीसा से गणना

हनुमान अपने बचपन में, सूर्य को पका हुआ आम समझकर ग्रहण करने के लिए कूद गए थे। तुलसीदास ने इस घटना का अपने हनुमान चालीसा में कुछ इस प्रकार वर्णन किया है –

युग सहस्र योजन पर भानु,
लिल्यो ताहि मधुर फल जानू।

सूर्य को मीठा फल समझ कर, हनुमान उसे निगलने के लिए कूद गए। जिस दूरी को हनुमान ने पार किया वह यहाँ युग-योजन के रूप में उल्लिखित है।

एक युग क्या है?

भगवद् गीता के अनुसार, ब्रह्मा का एक दिन कल्प कहलाता है और यह 1000 युगों के बराबर होता है और इसके बाद रात की समान अवधि होती है।

सहस्र युगा पर्यन्त-महार्यद-ब्रहमनोविधु।
रात्रिम युगा सहस्रान्तमते हो-रत्रा-विदोहजना ।।

1 युग = 4,320,000 वर्ष =12000 डिवाइन वर्ष,
1 डिवाइन वर्ष = 360 वर्ष (मानव गणना के अनुसार)
यह मनु-संहिता: द्वारा भी सिद्ध होता है।

द्वादश सहस्रम देवानाम युगमच्युते

हनुमान चालीसा के उपरोक्त श्लोक के अनुसार, सूर्य तथा पृथ्वी के बीच की दूरी है,
युग सहस्र योजन =12000 x 1000 योजन

योजन दूरी का वैदिक मात्रक है और लगभग **8** मील के बराबर है**,** साथ ही **1** मील =**1.60934** किलोमीटर के बराबर है।

हनुमान चालीसा में प्रस्तुत वर्णन के अनुसार गणना –

सूर्य तथा पृथ्वी के बीच की दूरी

= 12000 x 1000 योजन

= 960 लाख मील

= 1536 लाख किमी

जो अभिधारणा गणना के लिए ली गई है वह इस प्रकार है –

- भगवद् गीता और मनु संहिता के वक्तव्य के आधार पर, वैदिक काल के समय गणना प्रणाली के अनुसार युग का मतलब संख्या 12000 डिवाइन वर्ष ग्रहण किया गया है।
- 1 योजन = 8 मील का अनुमान लगाया गया है, जो कि श्री प्रभुपाद द्वारा उनके ग्रंथ में उल्लेखित किया गया है।

अतः यह 1536 लाख किमी की गणना जो कि आधुनिक वैज्ञानिकों की गणना के बेहद नजदीक का अनुमान है बेहद आश्चर्यजनक है क्योंकि तुलसीदास ने 16 वीं शताब्दी की शुरूआत में ही इस स्तर की सटीक गणना कर दी थी, जबकि पश्चिमी खगोलविदों ने दूरबीन की सहायता से दूरी जानने की कोशिश इसके उपरांत की थी।

गणित का वैदिक परिप्रेक्ष्य आध्यात्म के रूप में

हममें से किसी ने भी वास्तविकता में आत्मा को (शुक्राणु) जो हमारे शरीर में है नग्न आँखों से नहीं देखा है। श्वेताश्वतरनोपनिषद् आत्मा का वास्तविक आयाम वा आकार बताते हैं। श्वेताश्वतरनोपनिषद् वास्तव में कृष्ण, यजुर्वेद के साथ जुड़ा हुआ है जिसमे 6 अध्याय में 113 मंत्र हैं। अनुमान है कि यह चौथी शताब्दी ईसा पूर्व के आसपास बना था।

बालाग्र शत भागस्य, शताद्ध कल्पित्सय या।
भगो जिव्हा सा विघ्नह, सा कनान्तये कल्पते।।

अर्थात, जब एक बाल कूप के ऊपरी छोर को सौ भागों में विभाजित किया जाता है और फिर इस तरह के प्रत्येक भाग को सौ सौ भागों में विभाजित किया जाता है, तो प्रत्येक भाग आत्मा के आयाम का माप होता है। स्वामी प्रभुपाद द्वारा चैतन्य चरित्र मित्र में इसका समान विवरण दिया गया है।

केशाग्र शत भागस्य, शतांसा सद्रसात्मका।
जिव्हा सूक्ष्म स्वरूपो यं संख्यातीतों हि सीत्कानह।।

अर्थात, एक बाल की टिप को दस हजार भागों में विभाजित किया जाता है और इस तरह का एक हिस्सा सीट-काना (आत्मा का कण) है। इसका मतलब है कि आत्मा का व्यक्तिगत कण, आध्यात्मिक परमाणु भौतिक अणुओं से भी सूक्ष्म है, और इस तरह के परमाणु असंख्य हैं। भगवद् गीता में भी आत्मा के आकार का उल्लेख है। इसके अनुसार आत्मा अविनाशी है और नग्न आँखों से नहीं देखी जा सकती।

अविनासी तू तद विधि, येन सर्वम इदं ततं
विनाशम अव्ययस्यास्य, ना कशचिद कर्तुम अर्हति

अर्थात आत्मा, जो कि इस शरीर में विद्यमान है, कोई भी उस अविनाशी आत्मा को नष्ट करने में सक्षम नहीं है। मुंडकोपनिषद आगे उन स्थानों को बताता है जहां आत्मा शरीर में रहती है।

एशोणुर आत्मा चेत्सा वेदितव्यो,
यस्मिन प्राण पंचद्धा संविवेशा।
प्राणीषु चित्तम सर्वं उत्तम प्रजानाम,
यस्मिन विशुद्धे विभवत्ये एषा आत्मा॥

अर्थात, आत्मा आकार में परमाणु के समान है और इसे सही बुद्धिमत्ता के द्वारा देखा जा सकता है। यह परमाणु आत्मा पांच प्रकार के वायु (प्राणा, अपाना, व्याना, समाना और उदाना) में तैर रही है, तथा दिल के

भीतर स्थित है, और सभी जीवित कोशिकाओं में शरीर के ऊपर इसका प्रभाव फैलता है। जब पांच प्रकार की भौतिक वायु के प्रदूषण से आत्मा को शुद्ध किया जाता है, तो इसका आध्यात्मिक प्रभाव प्रदर्शित होता है। जब तक हम जाग, नींद और सपना देख रहे हैं (मन की तीन अवस्थाएं तब तक प्राण (जीवन) आंख, हृदय और गले के बीच चलता है। इस प्रकार अध्यात्म का गणितीय वर्णन शोभनीय है।

4. निष्कर्ष

गणित का इतिहास, विज्ञान का एक मात्र आदर्श है जिसके एकदम सही और प्रेरक परिणाम मिलते हैं। यह शताब्दियों पूर्व एक ही विचार प्रक्रियाओं के रूप में सिद्ध हुए है, जो आज भी प्रयोगों द्वारा सिद्ध होते हैं। इसलिए दुनिया के लिए मौजूद यह इतिहास वैज्ञानिक उपलब्धियों के स्थाई मूल्य और महान बौद्धिक विरासत पर ध्यान देने के लिये उपयोगी हैं।

मानव संसाधन चयन प्रक्रिया में भावनात्मक बुद्धिमत्ता के महत्व के संबंध में अध्ययन

यवनिका यादव
गणित विभाग,
तीर्थंकर महावीर विश्वविद्यालय, मुरादाबाद

आलोक कुमार गहलोत
गणित विभाग,
तीर्थंकर महावीर विश्वविद्यालय, मुरादाबाद
dr.alokgahlot02@gmail.com

सार

इस कार्य का उद्देश्य परियोजना प्रबंधकों की भावनात्मक बुद्धिमत्ता की अवधारणा का परिचय देता है, जो कि चेतना के द्वारा उपेक्षित किए गए है । यह कठोर सैद्धांतिक दार्शनिक प्रकृति और भावनात्मक बुद्धिमत्ता को विशेषताओं पर प्रकाश डालने के लिए विकसित किया गया है । इससे पता लगाया जा सकता है कि भावानात्मक बुद्धिमत्ता को कैसे विकसित किया जाना चाहिए ? इस शोध से प्रबंधक अपनी मानव संसाधन नीति में उसका प्रयोग एवम् प्रदर्शन करके संगठनों में सुधार ला सकता है । मानव संसाधन प्रबंधक को कर्मचारियों की भर्ती करते समय भावनात्मक पक्ष पर भी यथोचित विचार करना चाहिए।

कुंजी शब्द : भावनात्मक बुद्धिमत्ता, मानव संसाधन, निहितार्थ, यथोचित विचार

1. प्रस्तावना

भावनात्मक बुद्धिमत्ता नेतृत्व के कई पहलुओं पर एक महत्वपूर्ण भूमिका निभाती है । जैसे निर्णय लेने, घनिष्ठ पारस्परिक संबंधों, तनाव का सामना करने में साथ ही साथ रचनात्मक क्रियाओं में अधिक प्रभावी मार्ग है । भावनात्मक बुद्धिमत्ता की एक अवधारणा यह है कि वह कौशल या पारस्परिक कौशल से संबंध रखता है जो कि विशिष्ट ज्ञान, सामान्य बुद्धि या तकनीकी और पारंपरिक क्षेत्रों से बाहर व्यावसायिक कौशल है ।

भावनात्मक बुद्धिमत्ता के चार तत्व निम्न प्रकार है-

i. व्यक्तिगत नेतृत्व
ii. पारस्परिक संबंध
iii. व्यक्तित्व प्रबंधन
iv. व्यक्तित्व जागरूकता

भावनात्मक बुद्धिमत्ता अभिप्रेरणा, प्रेरणा और दृष्टि को एक परिवर्तनकारी नेतृत्व क्षमता के रूप में संबंधित किया गया है । शोधकर्ताओं के अनुसार व्यक्ति की सफलता 80 प्रतिशत उसकी भावनात्मक बुद्धिमत्ता पर निर्भर करती है । भावनात्मक बुद्धिमत्ता ज्ञान के उपयोग द्वारा हम अपने आपको समझ कर और दूसरे व्यक्तियों के साथ कैसी प्रतिक्रिया करें जिससे अपने

आप को लाभ तथा संबंधों को बेहतर बनाया जाए। भावनात्मक बुद्धिमत्ता आत्म जागरूकता की नींव है। आपका ज्ञान ही आपको समझने में सहायता करता है कि दूसरे व्यक्ति को कैसे समझे, भावनात्मक बुद्धिमत्ता व्यक्तिगत संबंधों का एक शक्तिशाली उपकरण है, जिसकी सहायता से विभिन्न प्रकार के ज्ञान का उपयोग कर संचार कौशल और नेतृत्व क्षमताओं को बढ़ाया जाता है। मानव संसाधन के दृष्टिकोण से भावनात्मक बुद्धिमत्ता एक महत्वपूर्ण कारक है जो कि कर्मचारियों के व्यक्तिगत प्रदर्शन को सशक्त रूप से समझने और भविष्य के लिए मदद करता है। हालाँकि भावनात्मक बुद्धिमत्ता मापना एक चुनौती पूर्ण कार्य है, यह जानकारी मानव संसाधन की गतिविधियों के प्रभाव को बहुत अधिक बढ़ा सकती है।

बिक्री प्रबंधन के गुण

भावनात्मक बुद्धिमत्ता और नेतृत्व अभिप्रेरणा, सहानभूति, आत्मसम्मान, निर्णय लेने वाला, वचनबद्धता पारस्परिक जागरूकता।

बिक्री नेतृत्व प्रबंधन से अधिक है। यह लोगों की क्षमता को सर्वश्रेष्ठ बनाने के लिए अभिप्रेरित करता है। यद्यपि तकनीकी और संगठनात्मक दक्षता, नेतृत्व के लिए अत्यंत महत्वपूर्ण है। परंतु एक संचालक की वास्तविक परीक्षा उसके द्वारा अपनी योग्यता में भावनात्मक पहलू को सम्मिलित करना है। वर्तमान में कर्मचारी और कंपनी के बीच का भावनात्मक संबंध कई कंपनियाँ भूल गई है। संचालक को अपने कर्मचारियों को निजी तौर पर कंपनी के लक्ष्यों में निवेश करने में मदद करने के लिए उस भावनात्मक संबंध को पुर्नस्थापित करना चाहिए।

2. साहित्यिक समीक्षा

भावनात्मक कंपनी के लक्ष्यों में निवेश में बुद्धि करने के लिए कई क्रियान्वयन किए गए हैं और भावनात्मक कंपनी के लक्ष्यों में निवेश के विकास के लिए कई ऐसे विद्यालय है जिनका उद्देश्य भावनात्मक बुद्धिमत्ता को सही रूप में वर्णन और मापन करना है।[1] सामान्य स्तर पर भावनात्मक बुद्धि अपने और दूसरों में भावनाओं को पहचानने और नियंत्रण करने की क्षमता को दर्शाती है।[2]

पीटर सलावेय और जॉन मेयर[3] ने मूल रूप से प्रकाशित लेख में भावनात्मक बुद्धिमत्ता को प्रारंभिक लेख में परिभाषित किया है। भावनात्मक बुद्धिमत्ता का एक रूप स्वयं और दूसरों की भावनाओं को समझने की क्षमता और उनके बीच अंतर करना तथा सोच समझ कर जानकारी को शामिल करना है।

भावनात्मक बुद्धिमत्ता को इस प्रकार परिभाषित किया जाता है कि भावनाओं को समझने की क्षमता, सोच को सुगम बनाना और व्यक्तिगत विकास को बढ़ावा देने के लिए भावानाओं का विनिमय किया जाता है।[3]

समाजिक बुद्धि या पुरुषों, महिलाओं, लड़कों और लड़कियों को समझने और प्रबंधित करने के लिए मानवीय संबंधों की साझेदारी की क्षमता का अध्ययन किया।[4]

भावनात्मक बुद्धिमत्ता के तीन प्रमुख मॉडलों का उपयोग कर आकलन विवरण को रेखांकित किया गया है।

थोरंडिक और गार्डनर[4] जैसे प्रारंभिक सिद्धांतकारियों ने भावनात्मक बुद्धिमत्ता का मार्ग प्रशस्त किया। प्रत्येक सैद्धांतिक प्रतिमान ने दो दृष्टिकोणों में से एक अवधारणा को देखा, जैसे - क्षमता या मिश्रित आदर्श। श्रेयुवेन बार ऑन ने व्यक्तित्व गुणों के साथ भावनात्मक बुद्धिमत्ता की क्षमता के पहलू सह-निर्भरता, निजी कल्याण और व्यक्तित्व सिद्धांतों के संदर्भों पर आधारित मॉडल प्रस्तुत किया है।

इसके विपरीत डैनियल गोलमेन ने एक मिश्रित मॉडल का प्रस्ताव किया जिसमें व्यक्ति की क्षमता, व्यक्तित्व को एकजुट करने और कार्यस्थल पर प्रभावी संबंधों पर लागू है।[5]

भावनात्मक बुद्धिमत्ता, शुद्ध सिद्धांत और भावनाओं के क्षेत्र में महत्वपूर्ण विचारों का एकीकरण है । भावनात्मक बुद्धिमत्ता सिद्धांत में बुद्धिमत्ता की जानकारी को तर्कसंगत रूप में पूरा करने की क्षमता पर विचार करना शामिल है।

मेयर और सलावेय का मॉडल

मेयर और सलावेय का मॉडल भावनात्मक बुद्धिमत्ता पर आधारित है अर्थात् यह एक नई बुद्धि के लिए मानक मापदंडों की सीमा को भावनात्मक बुद्धिमत्ता में परिभाषित करने का प्रयास करता है।

मेयर और सलावेय मॉडल को चार शाखाओं में विभाजित किया गया है।[6]

प्रथम शाखा में भावनात्मक धारणा भावनाओं के बारे में आत्म जागरूक होना तथा दूसरों की भावनाओं और भावनात्मक जरूरतों को व्यक्त करने की क्षमता पर आधारित है । इसमें ईमानदारी और बेईमानी अभिव्यक्तियों के बीच भेद करने की क्षमता भी शामिल है।

दूसरी शाखा में भावुक अनुभूति तथा भावनाओं के बीच भेद कर लोगों को पहचानने की प्रक्रिया को प्रभावित करता है।

तीसरी शाखा (भावनात्मक समझ) इसमें जटिल भावनाओं को समझने की क्षमता और एक दूसरे तक भावनात्मक प्रभाव को पहचानने की क्षमता।

अंत में चतुर्थ शाखा भावना प्रबंधन इसमें किसी भी स्थिति में भावनाओं से जुड़ने तथा भिन्न होने की उपयोगिता है।

बार ऑन का भावनात्मक बुद्धिमत्ता मॉडल

बार ऑन के भावनात्मक बुद्धिमत्ता मॉडल में प्रदर्शन या सफलता के स्थान पर प्रदर्शन या सफलता की क्षमता से संबंधित है और इसके परिणाम उन्मुख के स्थान पर प्रक्रिया उन्मुख माने गए हैं । यह भावनात्मक और सामाजिक क्षमताओं की सारणी पर केंद्रित है । जिसमें समझना, व्यक्त करना दूसरों के प्रति जागरूक रहना और जटिल भावानाओं का सामना करने की अभिव्यक्ति क्षमता शामिल है । एक सामाजिक या व्यक्तिगत प्रकृति की समस्याओं को बदलने और हल करने के लिए अनुकूलित है।

गोलमेन: भावनात्मक बुद्धिमत्ता का मिश्रित मॉडल

गोलमेन ने भावनात्मक बुद्धिमत्ता के प्रत्येक निर्माण में भावनात्मक दक्षता को शामिल किया है। भावनात्मक दक्षता जन्मजात प्रतिभा नहीं है, परंतु सीखने की क्षमताओं तथा प्रदर्शन करने के लिए इसे विकसित किया जाना चाहिए। गोलमेन यह मानते है कि व्यक्ति सामान्य भावनात्मक बुद्धिमत्ता के साथ पैदा नहीं होते हैं जो कि भावनात्मक दक्षता को सीखने के लिए अपनी क्षमता निर्धारित करता है। विभिन्न संगठनों के निर्माणों में दक्षता यादृच्छिक नहीं है, वह समूहों में दिखाई देती है, जो कि एक दूसरे को समर्थन और सुविधा प्रदान करती है।

भावनात्मक बुद्धिमत्ता में प्रयुक्त समायोजन

इस अनुभाग में ध्यान दिया जाएगा कि विभिन्न स्थान पर भावनात्मक बुद्धिमत्ता कैसे लागू की गई है।

- सबसे पहले भावनात्मक बुद्धिमत्ता को लिंग भेद के पर जांचने के प्रयास को रेखांकित किया जाएगा जिसमें भावनात्मक बुद्धि के आधार पर आवेदक जाति का कार्य रूप बदलता है या नहीं ?
- दूसरा प्रतिदिन जीवन में भावनात्मक बुद्धिमत्ता का पता लगाया जा सकता है।
- अंत में भावनात्मक बुद्धिमत्ता की प्रयोज्यता, उच्च भावनात्मक बुद्धिमत्ता के आर्थिक मूल्य तथा उच्चतर लोगों की सफलता दर पर कार्यस्थल का ध्यान केंद्रित किया जाए।

स्वोट विश्लेषण

स्वोट: शक्ति, कमजोरी, अवसरों और खतरों पर आधारित है । शक्ति और कमजोरी का विश्लेषण आंतरिक कारकों को ध्यान केंद्रित करके किया जाता है जो संगठन में अपने लक्ष्यों को पूरा करने तथा लाभ और हानि पर ध्यान देता है। यह कारक बाजार की योजना के पूर्ववर्ती हिस्से में पर्यावरण विश्लेषण पर आधारित है । इससे संगठन को यह निर्धारित करने की स्वतंत्रता मिलती है कि क्या अच्छा है ? और इसमें सुधार करने के लिए क्या आवश्यक है ?

शक्ति

शक्ति प्रतिस्पर्धात्मक लाभ या विशिष्ट दक्षताओं को दर्शाती है जो फर्म को अपने लाभ प्रदान करती है । कंपनी की शक्ति का विश्लेषण ग्राहक पर केंद्रित होना चाहिए क्योंकि ग्राहको की जरूरतों को पूरा करने से उसकी सार्थकता सिद्ध होगी।

कमजोरी

कमजोरी किसी भी सीमा को संदर्भित करती है क्योंकि किसी भी कंपनी को बाजार की रणनीति विकास या कार्यान्वयन का सामना करना पड़ सकता है। अपेक्षाकृत ग्राहक की संभावना के अनुसार कमजोरी की जांच की जानी चाहिए क्योंकि ग्राहक अक्सर कमजोरी देखता है जो कंपनी नहीं देख सकती। इससे पता चलता है कि सभी कंपनियों को उनकी शक्ति और कमजोरी का पता, ग्राहकों की आवश्यकता पूर्ति से लगता है।

अवसर

अवसरों को पर्यावरण की अनुकूल स्थिति द्वारा बताया जाता है क्योंकि यदि सही रूप से कार्य किया गया तो वह संगठन के लिए इनाम का उत्पादन कर सकता है । अवसरों की मौजूद स्थिति में फर्म के लाभ की कार्रवाई की जानी चाहिए।

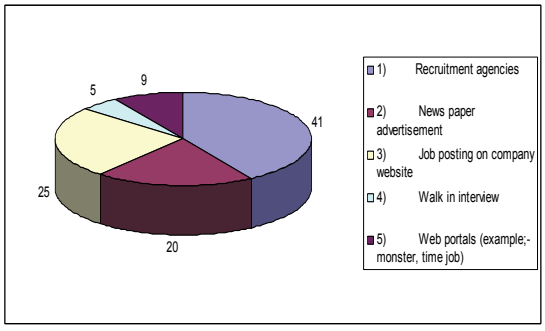
अवरोध

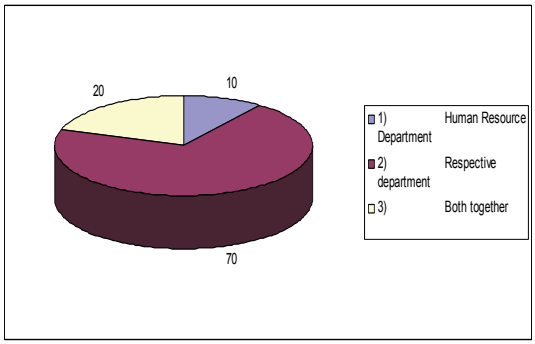
कठिनाइयाँ या अवरोध फर्म को अपने उद्देश्यों तक पहुँचने से रोक सकती है अवसरों की तरह, संगठन की क्षमता सीमित करने से रोकने के लिए अवरोधों पर कार्रवाई की जानी चाहिए।

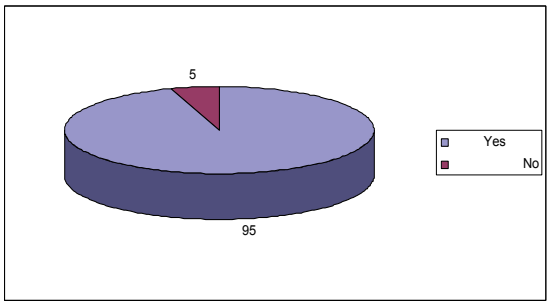
स्वोट विश्लेषण का व्यापक ढाँचा स्वीकृति प्राप्त करना है क्योंकि यह सरल और विपणन रणनीति विकास के लिए एक शक्तिशाली उपकरण है।

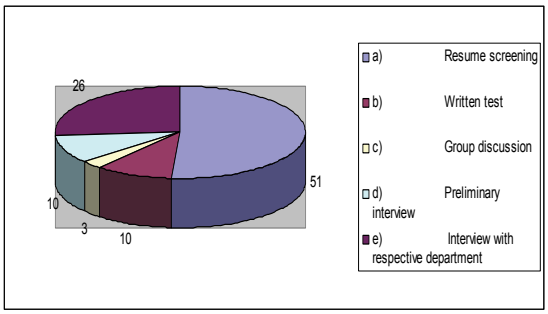
वैचारिक चर्चा

मानव संसाधन प्रबंधन मानव दृष्टिकोण के साथ संगठन के लोगों को प्रबंधित करने की प्रक्रिया है । मानव संसाधन प्रबंधन एक संगठन में व्यक्ति के साथ संबंध को दर्शाता है । यह एक नया दर्शन, दृष्टिकोण और रणनीति को दर्शाता है जो कि संगठन की जनशक्ति को अपने संसाधनों और सम्पत्तियों के रूप में देखता है न कि देनदारियों के रूप में।









1. बाह्य भर्ती के स्रोत
2. कौशल विश्लेषण किसके द्वारा किया जाए?
3. चयन प्रक्रिया में किन चरणों का पालन किया जाता है?
4. संगठन में संरचना साक्षात्कार का क्या पालन किया गया?

3. परिणाम

विकास और वैश्वीकरण का सबसे महत्वपूर्ण असर महत्वाकांक्षी योजनाओं वाली कंपनियों के कर्मचारियों के कल्याण पर होगा। मानव संसाधन एक महत्वपूर्ण संसाधन होगा जो अन्य सभी संसाधनों या संगठनों की महत्वपूर्ण क्षमता का उपयोग करने वाले प्रभावी कारकों की बढ़ोतरी कर रहे हैं।

- विभागाध्यक्ष अपने कर्मचारियों के व्यवहार से संतुष्ट हैं । यह दिखाता है कि सामंजस्यपूर्ण संबंध संगठन में प्रचलित हो रहे है।
- अधिकतम प्रबंधकों का कहना है कि वे भावनात्मक बुद्धिमत्ता के लिए दोनों आंतरिक और साथ ही बाहरी स्रोत पसंद करते है।

3. निष्कर्ष

भावनात्मक बुद्धिमत्ता फैशन परिवर्तन और योजनाओं से उत्पन्न होती है और लोकप्रियता में आ जाती है, और यह सुझाव दिया जाता है कि कोई भी योजना अच्छी या खराब नहीं बल्कि केवल उन परिस्थितियों से संबंधित है जो संगठन पर्यावरण में संचालित है। चयन प्रक्रिया को अधिक पारदर्शी होना चाहिए इससे पक्षपात से बचा जा सकता है। नए कर्मचारी के लिए पर्यवेक्षण का व्यवहार उदार होना चाहिए जिससे संबंधों को अच्छा बनाया जा सकता है और नए कर्मचारी को अपनापन महसूस होता है। कार्मिक विभाग के कर्मचारियों को प्रेरित करने के लिए नए स्रोतों को खोजने की आवश्यकता है ताकि वह अपने आप को संगठन के हिस्से के रूप में देख सके और कंपनी को सफल बनाए रखने के प्रयास करें।

सुझाव

- भावनात्मक बुद्धिमत्ता की पारदर्शिता की पूरी व्यवस्था होनी चाहिए। पारदर्शिता का अर्थ है कि उसको जानकारी के लिए उपयोग किया जाना चाहिए। प्रत्येक कंपनी के कर्मचारी को पता होना चाहिए कि क्या किया जा रहा है? और क्यों?
- संगठन में हर कोई अपने कार्यों के लिए जिम्मेदार होना चाहिए। गलतियों को अलग अलग स्वीकार किया जाना चाहिए और उपचारात्मक उपाय किए जाने चाहिए।
- कार्य के दौरान उत्पन्न होने वाली समस्या का पता लगाया जाना चाहिए और उसका समाधान बहुत गंभीर और असाध्य रूप लेने से पहले होना चाहिए।

संदर्भ

[1] Mayer, J.D., Solovey, P., (1993) The intelligence of Emotional intelligence, Intelligence, Vol. 17, No. 4, pp. 433-422.
[2] Goleman, D., (1995) Emotional intelligence:why it can matter more than IQ, Landon, Bloomsbury.
[3] Mayer, J.D., Amp Salovey, P., (1997) What is emotional intelligence? In: P. Salovey, D Sluyter (Eds.), Emotional development and emotional intelligence: Implications for Educators, pp. 3-34, New York.
[4] Mayer, J.D, Carsuo, D.R., Salovey, P., (2000) Models of Emotional Intelligence, In: R. Sternberg (Ed.) Handbook of Intelligence, Cambridge University Press, Cambridge, U.K.
[5] Goleman, D., (2001) Emotional intelligence : Issues in paradigm building, In: Cherniss, C., Amp, D. Goleman (Eds.).
[6] Mayer, J.D., Salovey, P., Carsuo, D.R., (2004) Emotional intelligence: Theory, findings, and implications, Psychological Inquiry, Vol. 15, No. 3, pp. 197.

कण झुंड इष्टतमीकरण : अद्यतन तथा अनुप्रयोग

कुसुम दीप
गणित विभाग
भारतीय प्रौद्योगिकी संस्थान, रुड़की
kusumfma@iitr.ernet.in

सार

इस लेख का उद्देश्य कण झुंड इष्टतमीकरण का वर्णन करना है, जो एक प्रकृति प्रेरित अनुकूलन तकनीक है।

कुंजी शब्द : कण झुंड (partical swarm), इष्टतमीकरण (optimization), अनुकारित अनीलन (simulated annealing)

1. प्रस्तावना

इष्टतमीकरण क्या है ?

इष्टतमीकरण दिए गए विकल्पों के बीच सबसे अच्छा विकल्प चुनने की कला है। सबसे बड़े या सबसे छोटे संभव मान को खोजने की प्रक्रिया, जो एक फलन द्वारा दी गयी परिभाषा के प्रांत (domain) में प्राप्त कर सकता हो, को इष्टतमीकरण के रूप में जाना जाता है। इष्टतमीकरण, रैखिक / अरैखिक, भिन्नात्मक (fractional) या ज्यामितीय हो सकता है। कभी-कभी फलन का स्पष्ट गणितीय संरूप उपलब्ध नहीं हो पाता। अक्सर फलन का इष्टतमीकरण किया जाना चाहिए जो समिकाओँ या असमिकाओँ के रूप में कई प्रतिबंधोँ द्वारा निर्दिष्ट किया गया हो। इष्टतमीकरण की प्रक्रिया स्वतंत्र चर के उन मानों को निर्धारित करने की समस्या को निरूपित करती है जो प्रतिबंधोँ का उल्लंघन नहीं करते हों, और साथ ही फलन को अनुकूलित करने का अवश्यंभावी मूल्य देते हों। इस प्रकार, किसी फलन के इष्टतम मूल्य (सबसे बड़ा संभव मूल्य या कम से कम संभव मूल्य) को खोजने के लिए प्रयुक्त गणितीय विधा को इष्टतमीकरण तकनीक कहा जाता है । उपयुक्त इष्टतमीकरण तकनीकों की मदद के बिना कई वास्तविक जीवन समस्याओं का समाधान प्राप्त करना संभव नहीं है। इन उपयुक्त तकनीकों को इष्टतमीकरण के गणितीय सिद्धांतों से अभिकल्पित किया जाता है। इष्टतमीकरण पर आधारित कई पुस्तकें एवं शोध सामग्री उपलब्ध हैं।

इष्टतमीकरण की समस्याएँ विज्ञान, इंजीनियरी और उद्योग जैसे वैद्युत अभियांत्रिकी, यांत्रिकी, कंप्यूटर विज्ञान, अर्थशास्त्र, भौतिक विज्ञान इत्यादि के विभिन्न क्षेत्रों में उत्पन्न होती हैं । व्यावहारिक उपयोगिता को देखते हुए कुशल और मजबूत अभिकलनीय एल्गोरिथ्म विकसित करने की आवश्यकता होती है, जो अपनी सीमा के बावजूद विभिन्न क्षेत्रों में समस्याओं को संख्यात्मक रूप से हल कर सकते हैं।

2. प्रकृति-प्रेरित इष्टतमीकरण एल्गोरिथ्म

प्रकृति-प्रेरित अभिकलन एक उभरता हुआ क्षेत्र है, जो स्व-संगठन और जटिल प्रणालियों के सिद्धांतों पर आधारित है । प्रकृति प्रेरित इष्टतमीकरण एल्गोरिथ्म ऐसी तकनीकें हैं, जो उन पारंपरिक समस्याओं का हल, जिनका हल मिलना पारस्परिक विधियों द्वारा कठिन है, उन्हें स्वाभाविक परिघटनाओं के आधार पर खोजने का प्रयत्न करती है । हाल के वर्षों में जैविक प्रणाली, मेटा-हेरिस्टिक खोज, एल्गोरिथ्म के अधिकतम प्रयोग की प्रेरणा रही है । आनुवांशिक एल्गोरिथ्म[1], अनुकारित अनीलन[2]; ऑंट कॉलोनी इष्टतमीकरण[3], सेंट्रल फोर्स इष्टतमीकरण[4,5], ग्लो वर्म झुंड इष्टतमीकरण[6] और कण झुंड इष्टतमीकरण[7] इत्यादि । कण झुंड इष्टतमीकरण (पीएसओ), एक महत्वपूर्ण और लोकप्रिय प्रकृति प्रेरित इष्टतमीकरण है । पीएसओ, वैश्विक इष्टतमीकरण समस्याओं के लिए एक झुंड अन्वेषण तकनीक है।

3. कण झुंड इष्टतमीकरण

कण झुंड इष्टतमीकरण तकनीक को 1995 में जेम्स केनेडी और एबरहार्ट[7] द्वारा दिए गए इष्टतमीकरण के सिद्धांत को आधुनिक स्वानुभाविक एल्गोरिथ्म का आधार माना जाता है । यह जानवरों के सामाजिक व्यवहार, जैसे कि पक्षी-झुंडन और समूहन के अवलोकनों तथा झुंड सिद्धांत के आधार पर विकसित किया गया है । यह जनसंख्या आधारित इष्टतमीकरण तकनीक है, जिसे कभी-कभी आनुवांशिक एल्गोरिथ्म (जीए) और अन्य विकासवादी एल्गोरिथ्म (ईए) के लिए विकल्प माना जाता है और हाल के वर्षों में इस पर बहुत अधिक ध्यान दिया जा रहा है। विकासवादी एल्गोरिथ्म की तुलना में कण झुंड इष्टतमीकरण, कम स्मृति के साथ एक प्रसंभाव्य खोज तकनीक है, जो अभिकलनीय रूप से प्रभावी और कार्यान्वित करने में सहज है । यह सामाजिक अधिगम की एक सुगम तकनीक है जिसने अपने उद्भव काल में ही इष्टतमीकरण समस्याओं को खोजने में प्रसिद्धि प्राप्त की ।

इस तकनीक की कार्यक्षमता एल्गोरिथ्म के द्वारा गणना करना सरल और जानकारी साझा करना अति सुगम है, क्योंकि यह व्यक्तियों के सामाजिक व्यवहार से आंतरिक संप्रेषण प्राप्त करती है । जिन व्यष्टियों को 'कण' कहा जाता है, उन्हें बहु-आयामी खोज से अलग किया जाता है जिसमें प्रत्येक कण बहु-आयामी इष्टतम समस्या के संभावित समाधान का प्रतिनिधित्व करता है । प्रत्येक समाधान की उपयुक्त इष्टतमीकरण समस्या का हल, समाधान किए जाने वाली इष्टतमीकरण समस्या के निष्पादन फलन पर आधारित होता है।

कणों का संचालन दो कारकों जैसे कि पुनरावृत्ति-से-पुनरावृत्तितथा कण-से-कण की जानकारी से प्रभावित होता है । पुनरावृत्ति-से-पुनरावृत्ति की सूचना के परिणामस्वरूप, कण भंडार अपनी स्मृति में अब तक का सबसे अच्छा हल संचित करता है, जिसे पीबेस्ट (pbest) कहा जाता है, जो इस हल के प्रति ऐसा समाधान देता हो जो उसके समष्टि सिद्धांत का उत्तरदायी आधार हो । कण-से-कण की सूचना के परिणाम में, कण अपनी स्वयं की स्मृति में उस सर्वोत्तम हल को संरक्षित करता है, जो उसके सांस्थितिक पड़ोसी कण के द्वारा या तो अनुभवित हो या अग्रेषित हो, तो इसे जीबेस्ट (gbest) भी कहा जाता है । पहले और कारकों को क्रमशः संज्ञानात्मक और सामाजिक घटक कहा जाता है । प्रत्येक पुनरावृत्ति के बाद, यदि बेहतर या अधिक प्रभावशाली हल (फिटनेस के मामले में) पाया जाता हो तो प्रत्येक कण के लिए pbest और gbest को अद्यतन हो जाता है । यह प्रक्रिया तब तक जारी रहती है, जब तक कि वांछित परिणाम एकत्रित नहीं हो जाए, या, यदि ऐसा न हो पाए तो यह मान लिया जाता है कि एक स्वीकार्य समाधान अभिकलनीय सीमाओं के भीतर प्राप्त नहीं किया जा सकता ।

D-आयामी खोज समष्टि के लिए, i^{th} कण झुंड, समय t पर D-आयामी सदिश को इस प्रकार दर्शाता है – $x_i^t = (x_{i1}^t, x_{i2}^t, ..., x_{iD}^t)^T$ । दूसरे रूप में D-आयामी सदिश का वेग i^{th} कण झुंड के लिए, समय t पर इस प्रकार दर्शाया जा सकता है – $v_i^t = (v_{i1}^t, v_{i2}^t, ..., v_{iD}^t)^T$ । समय चरण t पर i^{th} कण की, पहले सबसे अच्छी देखी गई स्थिति को इस प्रकार दर्शाया गया है – $p_i^t = (p_{i1}^t, p_{i2}^t, ..., p_{iD}^t)^T$ । इस कण झुंड में कण का सबसे अच्छा सूचकांक 'g' है । i^{th} कण के वेग का अद्यतन, नीचे दिए गए वेग अद्यतन समीकरण का उपयोग करके किया जाता है

$$v_{id}^{t+1} = v_{id}^t + c_1 r_1 (p_{id}^t - x_{id}^t) + c_2 r_2 (p_{gd}^t - x_{id}^t) \quad \text{... (1)}$$

स्थिति का अद्यतन, नीचे दिए गए स्थिति-अद्यतन-समीकरण का उपयोग करके किया जाता है

$$x_{id}^{t+1} = x_{id}^t + v_{id}^t \quad \text{... (2)}$$

जहां d = 1, 2 ... D आयाम का प्रतिनिधित्व करता है और i = 1, 2, ...,S. कण सूचकांक का प्रतिनिधित्व करता है । S झुंड का आकार है और c_1 और c_2 स्थिरांक हैं, जिन्हें अलग-अलग संज्ञानात्मक और सामाजिक मापन प्राचल, अथवा सरल शब्दों में त्वरण गुणांक भी कहा जाता है । r_1, r_2 एक समान वितरण में खींचे गए बंद अंतराल [0, 1] में यादृच्छिक संख्या हैं । समीकरण (1) और (2), कण झुंड इष्टतमीकरण एल्गोरिथ्म के क्लासिकी संस्करण को परिभाषित करती हैं।

वेग अद्यतन समीकरण में, नये वेग, v_{id}^{t+1} को निम्नलिखित तीन पदों के योग के रूप में देखा जा सकता है –

1. पूर्व वेग, v_{id}^{t+1} जिसे संवेग-पद भी माना जाता है और जो पूर्व गति की दिशा की स्मृति के रूप में कार्य करता है। यह संवेग-पद अचानक कण में हो सकने वाले दिक्-परिवर्तन को रोकता है।

2. स्थानीय खोज से जुड़ा दूसरा पद सदिश $(p_{id}^t - x_{id}^t)$, समानुपातिक है और कण की वर्तमान स्थिति से पूर्व सर्वोत्तम स्थिति की ओर इंगित करता है । इस पद को वेग-अद्यतन-समीकरण के संज्ञानात्मक घटक के रूप में जाना जाता है।

3. तीसरे पद $c_2 r_2 (p_{gd}^t - x_{id}^t)$ को सामाजिक घटक कहा जाता है और यह सार्वत्रिक खोज से जुड़ा होता है,जो $(p_{gd}^t - x_{id}^t)$ के समानुपाती होता है । यह पद कण की वर्तमान स्थिति से कण की सामीप्य सर्वोत्तम स्थिति कि ओर इंगित करता है ।

यह स्पष्ट है कि संज्ञानात्मक मापन प्राचल c_1, उस कण की अपनी सर्वोत्तम स्थिति की दिशा में अधिकतम पद माप को नियंत्रित करता है, जबकि सामाजिक मापन प्राचल c_2, वैश्विक सर्वोत्तम कण की दिशा में अधिकतम पद माप को नियंत्रित करता है ।

एक स्थिरांक, Vmax को, परास [-Vmax, Vmax] में कणों के वेग को नियंत्रित करने तथा खोज के पुनर्हल में सुधार करने के लिए प्रस्तावित किया गया था । अधिकतम वेग Vmax, कण झुंड की सार्वत्रिक अन्वेषण क्षमता को नियंत्रित करने के लिए एक प्राचल के रूप में कार्य करता है ।

स्पष्ट है कि, कण झुंड इष्टतमीकरण अवधारणा और प्रतिमान, झुंड आसूचना के पाँच मूल सिद्धांतों का पालन करता है । सबसे पहला संन्निकटन सिद्धांत है, जिसमें समष्टि, दिक्-काल अभिकलन करने में सक्षम होना चाहिए । दूसरा, गुणवत्ता सिद्धांत है, जिसमें समष्टि, पर्यावरण में गुणवत्ता कारकों की प्रतिक्रिया देने में सक्षम होनी चाहिए । तीसरा, विविध प्रतिक्रिया का सिद्धांत है, जिसमें समष्टि को अत्यधिक संकीर्ण चैनलों के साथ अपनी गतिविधियों को नहीं करना चाहिए । चौथा, स्थिरता का सिद्धांत है, जिसमें हर बार होने वाले

पर्यावरणीय परिवर्तन के अनुसार समष्टि को अपने व्यवहार विधा में बदलाव नहीं करना चाहिए। पांचवां, अनुकूलन का सिद्धांत है, जिसमें समष्टि को तब-तब अपने व्यवहार विधा में बदलाव करना चाहिए, जब-जब वह अभिकलनीय मुल्य के उपयुक्त हो जाए।

प्रतिमान के लिए मूल समय की एक श्रृंखला में D-आयामी समष्टि की गणना की जाती है । समष्टि, गुणवत्ता कारकों pbest और gbest की अनुक्रिया करती है। pbest और gbest के बीच प्रतिक्रियाओं का आवंटन, प्रतिक्रिया की विविधता को सुनिश्चित करता है । अतएव, जब समष्टि केवल प्रक्षेत्र (व्यवहार का तरीका) बदलती है, तब gbest बदल जाता है। अतएव, यह स्थिरता के सिद्धांत का अनुपालन है, जहाँ समष्टि तब अनुकूलित है, जब gbest परिवर्तनशील है।

संदर्भ

[1] Holland, J.H., (1975) Adaptation in natural and artificial system, Ann. Arbor, The University of Michigan Press.

[2] Kirkpatrick, S., Gelatt, C. D., Vecchi, M. P., (1983) Optimization by simulated annealing, Science, New Series, Vol. 220, No. 4598, pp. 671-680.

[3] Dorigo, M., Maniezzo, V.,Colorni, A., (1991) The ant system: an autocatalytic optimizing process, Technical Report TR91-016, Politecnico di Milano.

[4] Formato, R, (2008) Central force optimization: A new nature inspired computational framework for multidimensional search and optimization, Nature Inspired Cooperative Strategies for Optimization (NICSO 2007), Italy, Series: Studies in Computational Intelligence, Springer, Vol. 129, pp. 221-238.

[5] Formato, R., (2009) Central force optimization: A new deterministic gradient-like optimization metaheuristics, OPSEARCH, Vol. 46, No. 1.

[6] Krishnanand, K.N., Ghose, D., (2009) Glowworm swarm optimisation: A new method for optimising multi-modal functions, International Journal of Computational Intelligence Studies, Vol. 1, No. 1, pp. 93-119.

[7] Kennedy, J., Eberhart, R. (1995), Particle swarm optimization, Proceedings IEEE International Conference Neural Networks, Vol. 4, pp. 1942-1948.

गणित की मूलभूत शब्दावली
(अंग्रेजी-हिंदी-गुजराती)

A

Abelian group	आबेली समूह	આબેલીય સમૂહ
abelian semigroup	आबेली सामिसमूह	આબેલીય અધસમૂહ
abscissa	भुज	ભુજા
absolute	निरपेक्ष, परम, अचर, परिशुद्ध	નિરપેક્ષ
absolute convergence	निरपेक्ष अभिसरण	નિરપેક્ષ અભિસાર
absolute error	निरपेक्ष त्रुटि	નિરપેક્ષ ત્રુટિ
absolute maximum	परम उच्चिष्ठ	નિરપેક્ષ અધિકતમ
absolute minimum	परम निम्निष्ठ	નિરપેક્ષ લઘુતમ
absolute value	निरपेक्ष मान	નિરપેક્ષ મૂલ્ય
absolute velocity	निरपेक्ष वेग	નિરપેક્ષ વેગ
abstract algebra	अमूर्त बीजगणित	અરૂપ બીજગણિત
abstract group theory	अमूर्त समूह सिद्धांत	અરૂપ સમૂહશાસ્ત્ર
acceleration	त्वरण	પ્રવેગ
acceleration due to gravity	गुरुत्वीय त्वरण	ગુરુત્વ પ્રવેગ
acceptable choice set	स्वीकार्य वरण-समुच्चय	સ્વીકાર્ય ચયનગણ
acceptable quality level	स्वीकार्य गुणता स्तर	સ્વીકાર્ય ગુણવત્તા સ્તર
acceptable range	स्वीकार्य परिसर	સ્વીકાર્ય વિસ્તાર
acceptable reliability level	मान्य विश्वसनीयता स्तर	સ્વીકાર્ય વિશ્વસનીયતા સ્તર
acceptable sampling	स्वीकरण-प्रतिचयन	સ્વીકૃતિ નિદર્શન
accumulated error	संचित त्रुटि	સંચિત ત્રુટિ
accuracy	यथार्थता	ચોકસાઈ
acting force	लगा हुआ बल	લાગતું બળ, કાર્યાન્વિત બળ
action	1. क्रिया 2. कर्म	ક્રિયા
action and reaction	क्रिया और प्रतिक्रिया	ક્રિયા અને પ્રતિક્રિયા
acturial science	बीमा विज्ञान	વીમા વિજ્ઞાન
acute angled triangle	न्यूनकोण त्रिभुज	લઘુકોણ ત્રિકોણ
acyclic	अचक्रीय	અચક્રીય
add	योग करना, जोड़ना	ઉમેરવું
adder	योजक	ઉમેરક
addition	योग, जोड़, संकलन (स.), योगात्मक (वि.)	સરવાળો
addition formula	योग का सूत्र	સરવાળા સુત્ર
addition of complex numbers	सम्मिश्र संख्याओं का योग	સંકર સંખ્યાઓનો સરવાળો
addition of functions	फलनों का योग	વિધેયોનો સરવાળો
addition of matrices	आव्यूहों का योग	શ્રેણિકોનો સરવાળો
addition of polynomials	बहुपदों का योग	બહુપદીઓનો સરવાળો
addition of probabilities	प्रायिकताओं का योग	સંભાવનાઓનો સરવાળો
addition of vectors	सदिशों का योग	સદિશોનો સરવાળો
addition theorem	योग प्रमेय	સરવાળાનું પ્રમેય
additive group	योज्य समूह	યોગનીય સમૂહ
additive inverse	योज्य व्युत्क्रम	યોગનીય વ્યસ્ત
additive property	योज्यता, योगशीलता	યોગનીય ગુણધર્મ
additivity	योज्यता	યોગનીયતા
adjacency matrix	आसन्नता आव्यूह	સંલગ્ન શ્રેણિક
adjacent	1. संलग्न, निकटवर्ती 2. आसन्न	સંલગ્ન

adjacent angles	आसन्न कोण	આસન્નકોણ
adjacent vertex	आसन्न शीर्ष	સંલગ્ન શિરોબિંદુ
adjoin	सहबद्ध करना	સંબદ્ધ કરવું
adjoining	संलग्न	સંબદ્ધિત
adjoint determinant	सहखंडज सारणिक	સહઅવયવજ નિશ્ચાયક
adjoint differential equation	संलग्न अवकल समीकरण	સંબદ્ધિત વિકલ સમીકરણ
adjoint equation	संलग्न समीकरण	સંબદ્ધિત સમીકરણ
adjoint matrix	सहखंडज आव्यूह	સહઅવયવજ શ્રેણિક
adjoint of matrix	सहखंडज-आव्यूह	શ્રેણિકનો સહઅવયવજ
adjugate matrix	सहखंडज आव्यूह	સહઅવયવજ શ્રેણિક
admissible decision function	ग्राह्य निर्णय फलन	ગ્રાહ્ય નિર્ણય વિધેય
admissible hypothesis	ग्राह्य परिकल्पना	ગ્રાહ્ય અધિતર્ક
aerodynamic force	वायुगतिक बल	વાતગતિકીય બળ
aerodynamics	वायुगतिकी	વાતગતિશાસ્ત્ર
affine geometry	सजातीय ज्यामिति	અફાઈન ભૂમિતિ
affine mapping	सजातीय प्रतिचित्रण	અફાઈન આલેખન
affine transformation	सजातीय रूपांतरण	અફાઈન પરિવર્તન, અફાઈન રૂપાંતરણ
aggregating variables	समुच्चयी चर	સંગ્રહ કરતા ચલ
algebra	1. बीजगणित, ऐलजेब्रा 2. बीजावली 3. बीजक्रिया	બીજગણિત
algebraically closed	बीजतः संवृत, बीजतः बंद	બૈજિક રીતે સંવૃત
algebraic equation	बीजीय समीकरण	બૈજિક સમીકરણ
algebraic expression	बीजीय व्यंजक	બૈજિક અભિવ્યક્તિ
algebraic form	बीजीय समघात	બૈજિક સ્વરૂપ
algebraic function	बीजीय फलन	બૈજિક વિધેય
algebraic geometry	बीजीय ज्यामिति	બૈજિક ભૂમિતિ
algebraic multiplicity	बीजीय बहुकता	બૈજિક બહુગુણિતતા
algebraic system	बीजीय निकाय	બૈજિક સંરચના
all-integer problem	सर्व-पूर्णांक समस्या	સર્વ-પૂર્ણાંક સમસ્યા
allocation problem	नियतन समस्या	ફાળવણી સમસ્યા
alphabetical notation	अक्षरात्मक संकेत पद्धति	કક્કાવારી સંકેત, અક્ષરાત્મક સંકેત
alphabetic character	अक्षरात्मक संप्रतीक	અક્ષરાત્મક ચિહ્ન
alternate angle	एकांतर कोण	વ્યુત્ક્રમ કોણ
alternating form	एकांतर समघात	એકાંતર સ્વરૂપ
alternating group	एकांतर समूह	એકાંતર સમૂહ
alternating matrix	एकांतर आव्यूह	એકાંતર શ્રેણિક
alternating series	एकांतर श्रेणी	એકાંતર શ્રેઢી
alternative hypothesis	वैकल्पिक परिकल्पना	વૈકલ્પિક અધિતર્ક
alternative optima	वैकल्पिक इष्टमत	વૈકલ્પિક ઇષ્ટતમ
alternative outcome	वैकल्पिक परिणाम	વૈકલ્પિક પરિણામ
analog-to-digital converter	अनुरूप-अंकीय परिवर्तक	ક્રિયારૂપમાંથી અંકીય પરિવર્તક
analogue computer	अनुरूप कम्प्यूटर, अनुरूप अभिकलित्र	ક્રિયારૂપ સંગણક
analysis	विश्लेषण	વિશ્લેષણ, પૃથક્કરણ
analysis of covariance	सहप्रसरण-विश्लेषण	સહવિચરણ વિશ્લેષણ
analysis of enumeration data	गणन-आंकड़ों का विश्लेषण	ગણન સંખ્યાપરક વિશ્લેષણ

analysis of variance	प्रसरण-विश्लेषण	વિચરણનું પૃથક્કરણ
analytic geometry	विश्लेषिक ज्यामिति	વૈશ્લેષિક ભૂમિતિ
analytic function	विश्लेषिक फलन	વૈશ્લેષિક વિધેય
angle	कोण	ખૂણો, કોણ
angle of contact	स्पर्श-कोण	સ્પર્શકોણ
angle of deflection	विक्षेप-कोण	કંપનકોણ, બદલાવનો ખૂણો
angle of depression	अवनमन-कोण	અવનતકોણ, અવનતાંશ, અવસેધ
angle of deviation	विचलन-कोण	વિચલનકોણ
angle of diffraction	विवर्तन-कोण	વિવર્તનકોણ
angle of elevation	उन्नयन-कोण	ઉત્સેધકોણ, ઉન્નતકોણ, ઉન્નતાંશ
angle of incidence	आपतन-कोण	આપાતકોણ
angle of projection	प्रक्षेप-कोण	પ્રક્ષેપકોણ
angle of reflection	परावर्तन-कोण	પરાવર્તનકોણ
angle of refraction	अपवर्तन-कोण	વક્રીભવનકોણ
angle of rotation	घूर्णन-कोण	પરિભ્રમણકોણ
angle of total reflection	पूर्ण परावर्तन-कोण	પૂર્ણ પરાવર્તનકોણ
angular acceleration	कोणीय त्वरण	કોણીય પ્રવેગ
angular motion	कोणीय गति	કોણીય ગતિ
angular speed	कोणीय चाल	કોણીય ઝડપ
angular velocity	कोणीय वेग	કોણીય વેગ
annulus	वलयिका	કંકણાકૃતિ
answer	उत्तर	જવાબ, ઉત્તર
anti – derivative	प्रति-अवकलज	પ્રતિવિકલિત
antisymmetric function	प्रतिसममित फलन	વિસંમિત વિધેય
applicable	1. आच्छाद्य 2. अनुप्रयोज्य, लागू	પ્રયોજ્ય, લાગુ પડતું
application	अनुप्रयोग	પ્રયોગ, ઉપયોગ
applied dynamic programming	अनुप्रयुक्त गतिशील प्रोग्रामन	પ્રયુક્ત ગતિશીલ આયોજન
applied geometry	अनुप्रयुक्त ज्यामिति	પ્રયુક્ત ભૂમિતિ
applied mathematics	अनुप्रयुक्त गणित	પ્રયુક્ત ગણિતશાસ્ત્ર
applied statistics	अनुप्रयुक्त सांख्यिकी	પ્રયુક્ત આંકડાશાસ્ત્ર
approximately	सन्निकटतः, लगभग	લગભગ, આસન્ન, આશરે, અંદાજતઃ
approximately continuous function	सन्निकटतः संतत फलन	આસન્ન સતત વિધેય
approximate method	स्थूल विधि, सन्निकट विधि	અંદાજ પધ્ધતિ
approximate solution	सन्निकट हल	અંદાજિત ઉકેલ, આસન્ન ઉકેલ
approximation problem	सन्निकटन-समस्या	આસાદન સમસ્યા
approximation property	सन्निकटन-गुणधर्म	આસાદન ગુણધર્મ
aptitude test battery	अभिक्षमता-परीक्षावली	અભિરુચિ કસોટી બેટરી
Aragand diagram	आरगाँ आरेख	આરગાં આકૃતિ
arbitrarily chosen	स्वेच्छगृहीत	સ્વૈરતઃ પસંદ થયેલ, યથેચ્છ રીતે પસંદ થયેલ
arbitrary	स्वेच्छ, यादृच्छिक	સ્વૈર, યથેચ્છ
arbitrary constant	स्वेच्छ अचर	સ્વૈર અચળ
arbitrary element	स्वेच्छ अवयव	સ્વૈર ઘટક, યથેચ્છ ઘટક
arbitrary point	स्वेच्छ बिन्दु	સ્વૈર બિંદુ, યથેચ્છ બિંદુ
Archemedean law	आर्किमीडी नियम	આર્કિમિડીય નિયમ
Archimedes principle	आर्किमीडीज़ का नियम	આર્કિમિડિઝનો સિદ્ધાંત

arc length	चाप-दैर्घ्य, चाप-लम्बाई	ચાપની લંબાઈ, ચાપ - લંબાઈ
arc of circle	वृत्त चाप	વૃત્તીય ચાપ
arc sine distribution	प्रतिलोम ज्या बंटन	પ્રતીપ સાઈન વિતરણ
arc sine transformation	प्रतिलोम ज्या रूपांतरण	પ્રતીપ સાઈન રૂપાંતરણ
area	1. क्षेत्र 2. क्षेत्रफल	ક્ષેત્રફળ
areal texture	क्षेत्रीय विन्यास	ક્ષેત્રીય પોત, ક્ષેત્રીય વણાટ
argument of complex number	सम्मिश्र संख्या का कोणांक	સંકર સંખ્યાનો કોણાંક
arithmetic mean	समांतर माध्य	સમાંતર મધ્યક
arithmetic operation	अंकीय संक्रिया	અંકગાણિતિક પ્રક્રિયા
arithmetic unit	अंकीय एकक	અંકગાણિતિક એકમ
arrangement	विन्यास, व्यवस्था	ગોઠવણી, વિન્યાસ
array	1. व्यूह 2. सरणी	સારણી
artificial satellite	कृत्रिम उपग्रह	કૃત્રિમ ઉપગ્રહ
artificial variable	कृत्रिम चर	કૃત્રિમ ચલ
ascend	आरोहण करना	ચડતું, આરોહી, વધતું
ascending	आरोही	ચડતું, આરોહી
ascending order of magnitude	परिमाण का आरोही क्रम	માનનો ચડતો ક્રમ, માનનો આરોહી ક્રમ
ascending series	आरोही श्रेणी	ચડતી શ્રેઢી, આરોહી શ્રેઢી
assembler language	कोडांतरक भाषा	સંકેત પરિવર્તનની ભાષા
assignment problem	नियतन समस्या	નિયુક્તિની સમસ્યા, ફાળવણી સમસ્યા
associative law	साहचर्य नियम	જૂથનો નિયમ, સંગઠનનો નિયમ
associative law of operators	संकारकों का साहचर्य नियम	કારકોનો જૂથનો નિયમ
associative operation	साहचर्य-संक्रिया	સંગઠનીય ક્રિયા
associativity	सहचारिता	સંગઠિતતા
assumed mean	कल्पित माध्य	ધારિત મધ્યક
assumed probability distribution	कल्पित प्रायिकता बंटन	ધારિત સંભાવના વિતરણ
assumption	1. कल्पना 2. गृहीत, अभिधारणा	ધારણા
astrology	ज्योतिष	જ્યોતિષશાસ્ત્ર
astronautical engineer	अंतरिक्षयानिक इंजीनियर	અંતરીક્ષયાનનો ઈજનેર
astronomer	खगोलज्ञ	ખગોળશાસ્ત્રી
astronomical clock	खगोलीय घड़ी	ખગોળીય ઘડિયાળ
astronomy	खगोलिकी	ખગોળશાસ્ત્ર
asymmetrical curve	असममित वक्र	અસંમિત વક
asymmetry	असममिति	સંમિતિહીન
asymptote	अनंतस्पर्शी	અનંતસ્પર્શક
asymptotic	उपगामी	અનંતસ્પર્શી
asymptotically efficient estimator	उपगामी दक्ष आकलक	અનંતસ્પર્શી રીતે કાર્યદક્ષ આગણક
asymptotically unbiased estimator	उपगामी अनभिनत आकलक	અનંતસ્પર્શી રીતે અનાભિનત આગણક
asymptotic behavior	उपगामी आचरण	અનંતસ્પર્શી વર્તણૂક
asymptotic distribution function	उपगामी बंटन-फलन	અનંતસ્પર્શી વિતરણ વિધેય
asymptotic expansion	उपगामी प्रसार	અનંતસ્પર્શી વિસ્તરણ
atmospheric pressure	वायुमंडलीय दाब	વાતાવરણનું દબાણ
at random	यदृच्छया, यदृच्छ	યાદૃચ્છિક રીતે
attribute	गुण	લક્ષણ, ગુણ
attributes sampling procedure	गुण-प्रतिचयन-क्रियाविधि	ગુણનિદર્શન પ્રક્રિયા

augmented matrix	संवर्धित आव्यूह	વર્ધિત શ્રેણિક
autocorrelation coefficient	स्वसहसंबंध गुणांक	સ્વયંસહસંબંધાંક
autocorrelation function	स्वसहसंबंध फलन	સ્વયંસહસંબંધ વિધેય
autocovariance	स्वसहप्रसरण	સ્વયંસહવિચરણ
automatic computer	स्वचालित अभिकलित्र	સ્વયંચાલિત સંગણક
autoregression	स्वसमाश्रयण	સ્વયં નિયતસંબંધ
auxiliary equation	सहायक समीकरण	સહાયક સમીકરણ
average sample number curve (A. S. N. Curve)	माध्य प्रतिदर्श संख्या वक्र (मा.प्र.सं. वक्र)	સરેરાશ નિદર્શ - સંખ્યા વક્ર
axiom	1. स्वयंसिद्ध 2. अभिगृहीत	સ્વીકૃત વિધાન, પૂર્વધારણા
axiomatic approach	अभिगृहीती दृष्टिकोण	પૂર્વધારણાયુક્ત અભિગમ
axiom of probability	प्रायिकता अभिगृहीत	સંભાવનાની પૂર્વધારણા
axis	अक्ष	અક્ષ, ધરી
axis of abscissa	भुजाक्ष	ભુજાક્ષ
axis of earth	भू-अक्ष	પૃથ્વીની ધરી
axis of revolution	परिक्रमण-अक्ष	પરિકમણ અક્ષ
axis of rotation	घूर्णन अक्ष	પરિભ્રમણ અક્ષ
axis of spin	प्रचक्रण-अक्ष	ધૂર્ણનની ધરી, ધૂર્ણનની અક્ષ
B		
back-substitution	पश्च-प्रतिस्थापन	પશ્ચ આદેશ
backward difference	पश्चांतर	પશ્ચાત્વર્તી અંતર
backward-interpolation formula	पश्च अंतर्वेशन-सूत्र	પશ્ચાત્વર્તી-અંતર્વેશન સૂત્ર
balance	1. तुला, तराजू 2. संतुलन 3. शेष, बाकी 4. संतुलित होना, संतुलित करना	1. સંતુલિત હોવું 2. સંતુલિત કરવું 3. તુલા
balanced design	संतुलित अभिकल्पना	સંતુલિત ડિઝાઇન
balance sheet	तुलन-पत्र	સરવૈયું
ballistic missile	प्रक्षेपास्त्र	પ્રક્ષેપાસ્ત્ર
ballistics	प्राक्षेपिकी, अस्त्र विज्ञान	પ્રક્ષેપાસ્ત્ર વિજ્ઞાન
bar	1. स्तंभ, शलाका, सिल, सिल्ली, दंड, छड़, पट्टी 2. रोधिका, भित्ति 3. बार 4. रेखा, रेखिका 5. परीक्षण रेखा, धार	સ્તંભ, દંડ
base	1. आधार 2. क्षारक 3. अधम 4. मूल 5. बेस	આધાર, પાયો
base angle	आधार कोण	આધારકોણ
base of logarithm	लघुगणक का आधार, लॉगरिथ्म का आधार	લઘુગણકનો આધાર
basic	आधारी, मूल, आधारभूत	પાયાનું, મૂળભૂત
basic feasible solution	आधारी सुसंगत हल	પાયાનો શક્ય ઉકેલ, મૂળભૂત શક્ય ઉકેલ
basic solution	आधारी हल	મૂળભૂત ઉકેલ
basic variable	आधारी चर	મૂળભૂત ચલ
basis	आधारक	આધાર
basis element	आधार अवयव	આધાર ઘટક
basis matrix	आधारी आव्यूह	આધાર શ્રેણિક
basis of a vector space	सदिश समष्टि का आधार	સદિશ અવકાશનો આધાર
basis of subspace	उपसमष्टि का आधार	ઉપાવકાશનો આધાર
Bayesian estimate	बेज़-आकल	બેયઝિયન આગણન
Bayes' law	बेज़-नियम	બેયઝનો નિયમ

Bayes' theorem	बेज़-प्रमेय	બેયઝનું પ્રમેય
Bernoulli distribution	बर्नूली-बंटन	બર્નુલીનું વિતરણ
Bernoulli number	बर्नूली संख्या	બર્નુલી સંખ્યા
Bernoulli probability function	बर्नूली प्रायिकता-फलन	બર્નુલી સંભાવના વિધેય
Bernoulli's equation	बर्नूली-समीकरण	બર્નુલીનું સમીકરણ
Berry function	बेरी फलन	બેરી વિધેય
best fit	श्रेष्ठतम आसंजन	શ્રેષ્ઠ અન્વાયોજન, શ્રેષ્ઠ અન્વિતિ
best - fit line	श्रेष्ठतम आसंजन रेखा	શ્રેષ્ઠ અન્વિતિ રેખા
best solution	सर्वोत्तम हल	શ્રેષ્ઠ ઉકેલ, સર્વોત્તમ ઉકેલ
best strategies	सर्वोत्तम युक्तियाँ	શ્રેષ્ઠ વ્યૂહ, સર્વોત્તમ વ્યૂહ
beta distribution	बीटा बंटन	બીટા વિતરણ
bias	अभिनति, बायस	પક્ષપાત, અભિનત
biased estimate	अभिनत आकल	પક્ષપાતી અંદાજ, પક્ષપાતી આગણન, અભિનત આગણન
biharmonic equation	द्विप्रसंवादी समीकरण	દ્વિહરાત્મક સમીકરણ, દ્વિસ્વરિત સમીકરણ
bijection	एकैकी आच्छादन	એક-એક અને વ્યાપ્ત વિધેય
bijective map	एकैकी आच्छादी प्रतिचित्र	એક-એક અને વ્યાપ્ત આલેખ
bijective mapping	एकैकी आच्छादी प्रतिचित्रण	એક-એક અને વ્યાપ્ત આલેખન
bilinear form	द्विएकघाती समघात	દ્વિરેખ સ્વરૂપ
bilinear function	द्विरैखिक फलन	દ્વિરેખ વિધેય
bilinear Hermitian form	द्विरैखिक हर्मिटीय समघात	દ્વિરેખ હર્મિશીય સ્વરૂપ
binary	द्वि-चर, द्वि-आधारी, द्वयी	દ્વિઅંકી, દ્વિવર્ણી, દ્વિ, દ્વિફ, દ્વયાંશ
binary code	द्वि-आधारी कोड, द्विआधारी कूट	દ્વિઅંકી સંકેત, દ્વયાંશી સંકેત
binary coded decimal	द्वि-आधारी कूट दशमलव, द्वि-आधारी कोडित दशमलव	દ્વિઅંકી સંકેતિત દશાંશ, દ્વયાંશી સંકેતિત દશાંશ
binary coding	द्वि-आधारी कूटलेखन	દ્વિઅંકી સંકેતન, દ્વયાંશી સંકેતન
binary computer	द्वि-आधारी अभिकलित्र	દ્વિઅંકી સંગણક, દ્વયાંશી સંગણક
binary digit	द्वि-आधारी अंक	દ્વિ-આધારી અંક, દ્વયાંશી અંક
binary operation	द्विआधारी संक्रिया	દ્વિફ ક્રિયા
binary system	द्विआधारी पद्धति	દ્વિઅંકી પદ્ધતિ, દ્વયાંશ પદ્ધતિ
binary variable	द्विआधारी चर	દ્વિઅંકી ચલ, દ્વયાંશ ચલ
binomial coefficient	द्विपद गुणांक	દ્વિપદી સહગુણક
binomial distribution	द्विपद बंटन	દ્વિપદી વિતરણ
binomial equation	द्विपद समीकरण	દ્વિપદી સમીકરણ
binomial expansion	द्विपद प्रसरण	દ્વિપદી વિસ્તરણ
binomial expression	द्विपद व्यंजक	દ્વિપદી અભિવ્યક્તિ
binomial random variable	द्विपद यादृच्छिक चर	દ્વિપદી યાદૃચ્છિક ચલ
binomial theorem	द्विपद-प्रमेय	દ્વિપદી પ્રમેય
bisection	अर्धन, द्विभाजन	દ્વિભાજન
bisection method	समद्विभाजन विधि, अर्धीकरण विधि	દ્વિભાજન પદ્ધતિ
bisector	अर्धक, द्विभाजक	દ્વિભાજક
biserial	द्विपंक्तिक, द्विश्रेणिक	દ્વિપંક્તિ
bit	1. द्वयंक* (द्विआधारी अंक) 2. अणी, बरमी 3. टूक	1. દ્વિઆધારી અંક, દ્વયાંશ અંક 2. બિટ
bivariate binomial distribution	द्विचर द्विपद-बंटन	દ્વિચલ દ્વિપદી વિતરણ

bivariate correlation coefficient	द्विचर सहसंबंध गुणांक	દ્વિચલ સહસંબંધાંક
bivariate distribution	द्विचर बंटन	દ્વિચલ વિતરણ
bivariate normal distribution	द्विचर प्रसामान्य-बंटन	દ્વિચલ પ્રમાણ્ય વિતરણ
bivector	द्विसदिश	દ્વિસદિશ
Boltzmann equation	बोल्ट्मान समीकरण	બોલ્ટ્ઝમાન સમીકરણ
Boolean algebra	बूलीय बीजावली*	બૂલીય બીજગણિત
Bose - Einstein statistics	बोस-आइन्स्टाइन सांख्यिकी	બોઝ - આઈન્સ્ટાઇન આંકડાશાસ્ત્ર
boundary condition	परिसीमा प्रतिबन्ध	સીમા શરત, સીમા પ્રતિબંધ
boundary layer	परिसीमा स्तर	સીમાસ્તર
boundary line	परिसीमा रेखा	સીમારેખા
boundary value	परिसीमा मान	સીમામૂલ્ય
boundary value problem	परिसीमा मान समस्या	સીમામૂલ્ય સમસ્યા
bounded function	परिबद्ध फलन	સીમિત વિધેય
bounded matrix	परिबद्ध मैट्रिक्स, परिबद्ध आव्यूह	સીમિત શ્રેણિક
bounded region	परिबद्ध प्रदेश	સીમિત પ્રદેશ
bounded set	परिबद्ध समुच्चय	સીમિત ગણ
Brownian motion	ब्राउनी गति	બ્રાઉનીય ગતિ
C		
calculate	परिकलन करना	ગણતરી કરવી
calculating	परिकलन	ગણતરી કરતું
calculating machine	परिकलन-यंत्र, परिकलित्र	ગણનયંત્ર
calculation	परिकलन*	ગણતરી
calculational procedure	परिकलनात्मक क्रिया विधि	ગણનપ્રક્રિયા
calculator	1. परिकलित्र 2. परिकलक	ગણનયંત્ર
calculus	कलन, कैलकुलस	કલનશાસ્ત્ર
calculus of variation	विचरण-कलन	ચલન-કલન
calorie	कैलोरी	કેલરી
cancellation law	निरसन नियम	લોપનો નિયમ
canonical equation	विहित समीकरण	વિહિત સમીકરણ
canonical form	विहित रूप	વિહિત સ્વરૂપ
canonical matrix	विहित मैट्रिक्स, केनानिकल मैट्रिक्स	વિહિત શ્રેણિક
Cantor set	कैन्टर समुच्चय	કેન્ટર ગણ
Cantor's ternary set	कैन्टर त्रिआधारी समुच्चय	કેન્ટર ત્રયાંશી ગણ
capacitated transportation problem	परिबंधित परिवहन समस्या	ક્ષમતા આધારિત પરિવહન સમસ્યા
capacity	क्षमता	ક્ષમતા
capillary force	केशिका-बल	કેશાકર્ષણ
cardinal number	गणन संख्या, कार्डिनल संख्या	ગણાંક
Cartesian axes	कार्तीय अक्ष	કાર્તેઝીય અક્ષો
Cartesian coordinates	कार्तीय निर्देशांक	કાર્તેઝીય યામ
Cartesian product	कार्तीय गुणन	કાર્તેઝીય ગુણાકાર
Cartesian product of sets	समुच्चयों का कार्तीय गुणन	ગણોનો કાર્તેઝીય ગુણાકાર
case study	केस अध्ययन, वस्तुस्थिति अध्ययन	વિશિષ્ટ પરિસ્થિતિનો અભ્યાસ
catastrophic fluctuation	विपत्तिपूर्ण उच्चावचन	વિપત્તિકારી ફેરફાર
Catenary	कैटिनरी	રજ્જુવક્ર
Cauchy distribution	कौशी बंटन	કૉશી વિતરણ

Cauchy formula	कौशी सूत्र	કૉશી સૂત્ર
Cauchy Goursat theorem	कौशी-गूर्सा-प्रमेय	કૉશી-ગૂસા પ્રમેય
Cauchy Riemann conditions	कौशी-रीमान-प्रतिबंध	કૉશી-રીમાન શરતો
Cauchy sequence	कौशी अनुक्रम	કૉશી શ્રેણી
Cauchy integral	कौशी समाकल	કૉશી સંકલ
Cauchy principal value	कौशी मुख्य-मान	કૉશી મુખ્ય મૂલ્ય
Cauchy residue theorem	कौशी अवशेष प्रमेय	કૉશી અવશેષ પ્રમેય
Cayley Hamilton theorem	कैले-हैमिल्टन-प्रमेय	કેલી-હેમિલ્ટન પ્રમેય
celestial body	खपिंड, खगोलीय पिंड	ખગોળીય પિંડ
celestial measurement	खगोलीय माप	ખગોળીય માપ
celestial mechanics	खगोलीय यांत्रिकी	ખગોળીય યંત્રશાસ્ત્ર
celestial object	खगोलीय पिंड	ખગોળીય પદાર્થ
cell frequency	कोशिका बारंबारता	કોષ આવૃત્તિ
census	1. गणना 2. जनगणना	જનગણના
centile	शततमक	શતાંશક
centimeter	सेन्टीमीटर	સેન્ટીમીટર
centimeter gram second system	सेन्टीमीटर-ग्राम-सेकंड पद्धति	સેન્ટીમીટર-ગ્રામ-સેકંડ પધ્ધતિ
central	1. केन्द्रीय 2. सकेन्द्र	1. કેન્દ્રીય 2. મધ્યવર્તી
central axis	केन्द्रीय अक्ष	કેન્દ્રીય અક્ષ
central difference	केन्द्रीय अंतर	મધ્યવર્તી તફાવત
central difference formula	केन्द्रीय अंतर सूत्र	મધ્યવર્તી તફાવત સૂત્ર
central difference table	केन्द्रीय अंतर सारणी	મધ્યવર્તી તફાવત કોષ્ટક
central limit theorem	केन्द्रीय सीमा प्रमेय	મધ્યવર્તી સીમા પ્રમેય
central moment	केन्द्रीय आघूर्ण	કેન્દ્રીય પ્રઘાત, કેન્દ્રીય ચાકમાત્રા
central processing unit (C.P.U)	केन्द्रीय संसाधन एकक	કેન્દ્રીય પ્રક્રિયક એકમ
central tendency	केन्द्रीय प्रवृति	મધ્યવર્તી વલણ
centre	केन्द्र*	કેન્દ્ર
centre of gravity	गुरुत्व-केन्द्र	ગુરુત્વકેન્દ્ર
centre of group	समूह-केन्द्र	સમૂહ-કેન્દ્ર
centre of mass	संहति-केन्द्र	દ્રવ્યમાન કેન્દ્ર
centre of symmetry	सममिति-केन्द्र	સંમિતતા કેન્દ્ર
centrifugal force	अपकेन्द्री बल	કેન્દ્રત્યાગી બળ
centripetal force	अभिकेन्द्र-बल	કેન્દ્રગામી બળ
centroid	केन्द्रक	મધ્યકેન્દ્ર
certainty	निश्चितता	નિશ્ચિતતા
c.g.s. system	c.g.s. पद्धति	c.g.s. પધ્ધતિ
c.g.s. unit	c.g.s. मात्रक	c.g.s. એકમ
chain rule of differentiation	अवकलन का शृंखला नियम	વિકલનનો શૃંખલા નિયમ
chance causes	संयोग हेतु	સાંયોગિક કારણો
chance moves	सांयोगिक चाल	સાંયોગિક ચાલ
change of axes	अक्ष-परिवर्तन	અક્ષ પરિવર્તન
change of basis	आधार परिवर्तन	આધાર પરિવર્તન
change of order	क्रम परिवर्तन	ક્રમ પરિવર્તન
characteristic coefficient	अभिलक्षणिक गुणांक	લાક્ષણિક સહગુણક
characteristic determinant	अभिलक्षणिक सारणिक	લાક્ષણિક નિશ્ચાયક

characteristic equation	अभिलक्षण-समीकरण	લાક્ષણિક સમીકરણ
characteristic function	अभिलक्षण-फलन, कैरेक्टेरिस्टिक फलन	લાક્ષણિક વિધેય
characteristic of logarithm	लघुगणक का पूर्णांश	લઘુગણકનો પૂર્ણાંશ
characteristic polynomial	अभिलक्षणिक बहुपद, कैरेक्टेरिस्टिक बहुपद	લાક્ષણિક બહુપદી
characteristic value	अभिलक्षणिक मान	લાક્ષણિક મૂલ્ય
characteristic vector	अभिलक्षणिक सदिश	લાક્ષણિક સદિશ
character set	संप्रतीक समुदाय	સંકેત ગણ
chart	चार्ट, संचित्र	ચાર્ટ, આલેખ
chi-square distribution	काई-वर्ग बंटन	કાઈ-વર્ગ વિતરણ
chi-square formula	काई-वर्ग सूत्र	કાઈ-વર્ગ સૂત્ર
chi-square test	काई-वर्ग परीक्षण	કાઈ-વર્ગ કસોટી
chord	जीवा*	જીવા
chord-bisection method	जीवा-द्विभाजन-विधि	જીવા-દ્વિભાજન પધ્ધતિ
cipher message (=coded message)	बीजलिखित संदेश	સાંકેતિક સંદેશ
cipher (zero)	शून्य, सिफर	શૂન્ય
circle	वृत्त*	વર્તુળ, વૃત્ત
circle of convergence	अभिसरण वृत्त	અભિસાર-વૃત્ત
circuit matrix	परिपथ आव्यूह	પરિપથ શ્રેણિક
circular	वृत्ताकार, वर्तुल, वृत्तीय	વર્તુળાકાર, વૃત્તીય
circular asymptote	वर्तुल अनंतस्पर्शी	વૃત્તીય અનંતસ્પર્શક
circular helix	वृत्तीय कुंडलिनी	વૃત્તીય હેલિક્સ
circular motion	वर्तुल गति	ચાકગતિ, વૃત્તીયગતિ
circumcentre	परिकेन्द्र	પરિકેન્દ્ર
circumcircle	परिवृत्त*	પરિવૃત્ત
circumscribe	परिगत करना, परितः खींचना	પરિગત કરવું
circumscribed	परिगत	પરિગત
circumscribed circle	परिवृत	પરિવૃત્ત, પરિગત વૃત્ત
classical deductive technique	चिरप्रतिष्ठित निगमनिक प्रविधि	પ્રશિષ્ટ નિગમન પ્રયુક્તિ
classical dynamics	चिरप्रतिष्ठित गतिकी	પ્રશિષ્ટ ગતિશાસ્ત્ર
classical optimization	चिरप्रतिष्ठित इष्टतमन	પ્રશિષ્ટ ઈષ્ટતમીકરણ
classical ruin problem	चिरप्रतिष्ठित वित्तनाश समस्या	પ્રશિષ્ટ નાશ સમસ્યા, પ્રશિષ્ટ બરબાદી સમસ્યા
classical statistical mechanics	चिरप्रतिष्ठित सांख्यिकीय यांत्रिकी	પ્રશિષ્ટ આંકડાશાસ્ત્રીય યંત્રશાસ્ત્ર
classification of errors	त्रुटियों का वर्गीकरण	ત્રુટિઓનું વર્ગીકરણ
class interval	वर्ग-अंतराल	વર્ગ અંતરાલ
class-interval unit	वर्गांतराल एकक	વર્ગ અંતરાલ એકમ
class limit	वर्ग-सीमा	વર્ગસીમા
clockwise	दक्षिणावर्त	દક્ષિણાવર્ત
clopen (= closed and open)	संविवृत	સંવિવૃત
closed	संवृत, बंद	સંવૃત
closed convex hull	संवृत अवमुख समावरक	સંવૃત બહિર્મુખ સમાવરક
closed cube	संवृत घन	સંવૃત ઘન
closed curve	बंद वक्र, संवृत वक्र	સંવૃત વક્ર
closed domain	संवृत प्रांत	સંવૃત પ્રદેશ
closed figure	बंद आकृति	સંવૃત આકૃતિ
closed interval	संवृत अंतराल	સંવૃત અંતરાલ

closed region	संवृत प्रदेश, बंद प्रदेश	સંવૃત પ્રદેશ
closed set	संवृत समुच्चय	સંવૃત ગણ
closed surface	बंद पृष्ठ, संवृत पृष्ठ	સંવૃત પૃષ્ઠ
closure	1. निमीलन, वेष्टन 2. संवरक	સંવૃતક
closure operator	संवरण-संकारक (संवरक)	સંવૃતક કારક
closure point (= contact point)	संवरक-बिन्दु	સંવૃતક બિંદુ
closure postulate	संवरक-अभिगृहीत	સંવૃતક પૂર્વધારણા
closure set	संवरक समुच्चय	સંવૃતક ગણ
cluster point	गुच्छ बिन्दु	ગુચ્છબિંદુ
cluster sampling	गुच्छ प्रतिचयन	ગુચ્છ નિદર્શન
cluster set	गुच्छ समुच्चय	ગુચ્છગણ
coaxial circles	समाक्ष वृत्त	સમાક્ષ વર્તુળો
coaxial parabolas	समाक्ष परवलय	સમાક્ષ પરવલયો
coaxial planes	समाक्ष समतल	સમાક્ષ સમતલો
coaxial triangles	समाक्ष त्रिभुज	સમાક્ષ ત્રિકોણો
Cobb - Douglas function	कोब-डगलस फलन	કોબ-ડગ્લાસ વિધેય
coding	1. कूटलेखन, कोडन 2. संकेतन	સંકેતન
coding of data	सामग्री का संकेतीकरण	માહિતીનું સંકેતન
co-domain	सहप्रांत	સહપ્રદેશ
coefficient matrix	गुणांक आव्यूह	સહગુણક શ્રેણિક
coefficient of correlation	सहसंबंध-गुणांक	સહસંબંધાંક
coefficient of determination	निर्धारण गुणांक	નિર્ધારણાંક
coefficient of elasticity	प्रत्यास्थता गुणांक	સ્થિતિસ્થાપકતા અંક
coefficient of expansion	प्रसार गुणांक	વિસ્તરણાંક
coefficient of friction	घर्षण गुणांक	ઘર્ષણાંક
coefficient of linear expansion	अनुदैर्घ्य प्रसार का गुणांक	સુરેખ વિસ્તરણાંક
coefficient of regression	समाश्रयण गुणांक	નિયતાંક
coefficient of surface tension	पृष्ठ तनाव का गुणांक	પૃષ્ઠતાણાંક
coefficient of variation	विचरण गुणांक	ચલનાંક
cofactor	सह-खण्ड, सह गुणन खंड, सहकारक	સહઅવયવ
coin throw (coin toss)	सिक्का उछाल	સિક્કા ઉછાળ
collection of sample	प्रतिदर्श-संचय	નિદર્શનું એકત્રીકરણ
collinear	सरेख	સમરેખ
collinearity	सरेखता	સમરેખતા
column	स्तंभ, कॉलम	સ્તંભ
column equivalence	स्तंभ तुल्यता	સ્તંભ સામ્યતા
column equivalent	स्तंभ-तुल्य	સ્તંભ સામ્ય
column equivalent matrix	स्तंभ तुल्य आव्यूह	સ્તંભ સામ્ય શ્રેણિક
column matrix	स्तंभ आव्यूह	સ્તંભ શ્રેણિક
column rank	स्तंभ कोटि	સ્તંભ કોટ્યાંક
column reduced echolon matrix	स्तंभ समानीत सोपानक आव्यूह	સ્તંભસંક્ષિપ્ત સોપાન શ્રેણિક
column vector	स्तंभ सदिश	સ્તંભ સદિશ
columnwise	स्तंभानुसार	સ્તંભાનુસાર, સ્તંભગત
combined equation	संयुक्त समीकरण	સંયુક્ત સમીકરણ
common angle	उभयनिष्ठ कोण, सर्वनिष्ठ कोण	સામાન્ય ખૂણો, સામાન્યકોણ

common axis	सर्वनिष्ठ अक्ष	સામાન્ય અક્ષ, સામાન્ય ધરી
common base	सर्वनिष्ठ आधार, उभयनिष्ठ बेस	સામાન્ય આધાર
common denominator	सार्व हर	સામાન્ય છેદ
common difference	सार्व अंतर	સામાન્ય તફાવત
common factor	1. सार्वगुणन-खंड, समापवर्तक 2. सार्व उपादान	સામાન્ય અવયવ
common logarithm	साधारण लघुगणक, साधारण लॉगेरिथ्म	સામાન્ય લઘુગણક, દશાધાર લઘુગણક
common multiple	सार्व गुणज, समापवर्त्य	સામાન્ય ગુણિત
common ratio	सार्व अनुपात	સામાન્ય ગુણોત્તર
common section	सर्वनिष्ठ परिच्छेद	સામાન્ય છેદ
common side	सर्वनिष्ठ भुजा	સામાન્ય બાજુ
common tangent	उभयनिष्ठ स्पर्शरखा, सर्वनिष्ठ स्पर्शरेखा	સામાન્ય સ્પર્શક
common term	सर्वनिष्ठ पद	સામાન્ય પદ
commutative law	क्रमविनिमेय नियम	સમકમી નિયમ
commutative property	क्रमविनिमेय गुणधर्म	સમકમી ગુણધર્મ
commutative rule	क्रमविनिमेय-नियम	સમકમી નિયમ
commutative law of addition	योग का क्रमविनिमेय नियम	સરવાળા માટેનો સમકમી નિયમ
commutative law of multiplication	गुणन का क्रमविनिमेय नियम	ગુણાકાર માટેનો સમકમી નિયમ
commutative operation	क्रमविनिमेय संक्रिया	સમકમી પ્રક્રિયા
commutator group	क्रमविनिमेयक समूह	સમકમક સમૂહ
commuting of matrices	आव्यूहों का क्रमविनिमेय	શ્રેણિકોની સમકમિતા
compact set	संहत समुच्चय	સુબદ્ધ ગણ
comparability	तुलनात्मकता, तुलनीयता	તુલનાત્મકતા
comparision of means	माध्यों की तुलना	મધ્યકોની તુલના
comparision of percentage	प्रतिशतता-तुलना	ટકાવારીની તુલના
comparision test	तुलना परीक्षण	તુલના કસોટી
compatibility equation	सुसंगत समीकरण	સુસંગતતા સમીકરણ
competitive game	स्पर्धी खेल	સ્પર્ધાત્મક રમત
competitive situation	स्पर्धी स्थिति	સ્પર્ધાત્મક પરિસ્થિતિ
competitive strategy	स्पर्धी युक्ति	સ્પર્ધાત્મક વ્યૂહ
compiler	1. अनुभाषक 2. संकलक	સંકલનકર્તા
complementary	पूरक	પૂરક
complementary angle	पूरक कोण	પૂરકકોણ, પૂરક ખૂણો
complementary event	पूरक घटना	પૂરક ઘટના
complementary factor	पूरक कारक	પૂરક અવયવ
complementary function	पूरक फलन	પૂરક વિધેય
complementary half space	पूरक अर्ध समष्टि	પૂરક અર્ધાવકાશ
complementary interval	पूरक अंतराल	પૂરક અંતરાલ
complementary set	पूरक समुच्चय	પૂરકગણ
complementation	पूरकीकरण, पूरक-निर्धारण	પૂરક નિર્ધારણ
complement of a set	पूरक समुच्चय	પૂરકગણ
complete census	पूर्ण गणना	પૂર્ણ જનગણના
complete correlation matrix	पूर्ण सहसंबंध मैट्रिक्स	પૂર્ણ સહસંબંધ શ્રેણિક
completely randomised design	पूर्णतया यादृच्छिकीकृत अभिकल्पना	પૂર્ણતઃ યાદૃચ્છિક ડિઝાઈન
complete metric space	पूर्ण दूरीक समष्टि	પૂર્ણ માનાવકાશ

complete orthonormal set	पूर्ण प्रसामान्यलांबिक समुच्चय	પૂર્ણ એકમલંબ ગણ
complete quadrangle	पूर्ण चतुष्कोण	પૂર્ણ ચતુષ્કોણ
complete quotient	पूर्ण भागफल	પૂર્ણ ભાગફળ
complete set	पूर्ण समुच्चय	પૂર્ણ ગણ
complete solution	पूर्ण हल	પૂર્ણ ઉકેલ
complex argument	सम्मिश्र स्वतंत्र चर	સંકર કોણાંક
complex conjugate	सम्मिश्र संयुग्मी	અનુબધ્દ્ધ સંકર
complex differentiation	सम्मिश्र अवकलन	સંકર વિકલન
complex function	सम्मिश्र फलन	સંકર વિધેય
complex integration	सम्मिश्र समाकलन	સંકર સંકલન
complex matrices	सम्मिश्र आव्यूह	સંકર શ્રેણિકો
complex number	सम्मिश्र संख्या	સંકર સંખ્યા
complex number field	सम्मिश्र संख्या क्षेत्र	સંકર સંખ્યાક્ષેત્ર
complex orthogonal matrix	सम्मिश्र लांबिक आव्यूह	સંકર લંબ શ્રેણિક
complex plane	सम्मिश्र समतल	સંકર સમતલ
complex quantity	सम्मिश्र राशि	સંકર રાશિ
complex reciprocal	सम्मिश्र व्युत्क्रम	સંકર વ્યસ્ત
complex resultant	सम्मिश्र परिणामी	સંકર પરિણામી
complex space	सम्मिश्र समष्टि	સંકર અવકાશ
complex valued function	सम्मिश्रमानी फलन	સંકર-મૂલ્ય વિધેય
complex variable	सम्मिश्र चर	સંકર ચલ
componendo and divindendo	योगांतरानुपात	યોગ – વિયોગ
component	1. घटक 2. संबद्ध घटक	ઘટક, સંઘટક
component analysis	घटक विश्लेषण	ઘટક વિશ્લેષણ
component of variance	प्रसरण-घटक	વિચલનનો ઘટક
component of vector	सदिश-घटक	સદિશનો સંઘટક
composite function	संयुक्त फलन	સંયોજિત વિધેય
composite hypothesis	संयुक्त परिकल्पना	સંયોજિત અધિતર્ક
composite number	भाज्य संख्या	વિભાજ્ય સંખ્યા
composite series	संयुक्त श्रेणी	સંયોજિત શ્રેઢી
composition of vectors	सदिश-संयोजन	સદિશ - સંયોજન
compound angle	मिश्र कोण	મિશ્ર કોણ, સંયોજિત કોણ
compound division	मिश्र भाग	મિશ્ર ભાગાકાર
compound fraction	मिश्र भिन्न	મિશ્ર અપૂર્ણાંક
compound interest	चक्रवृद्धि ब्याज	ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ
compound probability	मिश्र प्रायिकता	સંયુક્ત સંભાવના (મિશ્ર સંભાવના)
compressible flow	संपीड्य प्रवाह	દબનીય પ્રવાહ
compression	संपीडन	સંદબન
computation	अभिकलन	સંગણના
computational formula	अभिकलनी सूत्र	સંગણના સૂત્ર
computed value	अभिकलित मान	સંગણિત મૂલ્ય
computer	कंप्यूटर, अभिकलित्र (मशीन), अभिकलक (व्यक्ति)	સંગણક, કમ્પ્યુટર
computer algorithm	अभिकलित्र कलनविधि	સંગણન વિધિ
computer programme	अभिकलित्र क्रमादेश	સંગણન આયોજન

computer programming	अभिकलित्र क्रमादेशन	સંગણન આયોજન ક્રિયા
computer simulation	अभिकलित्र अनुकार	સંગણન અનુરૂપણ
computing	अभिकलन	સંગણના
concave function	उन्मुख फलन	અંતર્મુખ વિધેય
concave polygon	अवतल बहुभुज	અંતર્મુખ બહુકોણ
concave programming	उन्मुख क्रमादेशन	અંતર્મુખ આયોજન ક્રિયા
concentric circles	संकेन्द्री वृत	સમકેંદ્રી વર્તુળો
concentric curves	संकेन्द्री वक्र	સમકેંદ્રી વક્રો
concrete form	मूर्त रूप	મૂર્ત રૂપ, મૂર્ત સ્વરૂપ
concurrency of lines	रेखाओं का संगमन	રેખાઓનું સંગામીપણું, રેખાઓનું સંગમન
concurrent	संगामी	સંગામી
concurrent forces	संगामी बल	સંગામી બળો
conditional density function	सप्रतिबंध घनत्व फलन	શરતી ઘનતા વિધેય
conditional distribution	सप्रतिबंध बंटन	શરતી વિતરણ
conditional expectation	सप्रतिबंध प्रत्याशा	શરતી અપેક્ષા
conditional mean	सप्रतिबंध माध्य	શરતી મધ્યક
conditional probability	सप्रतिबंध प्रायिकता	શરતી સંભાવના
condition of collinearity	सरेखता प्रतिबंध	સમરેખતાની શરત
condition of consistency	संगति प्रतिबंध	સુસંગતતાની શરત
condition of integrability	समाकलनीयता का प्रतिबंध	સંકલનીયતાની શરત
condition of tangency	स्पर्श का प्रतिबंध	સ્પર્શક હોવાની શરત
cone	शंकु, कोन	શંકુ
confidence interval	विश्वास्यता अंतराल	પ્રતીતિજનક અંતરાલ
confidence interval estimate	विश्वास्यता अंतराल आकल	પ્રતીતિજનક અંતરાલ આગણક
confidence limits	विश्वास्यता सीमाएँ	પ્રતીતિજનક સીમાઓ
confidence region	विश्वास्यता क्षेत्र	પ્રતીતિજનક પ્રદેશ
conflict situation	विरोध स्थिति	સંઘર્ષજનક પરિસ્થિતિ
confocal conics	संनाभि शांकव	સમનાભીય શાંકવો
confocal ellipses	संनाभि दीर्घवृत्त	સમનાભીય ઉપવલયો
confocal geometry	संनाभि ज्यामिति	સમનાભીય ભૂમિતિ
confocal hyperbolae	संनाभि अतिपरवलय	સમનાભીય અતિવલયો
confocal hyperboloids	संनाभि अतिपरवलयज	સમનાભીય અતિવલયજો
confocal parabola	संनाभि परवलय	સમનાભીય પરવલયો
confocal paraboloidal cordinates	संनाभि परवलयजीय निर्देशांक	સમનાભીય પરવલયજ યામ
conformal	अनुकोण, अनुरूप	અનુકોણ, અનુરૂપ
conformal mapping	अनुकोण प्रतिचित्रण	અનુકોણીય આલેખન, અનુકોણીય વિધેય
congruence	1. सर्वांगसमता 2. द्विप्राचल रेखा-कुल 3. समशेषता	1. એકરૂપતા (ભૂમિતિ) 2. સમશેષતા (સંખ્યાગણિત)
congruence of circles	द्विप्राचल वृत्त-कुल	વર્તુળોની એકરૂપતા
congruent	1. सर्वांगसम 2. समशेष	એકરૂપ, સમશેષ, સામ્ય
congruent matrices	समतुल्य आव्यूह	સામ્ય શ્રેણિકો
conic	शांकव, कॉनिक	શાંકવ
conical frustum	शंकु-छिन्नक	શંકુ–સમખંડ
conical helix	शंकु-कुण्डलिनी	શંકુ હેલિક્સ, શંકુ કુંડલિની
conical section	शांकव काट, शांकव परिच्छेद	શંકુચ્છેદ

conics	शांकव गणित	શાંકવો
conic section	शंकु-काट, शंकु-परिच्छेद	શંકુચ્છેદ, શાંકવ
conjugate	संयुग्मी (वि.), संयुग्मन होना (क्रि.)	અનુબદ્ધ
conjugate angles	संयुग्मी कोण	અનુબદ્ધકોણ, અનુબદ્ધખૂણા
conjugate axis	संयुग्मी अक्ष	અનુબદ્ધ અક્ષ
conjugate complex numbers	संयुग्मी सम्मिश्र संख्याएँ	અનુબદ્ધ સંકર સંખ્યાઓ
conjugate directions	संयुग्मी दिशा	અનુબદ્ધ દિશાઓ
conjugate functions	संयुग्मी फलन	અનુબદ્ધ વિધેયો
conjugate of matrix	मैटिक्स का संयुग्मी	શ્રેણિકનો અનુબદ્ધ
conjugate permutation	संयुग्मी क्रमचय	અનુબદ્ધ ક્રમચય
conjugate transpose	संयुग्मी परिवर्त	અનુબદ્ધ પરિવર્ત
conjuction	योग, युति	સંયોજન, યોગ
consecutive	क्रमागत	ક્રમિક
consecutive numbers	क्रमागत संख्याएँ	ક્રમિક સંખ્યાઓ
conservation of energy	ऊर्जा-संरक्षण	ઊર્જા – સંરક્ષણ
conservation of mass	संहति-संरक्षण	દ્રવ્યમાન-સંરક્ષણ
conservative	संरक्षी	સંરક્ષી
consistency	1. संगति, अविरोध 2. गाढ़ता, गाढ़ापन	સુસંગતતા
consistency condition	संगति प्रतिबंध	સુસંગતતાની શરત
consistent estimate	संगत आकल, अविरोधी आकल	સુસંગત આગણન
consistent estimator	संगत आकलक, अविरोधी आकलक	સુસંગત આગણક
consistent statistic	अविरोधी प्रतिदर्शज, संगत प्रतिदर्शज	સુસંગત આંકડાકીય માહિતી
consistent system	संगत निकाय, अविरोधी निकाय	સુસંગત સંહતિ
consol	कन्सॉल	કન્સોલ, કળપટ (કી બોર્ડ)
constant	नियत, स्थिर, अचर, अचल, अपरिवर्ती, एकसमान	અચળ, નિયત, અપરિવર્તનીય
constant acceleration	एकसमान त्वरण	અચળ પ્રવેગ
constant function	अचर फलन	અચળ વિધેય
constant of gravity	गुरुत्वांक	ગુરુત્વાકર્ષણનો અચળાંક
constant of integration	समाकलन-अचर	સંકલનનો અચળ
constant of proportionality	आनुपातिकता स्थिरांक	પ્રમાણનો અચળ
constant parameter	अचर प्राचल	અચળ પ્રાચલ
constant polynomial	अचर बहुपद	અચળ બહુપદી
constant proportion	नियत समानुपात	અચળ પ્રમાણ
constant speed	एकसमान चाल	અચળ ગતિ
constant term	अचर पद	અચળ પદ
constant velocity	एकसमान वेग	અચળ વેગ
constitutive equation	रचक समीकरण	રચયિતા સમીકરણ
constraint	व्यवरोध	પ્રતિબંધ
construct	रचना करना, निर्माण करना	રચના કરવી
construction	रचना	રચના
consumer preference	उपभोक्ता वरीयता	ઉપભોક્તાની પ્રાથમિકતા
consumption function	उपभोग फलन	ઉપભોગ વિધેય
contact angle	स्पर्श-कोण	સ્પર્શકોણ
contact point	संपर्क बिंदु	સ્પર્શબિંદુ

contained in	अंतर्विष्ट	__ માં સમાવિષ્ટ
contingency table	आसंग सारणी	આકસ્મિકતા કોષ્ટક
continuum mechanics	सांतत्यक यांत्रिकी	સાતત્યક યંત્રશાસ્ત્ર
continued fraction	वितत भिन्न	પરંપરિત અપૂર્ણાંક
continued product	वितत गुणनफल	પરંપરિત ગુણાકાર
continuity	1. सांतत्य 2. सातत्य	સાતત્ય
continuity of function	फलन का सांतत्य	વિધેયનું સાતત્ય
continuity test	सांतत्य परीक्षण	સાતત્ય કસોટી
continuous	1. संतत, अखंड, अविछिन्न 2. सतत	સતત
continuous derivative	संतत अवकलज	સતત વિકલિત
continuous distribution	संतत बंटन	સતત વિતરણ
continuous from above	उपरितः संतत	જમણી બાજુથી સતત, દક્ષિણાવર્તી સતત
continuous function	संतत फलन	સતત વિધેય
continuously differentiable	संततः अवकलनीय	સતત રીતે વિકલનીય
continuous map	संतत प्रतिचित्र	સતત વિધેય, સતત આલેખ
continuous mapping	संतत प्रतिचित्रण	સતત આલેખન
continuous probability density function	संतत प्रायिकता घनत्व फलन	સતત સંભાવના ઘનતા વિધેય
continuous probability distribution	संतत प्रायिकता बंटन	સતત સંભાવના વિતરણ
continuous random variable	संतत यादृच्छिक चर	સતત યાદૃચ્છિક ચલ
continuous sample space	संतत प्रतिदर्श समष्टि	સતત નિદર્શાવકાશ
continuous variable	संतत चर	સતત ચલ
continuous wave	संतत तरंग	સતત તરંગ
continuum	सांतत्यक, कन्टिनुअम	સાતત્યક, અખંડિતતા, કન્ટીન્યુઅમ
continuum hypothesis (=continuum axiom)	सांतत्यक-अभिगृहीत	સાતત્યક અધિતર્ક
continuum of real numbers (=set of real numbers)	वास्तविक-संख्या समुच्चय	વાસ્તવિક સંખ્યાઓનું સાતત્યક (વાસ્તવિક સંખ્યાઓનો ગણ)
continuum theory	सांतत्यक सिद्धांत	સાતત્યક સિધ્ધાંત
contour integration	कन्टूर समाकलन	કન્ટૂર સંકલન
contraction mapping	संकुचन प्रतिचित्रण	સંકુચન આલેખન
contradiction	विरोध	વિરોધાભાસ
contravariant	प्रतिपरिवर्त	પ્રતિપરિવર્ત
control	नियंत्रण	નિયંત્રણ
control chart	नियंत्रण-संचित्र	નિયંત્રણ – આલેખ
control chart for averages	माध्यों का नियंत्रण संचित्र	સરેરાશ માટે નિયંત્રણ આલેખ
control chart for defects	दोषों का नियंत्रण संचित्र	ખામીઓ માટે નિયંત્રણ આલેખ
control chart for ranges	परिसरों का नियंत्रण संचित्र	વિસ્તારો માટે નિયંત્રણ આલેખ
control chart for variables	चरों का नियंत्रण संचित्र	ચલ માટેનો નિયંત્રણ આલેખ
converge	अभिसरित करना, अभिसरित होना	અભિસરવું
convergence in mean	माध्य अभिसरण	મધ્યકમાં અભિસાર
convergence in mean square	वर्ग माध्य अभिसरण	મધ્યક વર્ગમાં અભિસાર
convergence in probability	प्रायिकता में अभिसरण	સંભાવનામાં અભિસાર
convergence limit	अभिसरण सीमा	અભિસાર લક્ષ
convergence radius	अभिसरण त्रिज्या	અભિસાર ત્રિજ્યા
convergence region	अभिसरण प्रदेश	અભિસાર પ્રદેશ

convergent	अभिसारी (क्रि.), अभिसरक (सं.)	અભિસારી
convergent sequence	अभिसारी अनुक्रम	અભિસારી શ્રેણી
convergent series	अभिसारी श्रेणी	અભિસારી શ્રેઢી
converse	विलोम, विपरीत	પ્રતીપ, ઊલટું, વિલોમ
conversely	विलोमतः	આથી ઊલટું, ઊલટી રીતે
conversion fraction	रूपांतरण भिन्न	રૂપાંતરણ અપૂર્ણાંક
conversion table	रूपांतरण सारणी	રૂપાંતરણ કોષ્ટક
convex	अवमुख	બહિર્મુખ
convex body	अवमुख पिंड	બહિર્મુખ પિંડ
convex combination	अवमुख संयोजन	બહિર્મુખ સંયોજન
convex cover (= convex hull)	अवमुख समावरक	બહિર્મુખ સમાવરક
convex function	अवमुख फलन	બહિર્મુખ વિધેય
convex linear combinations	अवमुख रैखिक संचय	બહિર્મુખ સુરેખ સંયોજન
convex linear programming	अवमुख रैखिक प्रोग्रामन	બહિર્મુખ સુરેખ આયોજનક્રિયા
convex metric space	अवमुख दूरीक समष्टि	બહિર્મુખ માનાવકાશ
convex polyhedron	अवमुख बहुफलक	બહિર્મુખ બહુફલક
convex programming	अवमुख प्रोग्रामन	બહિર્મુખ આયોજનક્રિયા
convex region	अवमुख प्रदेश	બહિર્મુખ પ્રદેશ
convex set	अवमुख समुच्चय	બહિર્મુખ ગણ
convolution	संवलन	સંવલન
convolution integral	संवलन समाकल	સંવલન સંકલન
convolution theorem (= faltung theorem)	संवलन प्रमेय	સંવલન પ્રમેય
coordinate	1. निर्देशी, निर्देशांक 2. उपसहसंयोजकता	યામ
coordinate axis	निर्देशक अक्ष	યામાક્ષ
coordinate geometry	निर्देशांक ज्यामिति	યામ ભૂમિતિ
coordinate plane	निर्देशांक समतल	યામતલ
coordinates	निर्देशांक	યામ
coordinate system	निर्देशांक पद्धति, निर्देश तंत्र	યામ પદ્ધતિ
Copernican system	कोपर्निकस-निकाय	કોપરનિકસ સંહતિ, કોપરનિકસ પદ્ધતિ
Coplanar	समतलीय	સમતલીય
coplanar forces	समतलीय बल	સમતલીય બળો
coplanarity	समतलीयता	સમતલપણું
coprime numbers	असहभाज्य संख्या	પરસ્પર અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ
correction factor	संशोधन गुणक, संशुद्धि गुणक	સંશુદ્ધિગુણક
correct solution	सही हल	યોગ્ય ઉકેલ, યથાર્થ ઉકેલ
correlation	सहसंबंध	સહસંબંધ
correlation coefficient	सहसंबंध गुणांक	સહસંબંધાંક
correlation diagram	सहसंबंध आरेख	સહસંબંધ આલેખ
correlation function	सहसंबंध फलन	સહસંબંધ વિધેય
correlation matrix	सहसंबंध आव्यूह, सहसंबंध मैट्रिक्स	સહસંબંધ શ્રેણિક
correlation ratio	सहसंबंधानुपात	સહસંબંધ ગુણોત્તર
correlogram	सहसंबंध-चित्र	સહસંબંધ ચિત્ર
correlogram analysis	सहसंबंध-चित्र विश्लेषण	સહસંબંધ ચિત્ર વિશ્લેષણ
correspond	संगत होना, तदनुरूपी होना	સંગત હોવું

correspondence principle	संगति-नियम	સંગતતાનો નિયમ
corresponding angle	संगत कोण	સંગત ખૂણો, અનુકોણ, અનુરૂપ ખૂણો
corresponding side	संगत पार्श्व	સંગત બાજુ, અનુરૂપ બાજુ
coset	सहसमुच्चय	સહગણ
cosine	कोसाइन, कोटिज्या	કોસાઈન, કોજ્યા
cosine law	कोटिज्या नियम	કોસાઈન નિયમ
cost analysis	लागत विश्लेषण	પડતર વિશ્લેષણ, લાગત વિશ્લેષણ
cost maximization	लागत अधिकतमीकरण	પડતર અધિકતમીકરણ
countability axiom	गणनीयता-अभिगृहीत	ગણ્યતા પૂર્વધારણા
countable	गणनीय	ગણ્ય
countable additivity	गणनीय योज्यता	ગણ્ય યોગનીયતા
countable base	गणनीय आधार	ગણ્ય આધાર
countable basis	गणनीय आधार	ગણ્ય આધાર
countable set	गणनीय समुच्चय	ગણ્ય ગણ
countably infinite	गणनीयतः अनंत	ગણ્ય રીતે અનંત
counter	1. गणित्र 2. फलक, काउंटर	1. ગણિત્ર 2. ગણનસ્થાન
counter clockwise	वामावर्त	વામાવર્ત, પ્રવામ
counter example	प्रत्युदाहरण	પ્રતિઉદાહરણ
covariance	सहप्रसरण	સહવિચરણ
covariance law	सहप्रसरण नियम	સહવિચરણ નિયમ
covariance matrix	सहप्रसरण आव्यूह	સહવિચરણ શ્રેણિક
covariance method	सहप्रसरण विधि	સહવિચરણ પદ્ધતિ
covariance technique	सहप्रसरण विधि	સહવિચરણ પ્રવિધિ
Cramer's rule	क्रैमर-नियम	ક્રેમરનો નિયમ
Crammer-Rao inequality	क्रैमर-राव असमिका	ક્રેમર - રાવ અસમતા
criterion function (= objective function)	उद्देश्य फलन	હેતુલક્ષી વિધેય
critical angle	क्रांतिक कोण	ક્રાંતિકોણ, ક્રાંતિ ખૂણો
critical point	क्रांतिक बिंदु	ક્રાંતિબિંદુ
critical point of function	फलन का क्रांतिक बिंदु	વિધેયનું ક્રાંતિબિંદુ
critical value	क्रांतिक मान	ક્રાંતિક મૂલ્ય
critical velocity	क्रांतिक वेग	ક્રાંતિક વેગ
cross correlation function	व्यतिसहसंबंध फलन	તિર્યક સહસંબંધ વિધેય
cross product	वेक्टर-गुणनफल, सदिश गुणनफल	સદિશ ગુણાકાર, બહિર્ગુણાકાર
cross ratio	वज्रानुपात	તિર્યક ગુણોત્તર, વજ્ર ગુણોત્તર
cross sectioning	अनुप्रस्थ परिच्छेदन	તિર્યક છેદન
crypt	गूढ़लेख	ગુપ્તલિપિ, ફૂટલિપિ
cube	घन, क्यूब	ઘન
cube number	घन संख्या	ઘનસંખ્યા
cube root	घनमूल	ઘનમૂળ
cubic	1. घन, घनाकृति, घनीय, त्रिघात 2. त्रिसमलंबाक्ष, घनीय	ત્રિઘાત, ઘનાત્મક
cubical	घन, घनाकृति, घनीय	ઘનાકૃતિ
cubic equation	त्रिघात समीकरण	ત્રિઘાત સમીકરણ, ઘનાત્મક સમીકરણ
cubic inch	घन इंच	ઘન ઇંચ
cubic metre	घन मीटर	ઘનમીટર

cubic parabola	त्रिघात परवलय	ત્રિઘાત પરવલય
cubic root	घनमूल	ઘનમૂળ
cubic term	त्रिघाती पद	ત્રિઘાત પદ
cuboid	लंबकोणिक समांतर षट्फलक	લંબઘન
cumulative	संचयी	સંચયી
cumulative curve	संचयी वक्र	સંચયી વક્ર
cumulative distribution function	संचयी बंटन फलन	સંચયી વિતરણ વિધેય
cumulative frequency	संचयी बारंबारता	સંચયી આવૃત્તિ
cumulative frequency function	संचयी बारंबारता फलन	સંચયી આવૃત્તિ વિધેય
cumulative frequency graph	संचयी बारंबारता आलेख, संचयी बारंबारता ग्राफ	સંચયી આવૃત્તિ આલેખ, સંચયી આવૃત્તિ વક્ર
cumulative probability function	संचयी प्रायिकता फलन	સંચયી સંભાવના વિધેય
curl	कर्ल, कुंतल	કર્લ, કુંતલ
curl of the congruence	द्विप्राचल वक्र-कुल का कर्ल	વક્રસંહતિનો કર્લ
curl of the vector	सदिश का कर्ल	સદિશનો કર્લ
curly bracket	धनुःकोष्ठक, धनुर्बंधनी	ધનુષકૌંસ, છગડિયોકૌંસ
current	धारा	પ્રવાહ
current point	चलित बिंदु	વર્તમાનબિંદુ
curvature	वक्रता	વક્રતા
curvature effect	वक्रता-प्रभाव	વક્રતા–પ્રભાવ
curve	वक्र	વક્ર
curved line	वक्र रेखा	વક્રરેખા
curve tracing	वक्र अनुरेखण	વક્રાનુરેખણ, વક્રાલેખન
curvilinear asymptote	वक्ररेखी अनंतस्पर्शी	વક્રરેખ અનંતસ્પર્શક
curvilinear coordinates	वक्ररेखी निर्देशांक	વક્રરેખ યામ
curvilinear regression	वक्ररेखी समाश्रयण	વક્રરેખ નિયત સંબંધ
cusp	उभयाग्र, कस्प	કસ્પ, નિશિત
cycle	1. चक्र, आवर्तन 2. साइकिल 3. ढलाई चक्र, संचन चक्र	ચક્ર
cyclical variation	चक्रीय विचरण	ચક્રાત્મક વિચલન
cyclic cross product	चक्रीय सदिश गुणनफल	ચક્રીય સદિશ ગુણાકાર
cyclic demand	चक्रीय मांग	ચક્રીય માંગ
cyclic expression	चक्रीय व्यंजक	ચક્રીય અભિવ્યક્તિ
cyclic group	चक्रीय समूह	ચક્રીય સમૂહ
cyclic permutation	चकीय क्रमचय	ચક્રીય ક્રમચય
cycloid	चक्रज, साइक्लोइड	ચક્રજ, સાઇક્લોઇડ
cylinder	बेलन, सिलिन्डर	નળાકાર, સિલીન્ડર
cylindrical	बेलनाकार, सिलिन्डराकार, बेलनी, सिलिन्डरी	નળાકારીય
cylindrical surface	सिलिन्डराकार पृष्ठ	નળાકારીય પૃષ્ઠ
cypher	शून्य, सिफर	શૂન્ય, સાઈફર
D		
D'alembert's principle	डिलंबर्ट-सिद्धांत	દ'લામ્બર સિદ્ધાંત
damped harmonic function	अवमंदित सरल आवर्त गति	અવમંદિત સ્વરિત વિધેય, અવમંદિત હરાત્મક વિધેય
damping constant	अवमंदन स्थिरांक	અવમંદન અચળ
data	1. दत्त, उपात्त 2. आंकड़ा, न्यास	માહિતી (આંકડાકીય અને બિનઆંકડાકીય)

data origination	दत्त उपक्रमण	માહિતી ઉગમસ્થાન
data processing system	न्यास संसाधन प्रणाली	માહિતી પ્રક્રિયાપધ્ધતિ
data processor	आंकड़ा संसाधित्र	માહિતી પ્રક્રિયક
data sheet	आंकड़ा पत्र	માહિતીપત્રક
decagon	दशभुज	દશકોણ
decagram	डेकाग्राम	ડેકાગ્રામ
decameter	डेकामीटर	ડેકામીટર
decay constant	क्षयांक	ક્ષયઅચળ
decay curve	क्षय वक्र	ક્ષયવક
decent function	शिष्ट फलन	શિષ્ટવિધેય
decigram	डेसीग्राम	ડેસીગ્રામ
decile	दशमक	દશાંશક
decimal	दशमलव, दशमिक	દશાંશ
decimal code	दशमिक कोड	દશાંશ સંકેત
decimal coded digit	दशमलव कोडित अंक	દશાંશ સંકેતિત અંક
decimal expansion	दशमिक प्रसार	દશાંશ વિસ્તરણ
decimal fraction	दशमलव भिन्न	દશાંશ અપૂર્ણાંક
decimal notation	दशमलव संकेतन पद्धति	દશાંશ સંકેત
decimal numbering system	दशमलव अंकन पद्धति	દશાંશ સંખ્યાપધ્ધતિ
decimal point	दशमलव बिंदु	દશાંશ ચિહ્ન
decimal scale	दशमलव मापक्रम	દશાંશમાપ
decimal system	दशमलव पद्धति	દશાંશપધ્ધતિ
decimeter	डेसीमीटर	ડેસીમીટર
deciphering	कूटवाचन	ફૂટવાચન
decision model	निर्णय निदर्श	નિર્ણય પ્રતિરૂપ, નિર્ણય મોડેલ
decision theory	निर्णय सिद्धांत	નિર્ણય સિધ્ધાંત
decision variable	निर्णय चर	નિર્ણયચલ
decoder	कूटवाचक, विकोडक	ફૂટવાચક
decoding	कूटवाचन, विकोडन	ફૂટવાચન
decomposable set	वियोज्य समुच्चय	વિભાજનીય ગણ
decreasing	ह्रासमान	ઘટતું
decreasing function	ह्रासमान फलन	ઘટતું વિધેય
Dedekind's cut	डेडेकिन्ड-कट	ડેડેકિન્ડ કાપ
Dedekind's theorem	डेडेकिन्ड-प्रमेय	ડેડેકિન્ડનું પ્રમેય
deduce	निगमन करना	તારવવું
deductive method	निगमनिक रीति	નિગમન પધ્ધતિ
defective	सदोष	ખામીયુક્ત
defining equation	परिभाषी समीकरण	વ્યાખ્યા કરતું સમીકરણ
definite integral	निश्चित समाकल	નિયતસંકલ
definite matrix	निश्चित मैट्रिक्स	નિયતશ્રેણિક
definition	1. परिभाषा 2. स्पष्टता 3. निश्चय	વ્યાખ્યા
deformation curve	विरूपण वक्र	વિરૂપણ વક
deformed surface	विकृत पृष्ठ	વિરૂપિત પૃષ્ઠ
degeneracy	अपभ्रष्टता, अपह्रास	અસામાન્યતા, વિસર્જનીયતા

degeneracy in transporation problems	परिवहन समस्याओं में अपभ्रष्टता	પરિવહન સમસ્યામાં અસામાન્યતા
degree	1. डिग्री, अंश 2. घात 3. कोटि 4. मात्रा, परिमाण 5. अंशांक	1. ઘાત 2. અંશ 3. માત્રા 4. પરિમાણ
degree of differential equation	अवकल समीकरण का घात	વિકલ સમીકરણનું પરિમાણ
degree of freedom	स्वतंत्रता की कोटि, स्वातंत्र्य कोटि	સ્વાતંત્ર્ય માત્રા, સ્વાતંત્ર્ય પરિમાણ
degree of polynomial	बहुपद का घात	બહુપદીનો ઘાત, બહુપદીનું પરિમાણ
deleted neighbourhood	निष्कासित प्रतिवेश	છિદ્રિત સામીપ્ય
delta function	डेल्टा फलन	ડેલ્ટા વિધેય
demand and utility curve	मांग और उपयोगिता वक्र	માંગ અને ઉપયોગીતા વક્ર
demand equation	मांग समीकरण	માંગ સમીકરણ
demand function	मांग फलन	માંગ વિધેય
demographic study	जनसांख्यिकीय अध्ययन	જનસંખ્યાકીય અધ્યયન
demography	जनसांख्यिकी	વસતિવિજ્ઞાન
De Moivres theorem	द-मॉयवर प्रमेय	દ-મોઈવર પ્રમેય
demonstrate	1. निरूपण करना 2. प्रमाण देना 3. निदर्शन करना	નિદર્શન કરવું
demonstration	1. निरूपण 2. प्रमाण 3. निदर्शन, प्रदर्शन	નિદર્શન
demonstrative geometry	निरूपणात्मक ज्यामिति	નિદર્શનાત્મક ભૂમિતિ
denominator	हर	છેદ
dense set	सघन समुच्चय	સઘનગણ, ગીચગણ, ઘટ્ટગણ
density	1. घनत्व 2. सघनता	ઘનતા
denumerable set	प्रगणनीय समुच्चय	ગણ્ય અનંતગણ, ગણનક્ષમ અનંતગણ
departing variables	अपगामी अचर	ફારગ થતા ચલ
dependent event	आश्रित घटना	અવલંબી ઘટના, સાપેક્ષ ઘટના
dependent random variable	आश्रित यादृच्छिक चर	અવલંબી યાદૃચ્છિક ચલ, સાપેક્ષ યાદૃચ્છિક ચલ
dependent variable	परतंत्र चर	અવલંબી ચલ, સાપેક્ષ ચલ
dependent variate	परतंत्र विचर	અવલંબી ચલ, સાપેક્ષ ચલ
depression angle	अवनमन कोण	અવસેધકોણ, અવનતકોણ
derivation	1. व्युत्पत्ति, व्युत्पन्न 2. अवकलन	1. વિકલન 2. તારણ
derivative	1. व्युत्पन्न 2. अवकलज	વિકલિત
derived series	व्युत्पन्न श्रेणी	વ્યુત્પન્ન શ્રેઢી, નિગમિત શ્રેઢી
derived set	व्युत्पन्न समुच्चय	નિષ્પન્ન ગણ, વ્યુત્પન્ન ગણ
descending	अवरोही, अवरोहण	ઊતરતું, અવરોહી
descending order	अवरोही क्रम	ઊતરતો ક્રમ, અવરોહી ક્રમ
descending series	अवरोही श्रेणी	અવરોહી શ્રેઢી, ઊતરતી શ્રેઢી
descriptive geometry	प्रक्षेपात्मक ज्यामिति	વર્ણનાત્મક ભૂમિતિ
descriptive model	वर्णनात्मक निदर्श	વર્ણનાત્મક નિદર્શ
descriptive statistics	वर्णनात्मक सांख्यिकी	વર્ણનાત્મક આંકડાશાસ્ત્ર
design	अभिकल्प, डिजाइन, अभिकल्पना (सं.), अभिकल्पना करना, डिजाइन करना (क्रि.)	રચના, ડિઝાઈન, અભિકલ્પના, રચના કરવી
design of experiment	प्रयोग की अभिकल्पना	પ્રયોગની રચના
desk calculator	डेस्क परिकलित्र	ટેબલ કેલ્ક્યુલેટર, મેજ ગણનયંત્ર
detection	पहचान, संसूचन	ઓળખ
determinant	1. सारणिक, डिटर्मिनेंट 2. निर्धारक	નિશ્ચાયક
determinant rank	सारणिक कोटि	નિશ્ચાયક-કોટિ

determine	निर्धारित करना	નિર્ધારિત કરવું, નિશ્ચિત કરવું
deterministic model	निर्धारणात्मक निदर्श	નિર્ધારણાત્મક નિદર્શ, નિર્ધારણાત્મક મોડલ, નિર્ધારણાત્મક પ્રતિરૂપ
deterministic problem	निर्धारणात्मक समस्या	નિર્ધારણાત્મક સમસ્યા
deviation	विचलन	વિચલન
deviation coefficient	विचलन गुणांक	વિચલનાંક
diadic system	द्वि-आधारी प्रणाली	દ્વિ-આધારી પદ્ધતિ
diagonal	विकर्ण	વિકર્ણ
diagonalization of a matrix	आव्यूह-विकर्णन	શ્રેણિકનું વિકર્ણન
diagonal matrix	विकर्ण मैट्रिक्स, विकर्ण आव्यूह	વિકર્ણ શ્રેણિક
diagonal similarity	विकर्णी समानता	વિકર્ણ સમરૂપતા
diagram	आरेख	આકૃતિ
diagrammatic method	आरेखी विधि	આકૃતિ પદ્ધતિ
diagrammatic presentation	आरेखी प्रस्तुतिकरण	આકૃતિ પ્રસ્તુતિકરણ
diameter	व्यास	વ્યાસ
diameter of a set	समुच्चय-व्यास	ગણનો વ્યાસ
diametrically opposite	व्यासतः सम्मुख	વ્યાસાંત
dice throw	पाशकक्षेप, पासा फेंकना	પાસાફેંક
dichotomous classification	द्विधा वर्गीकरण	દ્વિ-વિધ વર્ગીકરણ
dichotomy	1. द्विभाजन 2. अर्धक कला	દ્વિ-વિધ (દ્વિધા)
dictionary order	कोशक्रम	કોશક્રમ
difference calculus	अंतर कलन	અંતરકલન
difference equation	अंतर समीकरण	અંતરસમીકરણ
difference formula	अंतर सूत्र	અંતર સૂત્ર, તફાવત સૂત્ર
difference method	अंतर विधि	અંતર પદ્ધતિ
difference of sets	समुच्चयों का अंतर	ગણોનો તફાવત
differentiable	अवकलनीय	વિકલનીય
differentiable curve	अवकलनीय वक्र	વિકલનીય વક્ર
differentiable function	अवकलनीय फलन	વિકલનીય વિધેય
differential	1. विभेदक, भेददर्शी 2. अवकल 3. अंतरात्रयी, अंतरात्मक 4. विभेदी	વિકલ
differential calculus	अवकल गणित	વિકલનશાસ્ત્ર
differential coefficient	अवकल गुणांक	વિકલ ગુણાંક
differential equation	अवकल समीकरण	વિકલ સમીકરણ
differential form	अवकल समघात	વિકલ સ્વરૂપ
differential formula	अवकल सूत्र	વિકલ સૂત્ર
differential function	अवकल फलन	વિકલ વિધેય
differential geometry	अवकल ज्यामिति	વિકલ ભૂમિતિ
differential of higher order	उच्चतर कोटि का अवकल	ઉચ્ચતર કક્ષાનું વિકલ
differential quotient	अवकल खंड	વિકલ ગુણોત્તર
differentiate	अवकलन करना	વિકલન કરવું
differentiation	विभेदन, अवकलन	વિકલન
differentiation formula	अवकलन सूत्र	વિકલન સૂત્ર
differentiation of vector	सदिश का अवकलन	સદિશનું વિકલન
diffusion	विसरण, विसार	પ્રસરણ

digit	अंक, व्यास का द्वादशांश, अंगुलि	1. આંકડો, અંક 2. આંગળી
digital computer	अंकीय अभिकलित्र	અંકીય સંગણક
digital data	अंकीय दत्त	અંકીય માહિતી
dimension	1. विस्तार, लंबाई-चौड़ाई, विमा 2. घात	1. પરિમાણ 2. ઘાત
dimensionality	विमीयता	પરિમાણીયતા
dimensionless	विमाहीन, अविम	પરિમાણહીન
dimension of an equation	समीकरण विमा	સમીકરણનું પરિમાણ
diophantine equation	डायोफैन्टस का समीकरण	ડાયોફેન્ટાઈન સમીકરણ
dip angle	नति कोण	અધઃકોણ
dipolar coordinates	द्वियुग्मध्रुवी निर्देशांक	દ્વિધ્રુવીય યામ
dipole	द्विध्रुव	દ્વિધ્રુવ
dipyramid (bipyramid)	द्विपिरामिड	દ્વિપિરામિડ
Dirac delta function	डिरैक डेल्टा फलन	ડિરાક ડેલ્ટા વિધેય
direct common tangent	उभयनिष्ठ अनुस्पर्श रेखा	પ્રત્યક્ષ સામાન્ય સ્પર્શક
directed angle	दिष्ट कोण	દિગ્કોણ, દિશિત ખૂણો
directed line	दिष्ट रेखा	દિશિત રેખા
directional derivative	दिक्-अवकलज	દિગ્વિકલિત
direction cosine	दिक्कोज्या, दिक्-कोसाइन	દિગ્કોજ્યા, ડાયરેક્શન કોસાઈન
direction of maxima	उच्चिष्ठ की दिशा	ઉચ્ચતમની દિશા, અધિક્તમની દિશા
direction of projection	प्रक्षेपण दिशा	પ્રક્ષેપણની દિશા
direction ratio	दिक्-अनुपात	દિગ્ગુણોત્તર
director circle	नियामक वृत्त	નિયામકવૃત્ત
director sphere	नियामक गोला	નિયામક ગોલક
direct product	अनुलोम गुणनफल	અનન્યજોડ ગુણાકાર
direct proof	1. प्रत्यक्ष प्रमाण 2. प्रत्यक्ष उपपत्ति	પ્રત્યક્ષ સાબિતી
direct proportion	अनुक्रमानुपात	સમપ્રમાણ
directrix	नियता	નિયામિકા
direct sum	अनुलोम योगफल	અનન્યજોડ સરવાળો
disconncted sets	असंबद्ध समुच्चय	વિભક્ત ગણ
discontinuity	1. असांतत्य 2. असातत्य 3. भंग	અસાતત્ય
discontinuity of derivative	अवकलज का असांतत्य	વિકલિતનું અસાતત્ય
discontinuity of the first kind	प्रथम प्रकार का असांतत्य	પ્રથમ પ્રકારનું અસાતત્ય
discontinuity of the second kind	द्वितीय प्रकार का असांतत्य	દ્વિતીય પ્રકારનું અસાતત્ય
discontinuous distribution	असंतत वितरण	અસતત વિતરણ
discontinuous function	असंतत फलन	અસતત વિધેય
discontinuous variate	असंतत विचर	અસતત ચલ
discrete	विविक्त	વિકીર્ણ
discrete distribution	असंतत बंटन	વિકીર્ણ વિતરણ
discrete probability distribution	असंतत प्रायिकता बंटन	વિકીર્ણ સંભાવના વિતરણ
discrete random variable	असंतत यादृच्छिक चर	વિકીર્ણ યાદૃચ્છિક ચલ
discrete sample space	असंतत प्रतिदर्श समष्टि	વિકીર્ણ નિદર્શ અવકાશ
discrete set	विविक्त समुच्चय	વિકીર્ણ ગણ
discrete space	विविक्त समष्टि	વિકીર્ણ અવકાશ
discrete topology	विविक्त संस्थिति	વિકીર્ણ સંસ્થિતિ
discrete variate	असंतत विचर	વિકીર્ણ ચલ

discriminant	विविक्तकर	વિવેચક
discriminatory analysis (=discriminant analysis)	विविक्तकर विश्लेषण	વિવેચનાત્મક વિશ્લેષણ
disjoint	असंयुक्त	અલગ, ભિન્ન
disjoint events	असंयुक्त घटना	અલગ ઘટનાઓ, ભિન્ન ઘટનાઓ
disjoint sets	असंयुक्त समुच्चय	અલગ ગણ, ભિન્ન ગણ
disjoint union	असंयुक्त सम्मिलन	અલગ યોગ
disjunction	1. वियोजन 2. तर्क-संगत योग	વિયોજન
dispersion	1. परिक्षेपण 2. प्रकीर्णन	પ્રસરણ
dispersion chart	परिक्षेपण संचित्र	પ્રસરણ-આલેખ
dispersion constant	परिक्षेपणांक	પ્રસરણાંક
dispersion diagram	परिक्षेपण-आरेख	પ્રસરણ-આકૃતિ
dispersion matrix (=covariance matrix)	परिक्षेपण-मैट्रिक्स	પ્રસરણ-શ્રેણિક
displacement	विस्थापन	સ્થાનાંતર
display	प्रदर्श	દર્શાવવું, દર્શી (ડિસ્પ્લે)
display unit (=consol)	कन्सोल	દર્શાવતું એકમ (ડિસ્પ્લે યુનિટ), કળપટ એકમ
dissimilar	असमरूप, असमान	અસમરૂપ, અસમાન, વિષમ
dissipative forces	क्षयकारी बल	વિઘટનકારી બળ
distance function	दूरी-फलन	અંતરવિધેય
distance modulus	दूरी-मापांक	અંતર માનાંક
distribution-free method	बंटन-निरपेक्ष विधि	વિતરણ-મુક્ત પદ્ધતિ
distributive law	वितरण-नियम, बंटन-नियम	વિભાજનનો નિયમ
diverge	अपसारित करना, अपसारित होना	અપસરવું
divergence	1. अपसरण, अपसारिता 2. डाइवर्जेन्स	અપસાર (ડાયવર્જન્સ)
divergence theorem	अपसरण प्रमेय	ડાયવર્જન્સ પ્રમેય
divergent	अपसारी	અપસારી
divergent series	अपसारी श्रेणी	અપસારી શ્રેઢી
divided difference	विभाजित अंतर	વિભાજિત અંતર
divisibility	भाज्यता, विभाज्यता	વિભાજ્યતા
divisible	भाज्य, विभाज्य	વિભાજ્ય
division	1. भाग, प्रभाग 2. विभाजन	ભાગ, ભાગાકાર, વિભાજન
division algorithm	विभाजन-कलन विधि	ભાગાકાર વિધિ
division ring	विभाजन-वलय	ભાગાકાર મંડળ
dodecagon	द्वादशभुज	દ્વાદશકોણ
dodecahedron	द्वादशफलक	દ્વાદશફલક
domain	1. प्रक्षेत्र 2. डोमेन, प्रांत 3. प्रदेश	પ્રદેશ
domain of a function	फलन का प्रांत	વિધેયનો પ્રદેશ
domain of definition	परिभाषा-प्रांत	વ્યાખ્યાનો પ્રદેશ
domain of existence	अस्तित्व-प्रांत	અસ્તિત્વ પ્રદેશ
dominance in general games	सामान्य खेलों में प्रमुखता	ગેઈમ થીયરીમાં પ્રભાવકતા
dominant strategy	अभिभावी युक्ति	પ્રભાવી વ્યૂહ
doppler effect	डॉप्लर प्रभाव	ડોપ્લર-અસર
dot product	बिन्दु-गुणनफल, अदिश गुणनफल	અદિશ ગુણાકાર, ડૉટ ગુણાકાર
dotted curve	बिन्दुकित वक्र	ત્રુટક વક
double differentiation	द्विशः अवकलन	દ્વિવિધ વિકલન

double exponential distribution	द्विक चरघातांकीय बंटन	દ્વિ-ઘાતાંકીય વિતરણ
double helix	द्विकुंडली	દ્વિકુંડલિની
double integral	द्विशः समाकल	દ્વિસંકલ
double integration	द्विशः समाकलन	દ્વિસંકલન
double limit	द्विक सीमा	દ્વિલક્ષ
double sampling plan	द्विशः प्रतिचयन आयोजन	દ્વિનિદર્શ યોજના
double sequence	द्विक अनुक्रम	દ્વિશ્રેણી
double series	द्विक श्रेणी	દ્વિશ્રેઢી
double suffix notation	द्वि-अनुलग्नी संकेतन	દ્વિ-અનુગ સંકેત
double summation	द्विक संकलन	દ્વિગુણ સરવાળો
downward acceleration	अधोमुखी त्वरण	અધોગામી પ્રવેગ
downward displacement	अधोमुखी विस्थापन	અધોગામી સ્થાનાંતર
downward motion	अधोमुखी गति	અધોગામી ગતિ
downward velocity	अधोमुखी वेग	અધોગામી વેગ
drag	कर्षण	કર્ષણ
drag force	कर्षण-बल	કર્ષણ-બળ
dual	द्वैती	દ્વંદ્વ
dual basis	द्वैत आधार	દ્વંદ્વાધાર
dual inner product	द्वैत आंतरिक गुणनफल	દ્વંદ્વ અંતઃગુણન
dual linear programming problem	द्वैती रैखिक प्रोग्रामन समस्या	દ્વંદ્વ સુરેખ આયોજન સમસ્યા
dual operation	1. द्वि प्रचालन 2. द्वैती संक्रिया	દ્વંદ્વ પ્રક્રિયા
dual problem	द्वैत समस्या	દ્વંદ્વ સમસ્યા
dual simplex algorithm	द्वैत एकल कलन-विधि	દ્વંદ્વ પ્રગણવિધિ
dual simplex technique	द्वैत एकल प्रविधि	દ્વંદ્વ પ્રગણ પ્રયુક્તિ
dual space	द्वैत समष्टि	દ્વંદ્વાવકાશ
dual variable	द्वैत चर	દ્વંદ્વ ચલ
dual vector space	द्वैत सदिश समष्टि	દ્વંદ્વ સદિશ અવકાશ
dummy index	मूक सूचकांक	નિષ્પ્રભાવી સૂચકાંક
dummy subscript	मूक पादांक	નિષ્પ્રભાવી પાદાંક
dummy suffix	मूक अनुबंध	નિષ્પ્રભાવી પ્રત્યય
dummy variable	मूक चर	નિષ્પ્રભાવી ચલ
duplicator process	अनुलिपि-प्रक्रम	પ્રતિકૃતિકાર પ્રક્રિયા
dynamical	गतिकीय	ગતિકીય
dynamical system	गतिकीय तंत्र	ગતિકીય સંહતિ
dynamic demand function	गतिक मांग फलन	ગતિશીલ માંગ વિધેય
dynamic model	गत्यात्मक निदर्श	ગતિશીલ પ્રતિરૂપ
dynamic programming	गत्यात्मक प्रोग्रामन	ગતિશીલ આયોજન
dynamic programming approach	गतिशील प्रोग्रामन उपगमन	ગતિશીલ આયોજન અભિગમ
dynamic programming technique	गतिशील प्रोग्रामन प्रविधि	ગતિશીલ આયોજન પ્રયુક્તિ
dynamics	गतिविज्ञान, गतिकी	ગતિશાસ્ત્ર
dynamics of a particle	कण-गतिकी	કણનું ગતિશાસ્ત્ર
dynamics of rigid bodies	दृढ़ पिंड गतिकी	દૃઢ પિંડનું ગતિશાસ્ત્ર
E		
earth	1. भू, पृथ्वी, भूमि 2. मृत्तिका, मृदा 3. भूसंपर्कित करना, भूसंपर्क करना (क्रि.)	પૃથ્વી

earthquake intensity	भूकंप तीव्रता	ભૂકંપની તીવ્રતા
eccentricity	उत्केंद्रता	ઉત્કેન્દ્રતા
eclipse	ग्रहण	ગ્રહણ
econometric forecast	अर्थमितीय पूर्वानुमान	અર્થમિતિ પૂર્વાનુમાન
econometrician	अर्थमितिज्ञ	અર્થમિતિજ્ઞ
econometrics	अर्थमिति	અર્થમિતિશાસ્ત્ર
economics	अर्थशास्त्र	અર્થશાસ્ત્ર
edge	कोर, किनारा, अश्रि	કોર, કિનારી, ધાર
edge of a convex set	अवमुख समुच्चय कोर	બહિર્મુખ ગણની ધાર
efficiency factor	दक्षतांक	દક્ષતાંક
eigen element	अभिलक्षणिक अवयव	આઈગન ઘટક, લાક્ષણિક ઘટક
eigen function	अभिलक्षणिक फलन	આઈગન વિધેય, લાક્ષણિક વિધેય
eigen value	आइगेन मान, अभिलक्षणिक मान	આઇગન મૂલ્ય, લાક્ષણિક મૂલ્ય
eigen value equation	अभिलक्षणिक मान समीकरण	આઈગન મૂલ્ય સમીકરણ, લાક્ષણિક સમીકરણ
eigen vector	आइगेन वेक्टर, अभिलक्षणिक सदिश	આઈગન સદિશ, લાક્ષણિક સદિશ
elastic	प्रत्यास्थ	સ્થિતિસ્થાપક
elastic constant	प्रत्यास्थतांक	સ્થિતિસ્થાપકતાંક
elastic equilibrium	प्रत्यास्थ साम्यावस्था	સ્થિતિસ્થાપક સંતુલન
elasticity	प्रत्यास्थता	સ્થિતિસ્થાપકતા
elasticity surface	प्रत्यास्थता-पृष्ठ	સ્થિતિસ્થાપકતા પૃષ્ઠ
electronic computer	इलेक्ट्रॉनिक अभिकलित्र, इलेक्ट्रॉनिक कम्प्यूटर	વીજાણુ સંગણક, ઈલેક્ટ્રોનિક કમ્પ્યુટર
element	1. तत्व 2. अल्पांश 3. अवयव	ઘટક, સભ્ય
elementary column operation	प्रारंभिक स्तंभ संक्रिया	પ્રાથમિક સ્તંભપ્રક્રિયા
elementary event	प्रारंभिक घटना	મૂળભૂત ઘટના
elementary function	प्रारंभिक फलन	મૂળભૂત વિધેય, પાયાનું વિધેય
elementary operation	प्रारंभिक संक्रिया	મૂળભૂત પ્રક્રિયા
elementary outcome	प्रारंभिक परिणाम	પ્રાથમિક પરિણામ
elementary probability law	प्रारंभिक प्रायिकता नियम	પ્રાથમિક સંભાવનાનો નિયમ
elementary row operation	प्रारंभिक पंक्ति संक्रिया	પ્રાથમિક હાર-પ્રક્રિયા
eliminate	विलुप्त करना, विलोपन करना, निराकरण	લોપ કરવો
elemination procedure	निराकरण प्रक्रिया	લોપ પ્રક્રિયા
ellipse	दीर्घवृत्त, इलिप्स	ઉપવલય
ellipsoid	दीर्घवृत्तज	ઉપવલયજ
ellipsoidal	दीर्घवृत्तजीय	ઉપવલયજનું
ellipsoidal surface	दीर्घवृत्तजीय पृष्ठ	ઉપવલયજ આકારનું પૃષ્ઠ
elliptical body	दीर्घवृत्ताकार पिंड	ઉપવલયાકાર પિંડ
embedding	अंतःस्थापन	અંતઃસ્થાપન
emission	उत्सर्जन	ઉત્સર્જન
empirical data	आनुभविक न्यास	આનુભાવિક માહિતી, અનુભવ આધારિત માહિતી
empirical formula	मूलानुपाती सूत्र	આનુભાવિક સૂત્ર, અનુભવ આધારિત સૂત્ર
empirical probability	आनुभविक प्रायिकता	આનુભાવિક સંભાવના, અનુભવ આધારિત સંભાવના
empirical relation	आनुभविक संबंध	આનુભાવિક સંબંધ, અનુભવ આધારિત સંબંધ
empty set	रिक्त समुच्चय	ખાલી ગણ, રિક્ત ગણ
enclosed	परिबद्ध	આવૃત

encoding	कूटलेखन, कोडन	સંકેતીકરણ
endomorphism	अंतराकारिता	અંતઃરૂપતા
end point	अंत्य बिंदु	અંત્યબિંદુ
end point of class interval	वर्गांतराल के अंत्य बिंदु	વર્ગ અંતરાલનું અંત્યબિંદુ
energy	ऊर्जा	ઊર્જા
energy momentum component	ऊर्जा-संवेग घटक	શક્તિ-વેગમાન ઘટક
entering variable	प्रवेशी चर	પ્રવેશી ચલ
enumerable set	गणनीय समुच्चय	ગણ્ય ગણ
enumeration	गणन, गिनना	ગણન
equal	समान, बराबर, सम, तुल्य	સરખું, બરાબર, સમાન
equality	समता, समिका	સમાનતા
equally likely	समप्रायिक	સમસંભાવી
equal probability selection method (=epsem)	सम प्रायिकता वरण विधि	સમસંભાવના પસંદગી પદ્ધતિ
equate	समान करना	સરખાવવું
equation	1. समीकरण 2. समीकार	સમીકરણ
equation of first degree	एकघात समीकरण	એકઘાત સમીકરણ, એકપરિમાણીય સમીકરણ
equation of second degree	द्विघात समीकरण	દ્વિઘાત સમીકરણ, દ્વિપરિમાણીય સમીકરણ
equation of third degree	त्रिघात समीकरण	ત્રિઘાત સમીકરણ, ત્રિપરિમાણીય સમીકરણ
equator	विषुवत वृत, भूमध्यरेखा, इक्वेटर, मध्यरेखा	વિષુવવૃત્ત
equicontinuous	समसंतत	સમસતત
equilateral	समबाहु	સમબાજુ, સમભુજ
equilibrium	साम्यावस्था, साम्य, संतुलन	સંતુલન
equilibrium of forces	बल-संतुलन	બળોનું સંતુલન
equilibrium point	संतुलन बिंदु	સંતુલનબિંદુ
equilibrium point of finite game	परिमित खेल का संतुलन बिंदु	સાંત રમતનું સંતુલનબિંદુ
equivalence	तुल्यता	સામ્ય
equivalence class	तुल्यता-वर्ग	સામ્ય વર્ગ
equivalence relation	तुल्यता-संबंध	સામ્ય સંબંધ
equivalent	तुल्य, तुल्यमान (वि.), तुल्यांक (सं.)	સમતુલ્ય, સામ્ય, સમાનર્થી
equivalent matrix	तुल्य मैट्रिक्स	સામ્ય શ્રેણિક
equivalent set	तुल्य समुच्चय	સામ્ય ગણ
ergodicity	अभ्यतिप्रायता	અર્ગોડિસીટી
error	त्रुटि, भूल, गलती, अशुद्धि	ત્રુટિ, ભૂલ
error analysis	त्रुटि-विश्लेषण	ત્રુટિ વિશ્લેષણ
error code	त्रुटि कोड	ત્રુટિ સંકેત
error coefficient	त्रुटि गुणांक	ત્રુટિ સહગુણક
error of mean square	वर्ग माध्य त्रुटि	વર્ગ મધ્યક ત્રુટિ
error of the first kind	प्रथम प्रकार की त्रुटि	પ્રથમ પ્રકારની ત્રુટિ
error of the second kind	द्वितीय प्रकार की त्रुटि	દ્વિતીય પ્રકારની ત્રુટિ
escape probability	पलायन-प्रायिकता	પલાયન સંભાવના
escape velocity	पलायन वेग	પલાયન વેગ
E. Schmidt's orthogonalization process	ई. श्मिट लांबिकीकरण प्रक्रम	ઈ. શ્મિટની લંબીકરણની પ્રક્રિયા
escribed circle	बहिर्वृत्त	બહિર્વૃત્ત
essential	सारभूत, अनिवार्य	જરૂરી, અનિવાર્ય

essentially unique	वस्तुतः अद्वितीय	અનિવાર્ય અનન્ય, સારરૂપ અનન્ય
estimate	आकलन करना, आकलित करना (क्रि.) आकलन (सं.)	અંદાજ કાઢવો, આગણન કરવું
estimation method	आकलन विधि	આનુમાનિક પદ્ધતિ
Euclidean coordinate	यूक्लिडीय निर्देशांक	યુક્લિડીય યામ
Euclidean domain	यूक्लिडीय डोमेन	યુક્લિડીય પ્રદેશ
Euclidean geometry	यूक्लिडीय ज्यामिति	યુક્લિડીય ભૂમિતિ
Euclidean n-space	यूक्लिडीय n-समष्टि	યુક્લિડીય n-અવકાશ
Euclidean plane	यूक्लिडीय समतल	યુક્લિડીય સમતલ
Euler's theorem	ऑयलर प्रमेय	ઓઇલરનું પ્રમેય
evaluate	मान निकालना, मूल्यांकन करना	મૂલ્યાંકન કરવું
even	सम	યુગ્મ, બેકી
even curve	सम वक्र	સમવક
even function	सम फलन	યુગ્મ વિધેય
even multiple	सम अपवर्त्य	યુગ્મ અવયવી, યુગ્મ ગુણિત
even number	सम संख्या	યુગ્મ સંખ્યા, બેકી સંખ્યા
even odd symmetry	सम-विषम सममिति	યુગ્મ-અયુગ્મ સંમિતતા
even permutation	सम क्रमचय	યુગ્મ ક્રમચય
event	घटना, अनुवृत्त	ઘટના
even term	समपद	યુગ્મપદ
exact	यथातथ, यथार्थ, बिल्कुल ठीक	ચોક્કસ, યથાર્થ
exact chi-square test	यथातथ काई-वर्ग परिक्षण	યથાર્થ કાઈવર્ગ કસોટી
exact differential	यथातथ अवकल	યથાર્થ વિકલ, ચોક્કસ વિકલ
exact equation	यथातथ समीकरण	યથાર્થ સમીકરણ, ચોક્કસ સમીકરણ
example	उदाहरण	ઉદાહરણ, દાખલો
exchange	विनिमय	વિનિમય
exhaustive event	निश्शेष घटना	નિ:શેષ ઘટના
existence axiom	अस्तित्व अभिगृहीत	અસ્તિત્વની પૂર્વધારણા
existence probability (= a priori probability)	अस्तित्व प्रायिकता	અસ્તિત્વની સંભાવના
existence theorem	अस्तित्व प्रमेय	અસ્તિત્વ પ્રમેય
exogenous variable	बाह्य चर	બાહ્ય ચલ
expansion	प्रसार, प्रसरण	વિસ્તરણ
expectation function	प्रत्याशा फलन	અપેક્ષા વિધેય
expected frequency	प्रत्याशित बारंबारता	અપેક્ષિત આવૃત્તિ
expected value	प्रत्याशित मान	અપેક્ષિત મૂલ્ય
experiment	प्रयोग	પ્રયોગ
experimental error	प्रायोगिक भूल, प्रायोगिक त्रुटि	પ્રાયોગિક ત્રુટિ, પ્રાયોગિક ભૂલ
explanation	व्याख्या, स्पष्टीकरण	સમજૂતી
explicit equation	स्पष्ट समीकरण	સ્પષ્ટ સમીકરણ
explicit form	स्पष्ट रूप	સ્પષ્ટ સ્વરૂપ
explicit function	स्पष्ट फलन	સ્પષ્ટ વિધેય
explicit solution	स्पष्ट हल	સ્પષ્ટ ઉકેલ
exponent	घातांक	ઘાતાંક
exponential curve	चरघातांकी वक्र	ઘાતાંકીય વક
exponential density function	चरघातांकी प्रायिकता फलन	ઘાતાંકીય ઘનતા વિધેય

exponential distribution	चरघातांकी बंटन	ઘાતાંકીય વિસ્તરણ
exponential equation	चरघातांकी समीकरण	ઘાતાંકીય સમીકરણ
exponential function	चरघातांकी फलन	ઘાતાંકીય વિધેય
exponential growth	एक्सपोनेन्टी वृद्धि, चरघातांकी वृद्धि	ઘાતાંકીય વૃદ્ધિ
exponential law	चरघातांकी नियम	ઘાતાંકીય નિયમ
exponential map	चरघातांकी प्रतिचित्र	ઘાતાંકીય આલેખ
exponential series	एक्सपोनेन्टी श्रेणी, चरघातांकी श्रेणी	ઘાતાંકીય શ્રેઢી
expression	1. निष्पीडन 2. व्यंजक 3. मुखाकृति, भावकृति	અભિવ્યક્તિ
extended interval	विस्तरित अंतराल	વિસ્તારિત અંતરાલ
extended real line	वर्धित वास्तविक रेखा	વિસ્તારિત વાસ્તવિકરેખા
extended real number system	विस्तरित वास्तविक संख्या निकाय	વિસ્તારિત વાસ્તવિક સંખ્યાસંહતિ
extension of a mapping	प्रतिचित्रण विस्तार	વિધેયનું વિસ્તરણ
exterior angle	बहिष्कोण	બહિષ્કોણ
exterior area	बाह्य क्षेत्र	બાહ્યક્ષેત્ર
exterior point	बाह्य बिंदु	બાહ્યબિંદુ
external	बाह्य	બાહ્ય, બહિર્
extrapolation of trend value	उपनति मान का बहिर्वेशन	વલણ મૂલ્યનું બહિર્વેશન
extrapolation technique	बहिर्वेशन तकनीक	બહિર્વેશન પ્રયુક્તિ
extremal value	चरम मान	ચરમ મૂલ્ય
extreme	1. अत्यंत 2. अंत 3. चरम, पराकाष्ठा	ચરમ
extreme point	चरम बिंदु	ચરમ બિંદુ
extreme point of convex set	अवमुख समुच्चय का चरम बिंदु	બહિર્મુખ ગણનું ચરમ બિંદુ
extremum of a function	फलन का चरम मान	વિધેયનું ચરમમાન
extremum property	चरम गुणधर्म	ચરમમાન ગુણધર્મ
F		
face	1. फलक, पार्श्व 2. अंताग्र	ફલક, પૃષ્ઠ, બાજુ
face value	अंकित मूल्य	અંકિતમૂલ્ય
factor	1. घटक, उपादान, कारक 2. खंड, गुणनखंड, गुणक	અવયવ
factor analysis	उपादान विश्लेषण	અવયવ વિશ્લેષણ
factored	खंडित	અવયવિત
factorial	क्रमगुणित	ક્રમગુણિત
factorial design	बहु-उपादानी अभिकल्पना	ક્રમગુણિત રચના
factorization	गुणनखंडन	અવયવીકરણ
factorise	गुणनखंड करना	અવયવ પાડવા
fair game	न्याय्य खेल	તટસ્થ રમત
false	आभासी, मिथ्या, कूट	ખોટું, મિથ્યા
family	1. कुटुंब, परिवार 2. कुल, फैमिली	સંહતિ, સમુદાય
family of circles	वृत्त-कुल	વર્તુળ સંહતિ, વર્તુળ સમુદાય
family curves	वक्र-कुल	વક્ર સંહતિ, વક્ર સમુદાય
family of functions	फलन-परिवार	વિધેય સંહતિ, વિધેય સમુદાય
family of lines	रेखा-कुल	રેખા સંહતિ, રેખા સમુદાય
facsimile	प्रतिकृति	પ્રતિકૃતિ
F-distribution	F-बंटन	F-વિતરણ

feasible basic solution	सुसंगत आधारी हल	મૂળભૂત શક્ય ઉકેલ
feasible solution	सुसंगत हल	શક્ય ઉકેલ
feed back	पुनर्भरण, पुनर्निवेश	પ્રતિપુષ્ટિ
Fermat principle	फ़र्मा का नियम	ફર્માનો સિદ્ધાંત
Fermat's theorem	फ़र्मा का प्रमेय	ફર્માનો પ્રમેય
Fermi-Dirac statistics	फर्मी-डिरैक-सांख्यिकी	ફર્મી-ડીરાક આંકડાઓ
Fibonacci number	फिबोनाशी-संख्या	ફીબોનાકી સંખ્યા
Fibonacci series	फिबोनाशी श्रेणी	ફીબોનાકી શ્રેઢી
field	1. क्षेत्र 2. क्षेत्रक 3. खेत 4. फील्ड	ક્ષેત્ર, પ્રદેશ
final velocity	अंतिम वेग	અંતિમ વેગ
finite	1. परिमित 2. सांत	સાંત
finite basis	परिमित आधार	સાંત આધાર
finite decimal	परिमित दशमलव	સાંત દશાંશ
finite difference	परिमित अंतर	સાંત અંતર, સાંત તફાવત, પરિમિત અંતર
finite difference method	परिमित अंतर विधि	સાંત અંતર પદ્ધતિ
finite dimensional	परिमितविमीय	સાંત પરિમાણીય
finite dimensional vector space	परिमितविमीय सदिश समष्टि	સાંત પરિમાણીય સદિશ અવકાશ
finite game	परिमित खेल	સાંત રમત
finite geometry	परिमित ज्यामिति	સાંત ભૂમિતિ
finite intersection	परिमित सर्वनिष्ठ	સાંત છેદ
finite many	परिमितानेक	સાંત સંખ્યામાં
finite Markov chain	परिमित मार्कोव श्रृंखला	સાંત માર્કોવ શૃંખલા
finiteness proof	परिमितता उपपत्ति	સાંત હોવાની સાબિતી
finite number	परिमित संख्या	સાંત સંખ્યા
finite population	परिमित समष्टि	સાંત સમષ્ટિ, સાંત નિદર્શાવકાશ
finite probability	परिमित प्रायिकता	સાંત સંભાવના
finite series	सांत श्रेणी	સાંત શ્રેઢી
finite set	परिमित समुच्चय	સાંત ગણ
finite velocity	परिमित वेग	સાંત વેગ
finite volume	परिमित आयतन	સાંત કદ, સાંત ઘનફળ
fitting	मिलाना, समंजन	અન્વાયોજન
fitting of curve	वक्र समंजन	વક્રનું અન્વાયોજન
fitting of straight line	सरल रेखा समंजन	સુરેખાનું અન્વાયોજન
fixed point theorem	नियत बिंदु प्रमेय	સ્થિરબિંદુ પ્રમેય
fixed sample	नियत प्रतिदर्श	નિયત નિદર્શ
flight velocity	उड़ान वेग	ઉડ્ડયન વેગ
floating point arithmetic	चल बिंदु परिकलन	ચલબિંદુ અંકગણિત
floating point system	चल बिंदु प्रणाली, चल बिंदु पद्धति	ચલબિંદુ પધ્ધતિ
flow chart	प्रवाह-संचित्र	પ્રવાહ આલેખ
flow velocity	प्रवाह-वेग	પ્રવાહ વેગ
fluid dynamics	तरल-गतिकी	દ્રવગતિશાસ્ત્ર
focal	1. नाभीय 2. संनाभि 3. फोकसी	નાભીય
focal chord	नाभीय जीवा	નાભિજીવા
focal distance	नाभीय दूरी	નાભ્યાંતર
focal length	नाभीय लंबाई	નાભિલંબાઈ

focus	1. नाभि 2. फोकस 3. उद्गम केंद्र	નાભિ
foot	1. पद, पाद 2. फुट	પાદ, ફૂટ
foot of perpendicular	लंबपाद	લંબપાદ
force of gravity	गुरुत्व-बल	ગુરુત્વબળ
forecasting	पूर्वानुमान	પૂર્વાનુમાન, આગાહી
formula	सूत्र	સૂત્ર
formulate	सूत्रण	રચના કરવી
formulation	1. संरूपण 2. संरूप 3. सूत्रण	સુત્રીકરણ, રચના
forward difference	अग्रांतर	અગ્રાંતર
forward interpolation	अग्र अंतर्वेशन	અગ્ર અંતર્વેશન
foundation of mathematics	गणित का मूलाधार	ગણિતની બુનિયાદ, ગણિતનો પાયો
Fourier's analysis	फूरिये-विश्लेषण	ફૂરીયર-વિશ્લેષણ
Fourier's series	फूरिये श्रेणी	ફૂરીયર-શ્રેઢી
Fourier's transform	फूरिये रूपांतर	ફૂરીયર-રૂપાંતર
fraction	भिन्न	અપૂર્ણાંક, ખંડ
fractional coordinate	भिन्नात्मक निर्देशांक	અપૂર્ણાંક યામ
fractional number	भिन्नात्मक संख्या	અપૂર્ણાંક સંખ્યા
fractional programming	भिन्नात्मक क्रमादेशन	અપૂર્ણાંક આયોજન
free path	मुक्त पथ	મુક્ત પથ
free vector	मुक्त सदिश, मुक्त वेक्टर	મુક્ત સદિશ
frequency	1. आवृत्ति 2. बारंबारता	આવૃત્તિ
frequency column	बारंबारता स्तंभ	આવૃત્તિ સ્તંભ
frequency curve	बारंबारता वक्र, आवृत्ति वक्र	આવૃત્તિ વક્ર
frequency distribution	बारंबारता-बंटन	આવૃત્તિ વિતરણ
frequency histogram	बारंबारता आयतचित्र	આવૃત્તિ સ્તંભાલેખ
frequency of occurrence	घटना-बारंबारता	ઉદભવની આવૃત્તિ
frequency polygon	बारंबारता-बहुभुज	આવૃત્તિ બહુકોણ
frequency table	बारंबारता-सारणी	આવૃત્તિ કોષ્ટક
frustum	छिन्नक	સમખંડ
frustum of a pyramid	पिरामिड का छिन्नक	પિરામિડનો સમખંડ
frustum of a sphere	गोले का छिन्नक	ગોલકનો સમખંડ
full expansion	पूर्ण प्रसार	પૂર્ણ વિસ્તરણ
function	1. प्रकार्य 2. फलन, फंक्शन 3. अभिलक्षक (समूह)	વિધેય
functional analysis	फलन विश्लेषण	વિધેયક વિશ્લેષણ
fundamental	मूल, मौलिक	મૂળભૂત
fundamental theorem	मूल प्रमेय	મૂળભૂત પ્રમેય
fundamental theorem of algebra	बीजगणित का मूल प्रमेय	બીજગણિતનું મૂળભૂત પ્રમેય
G		
galaxy	गैलेक्सी, आकाश-गंगा	આકાશગંગા
Galois field	गाल्वा क्षेत्र	ગાલ્વા ક્ષેત્ર
Galois group	गाल्वा समूह	ગાલ્વા સમૂહ
gambler's ruin	जुआरी का वित्तनाश	જુગારીની બરબાદી
game and move	खेल और चाल	રમત અને ચાલ
game of chance	संयोग का खेल	સંયોગની રમત

game of dice	पाशक क्रीड़ा, पासे का खेल	પાસાની રમત
games theory	खेल सिद्धांत	રમત સિદ્ધાંત
games with perfect recall	पूर्ण स्मरण वाले खेल	પૂર્ણસ્મરણ-રમત
game value	खेल मान	રમત-માન
gamma function	गामा-फलन	ગામા વિધેય
Gauss-Argand plane	गाउस-आरगाँ समतल	ગૉસ-આરગાં સમતલ
Gaussian curve	गाउस-वक्र	ગૉસ-વક
Gaussian elimination	गाउसीय निराकरण	ગૉસની પધ્ધતિથી લોપ
Gaussian plane	गाउस-समतल	ગૉસ સમતલ
Gauss-Jordan reduction	गाउस-जोरदाँ समानयन	ગૉસ-જૉર્ડન સંક્ષેપણ
general case	व्यापक स्थिति	વ્યાપક સ્થિતિ
general convergence theorem	व्यापक अभिसरण प्रमेय	અભિસારનું વ્યાપક પ્રમેય
general equation	व्यापक समीकरण	વ્યાપક સમીકરણ
general factor	व्यापक उपादान	સામાન્ય અવયવ
general form	सामान्य रूप, व्यापक रूप	વ્યાપક સ્વરૂપ, સામાન્ય સ્વરૂપ
general formula	सामान्य सूत्र	વ્યાપક સૂત્ર
general game	व्यापक खेल	વ્યાપક રમત
general inference	सामान्य अनुमान	સામાન્ય અનુમાનિત તારણ
general integral	व्यापक समाकल	વ્યાપક સંકલ
generalization	व्यापकीकरण	વ્યાપકીકરણ, સામાન્યીકરણ
generalised associative law	व्यापकीकृत साहचर्य नियम	જૂથનો વ્યાપક નિયમ
generalised continuum hypothesis	व्यापकीकृत सांतत्यक परिकल्पना	સાતત્યકનો વ્યાપક અધિતર્ક
generalised convex function	व्यापकीकृत अवमुख फलन	વ્યાપક બહિર્મુખ વિધેય
generalised coordinates	व्यापकीकृत निर्देशांक	વ્યાપક યામ
generalised eigen value problem	व्यापकीकृत आइगन मान समस्या	વ્યાપકીકૃત લાક્ષણિક મૂલ્ય સમસ્યા
generalised expression	व्यापकीकृत व्यंजक	વ્યાપકીકૃત અભિવ્યક્તિ
generalised form	व्यापकीकृत आकृति	વ્યાપકીકૃત સ્વરૂપ
generalised indefinite integral	व्यापकीकृत अनिश्चित समाकल	વ્યાપકીકૃત અનિયત સંકલ
generalised integral	व्यापकीकृत समाकल	વ્યાપકીકૃત સંકલ
generalised linear programming problem	व्यापकीकृत रैखिक प्रोग्रामन समस्या	વ્યાપક સુરેખ આયોજન સમસ્યા
general linear equation solver	व्यापक रैखिक समीकरण साधित्र	વ્યાપક સુરેખ સમીકરણ ઉકેલક
general linear group	व्यापक रैखिक समूह	વ્યાપક સુરેખ સમૂહ
general purpose computer	व्यापक प्रयोजन अभिकलित्र	સામાન્ય હેતુ સંગણક
general solution	व्यापक हल	વ્યાપક ઉકેલ
general term	व्यापक पद	વ્યાપક પદ, સામાન્ય પદ
general theory of relativity	व्यापक सापेक्षवाद, आपेक्षिकता का व्यापक सिद्धांत	વ્યાપક સાપેક્ષવાદ, સાપેક્ષવાદનો વ્યાપક સિદ્ધાંત
generating function	जनक फलन	જનક વિધેય, સર્જક વિધેય
generating line	जनक रेखा	સર્જકરેખા, જનકરેખા
generating routine	जनक नेमका	જનક પરિપાટી, સર્જક પરિપાટી
generating set	जनक समुच्चय	જનક ગણ, સર્જક ગણ
generation	1. पीढ़ी 2. उत्पादन 3. जनन	સર્જન, પેઢી
generator	1. जनक 2. जनित्र	જનક, સર્જક
generic name	वंश-नाम, वर्ग-नाम, जातिगत नाम	વર્ગનામ, વંશનામ
genus of surface	पृष्ठ-वंशांक	પૃષ્ઠ વંશાંક

geodesic	अल्पान्तरी, जियोडेसिक	ભૂરેખા
geometrical	ज्यामितीय	ભૌમિતિક
geometrical construction	ज्यामितीय रचना	ભૌમિતિક રચના
geometrical mean	गुणोत्तर माध्य	ગુણોત્તર મધ્યક
geometrical multiplicity	ज्यामितीय बहुगुणता	ભૌમિતિક બહુગુણિતા
geometrical probability	गुणोत्तर प्रायिकता	ભૌમિતિક સંભાવના
geometrical progression	गुणोत्तर श्रेढ़ी	સમગુણોત્તર શ્રેણી
geometrical series	गुणोत्तर श्रेणी	સમગુણોત્તર શ્રેઢી
geometrical shape	ज्यामितीय आकृति	ભૌમિતિક આકાર
geometrico arithmetic series	गुणोत्तर-समांतरीय श्रेणी	સમગુણોત્તરીય - સમાંતર શ્રેઢી
geometry	ज्यामिति, रेखागणित	ભૂમિતિ
global maximum	सार्वत्रिक अधिकतम	સાર્વત્રિક મહત્તમ
global minimising property	सार्वत्रिक अल्पतमक गुणधर्म	સાર્વત્રિક ન્યૂનતમતાનો ગુણધર્મ
global minimum	सार्वत्रिक न्यूनतम	સાર્વત્રિક ન્યૂનતમ
global optimum	सार्वत्रिक इष्टतम	સાર્વત્રિક ઇષ્ટતમ
global property	सार्वत्रिक गुणधर्म	સાર્વત્રિક ગુણધર્મ
global saddle point	सार्वत्रिक पल्याण बिंदु	સાર્વત્રિક જીનબિંદુ
goodness of fit	समंजन-सुष्ठुता	શ્રેષ્ઠ અન્વાયોજન
grade correlation	कोटि-सहसंबंध	કોટિ - સહસંબંધ
graded data	वर्गीकृत आंकड़े	કોટિકૃત માહિતી
gradient	प्रवणता, ग्रेडिएन्ट	ઢળાવ, ગ્રેડિયન્ટ
gradient density	प्रवणता-घनत्व	ઢળાવ - ઘનતા
gradient of line	रेखा की प्रवणता	રેખાનો ઢળાવ
gradient of velocity	वेग-प्रवणता	વેગ ઢળાવ
gradient vector	प्रवणता सदिश	ઢળાવ સદિશ
gradient velocity	प्रवणता वेग	ઢળાવવેગ
grading	1. कोटि निर्धारण 2. श्रेणीयन, श्रेणीकरण 3. तल संतुलन	કોટ્યાંકન, કોટિનિર્ધારણ
grading analysis	श्रेणीयन विश्लेषण	કોટ્યાંકન વિશ્લેષણ
gram	ग्राम	ગ્રામ
Gram determinant	ग्राम सारणिक	ગ્રામ-નિશ્ચાયક
Gram - Schmidt orthogonalization process	ग्राम- श्मिट लाम्बिकीकरण प्रक्रम	ગ્રામ - શ્મિટ લાંબિકીકરણ પ્રક્રિયા
grand mean	महामाध्य	મહામધ્યક
grand total	सर्वयोग	એકંદર સરવાળો
graph	ग्राफ, आलेख, लेखाचित्र	ગ્રાફ, આરેખ, આલેખ
graphic	आलेखी	આલેખી
graphical	आलेखी, ग्राफी	આલેખીય
graphical computation	आलेखी परिकलन	આલેખીય ગણતરી
graphical construction	ग्राफी रचना, आलेखी रचना	આલેખીય રચના
graphical integration	आलेखीय समाकलन	આલેખીય સંકલન
graphical interpolation	आलेखीय अंतर्वेशन	આલેખીય અંતર્વેશન
graphical method	ग्राफी विधि	આલેખીય પદ્ધતિ
graphical representation	आलेखी निरूपण, ग्राफी निरूपण	આલેખીય નિરૂપણ
graphic expression	आलेखी व्यंजन, आलेखी अभिव्यक्ति	આલેખી અભિવ્યક્તિ
graph paper	ग्राफ-पेपर, वर्गांकित कागज, ग्राफ-पत्र	આલેખ-પત્ર, ગ્રાફ પેપર

gravitation	गुरुत्वाकर्षण, गुरुत्व	ગુરુત્વાકર્ષણ
gravitational accelaration	गुरुत्वीय त्वरण	ગુરુત્વપ્રવેગ
gravitational attraction	गुरुत्वाकर्षण, गुरुत्वीय आकर्षण	ગુરુત્વાકર્ષણ
gravitational constant	गुरुत्वीय स्थिरांक	ગુરુત્વીય અચળાંક
gravitational curvature	गुरुत्वीय वक्रता	ગુરુત્વીય વક્રતા
gravitational force	गुरुत्वीय बल	ગુરુત્વાકર્ષણ બળ
gravitational pull	गुरुत्वीय कर्षण	ગુરુત્વીય કર્ષણ
gravity	गुरुत्व	ગુરુત્વ
great bear	सप्तर्षि	સપ્તર્ષિ
great circle	बृहत् वृत्त	ગુરુવૃત્ત
great - circle plane	बृहत् वृत्त-तल	ગુરુવૃત્ત તલ
great circle route	बृहत् वृत्त-मार्ग	ગુરુવૃત્ત માર્ગ
greatest common measure	महत्तम समापवर्तक	મહત્તમ સામાન્ય માપ
greatest element	महत्तम अवयव	અધિકતમ ઘટક
greatest lower bound	महत्तम निम्न परिबंध	મહત્તમ અધ:સીમા
great number	बृहत् संख्या	વિશાળ સંખ્યા
great triangle	बृहत् त्रिभुज	બૃહદ ત્રિકોણ
Gregorian calendar	ग्रेगोरी कैलेन्डर	ગ્રેગરીય કેલેન્ડર
Gregorian correction	ग्रेगोरी संशोधन	ગ્રેગરીય સુધારો
Gregory formula	ग्रेगोरी सूत्र	ગ્રેગરી સૂત્ર
Gregory - Newton formula	ग्रेगोरी-न्यूटन सूत्र	ગ્રેગરી - ન્યુટન સૂત્ર
Gregory series	ग्रेगोरी श्रेणी	ગ્રેગરી શ્રેઢી
gross	सकल, कुल (वि.) ग्रोस (सं.)	કુલ, એકંદર
gross correlation	सकल सहसंबंध	કુલ સહસંબંધ
gross error	सकल त्रुटि	કુલ ત્રુટિ
gross income	सकल आय	કુલ આવક, એકંદર આવક
group	1. वर्ग, समूह 2. संघ	સમૂહ, વર્ગ
group automorphism	समूह-स्वाकारिकता	સમૂહની સ્વરૂપતા
group axiom	समूह अभिगृहीत	સમૂહની પૂર્વધારણા
group control	समूह नियंत्रण	વર્ગ નિયંત્રણ
grouped series	समूहित श्रेणी	વર્ગિત શ્રેઢી
group of symmetries	सममितियों का समूह	સંમિતિ સમૂહ
group of transformation	रूपांतरण-समूह	પરિવર્તનોનો સમૂહ
groupoid	समूहाभ	સમુહાભ
group theoretical assumption	समूह सैद्धांतिक कल्पना	સમૂહશાસ્ત્રની ધારણા
group theory	समूह सिद्धांत	સમૂહશાસ્ત્ર
growth	वृद्धि	વૃદ્ધિ
growth formula	वृद्धि सूत्र	વૃદ્ધિ–સૂત્ર
growth rate	वृद्धि-दर	વૃદ્ધિ–દર
g-statistic	g-प्रतिदर्शज	g–આંકડાઓ
guessed average	अनुमानित माध्य	ધારિત સરેરાશ
H		
half adder	अर्ध योजक	અર્ધ – ઉમેરક
half open interval	अर्धविवृत अंतराल	અર્ધ - વિવૃત અંતરાલ
half space	अर्ध समष्टि	અર્ધાવકાશ

Hamilton Cayley Theorem	हैमिल्टन केली प्रमेय	હેમિલ્ટન - કેલી પ્રમેય
Hamiltonian operator	हैमिल्टनी प्रचालक	હેમિલ્ટોનીય કારક
Hamilton's quaternion algebra	हैमिल्टन की चतुष्टयी बीजावली	હેમિલ્ટનનું ચતુષ્ટયી બીજગણિત
harmonic	1. संनादी 2. प्रसंवादी, हार्मोनिक 3. हरात्मक	સ્વરિત, પ્રસંવાદી, હરાત્મક
harmonic envelope	हरात्मक अन्वालोप	સ્વરિત પરિસ્પર્શક, હરાત્મક પરિસ્પર્શક
harmonic mean	हरात्मक माध्य	સ્વરિત મધ્યક, હરાત્મક મધ્યક
harmonic progression	हरात्मक श्रेढ़ी	સ્વરિત શ્રેણી, હરાત્મક શ્રેણી
harmonics	प्रसंवादी विश्लेषण, गुणावृत्ति	પ્રસંવાદિતાશાસ્ત્ર, હરાત્મકતાશાસ્ત્ર, સ્વરિતતાશાસ્ત્ર
harmonic series	हरात्मक श्रेणी	સ્વરિત શ્રેઢી, હરાત્મક શ્રેઢી
height	ऊंचाई, उच्चता, तुंगता	ઊંચાઈ
hemisphere	गोलार्ध, अर्धगोला	ગોળાર્ધ, અર્ધ – ગોલક
hemispherical	अर्धगोल	અર્ધ–ગોલીય
hemispherical projection	अर्धगोल प्रक्षेप	અર્ધ-ગોલીય પ્રક્ષેપ
heptagon	सप्तभुज	સપ્તકોણ
Hermitian conjugate operator	हर्मिटी संयुग्मी संकारक	હર્મિશીય અનુબધ્ધકારક
Hermitian form	हर्मिटी समघात	હર્મિશીય સ્વરૂપ
Hermitian matrix	हर्मिटी आव्यूह	હર્મિશીય શ્રેણિક
Hermitian operator	हर्मिटी संकारक	હર્મિશીય કારક
Hermitian product	हर्मिटी गुणनफल	હર્મિશીય ગુણાકાર
Hermitian semigroup	हर्मिटी सामिसमूह	હર્મિશીય અધસમૂહ
Hermitian space	हर्मिटी समष्टि	હર્મિશીય અવકાશ
Hermitian transformation	हर्मिटी रूपांतरण	હર્મિશીય રૂપાંતરણ
Hess diagram	हेस आरेख	હેઝ આકૃતિ
Hessian matrix	हेसियन आव्यूह	હેઝ શ્રેણિક
Hessian of function	फलन का हेसियन	વિધેયનું હેઝિયન
heterogeneity test	विषमांगता परीक्षण	વિષમાંગતા કસોટી
heterogeneous	1. विषमांग, विषमांगी 2. विजातीय	વિષમાંગી, વિષમ પરિમાણી
heterogeneous data	विषमजातीय आंकड़े	વિષમાંગ માહિતી
heterogeneous population	विषमांगी जनसंख्या	વિષમાંગ સમષ્ટિ
heuristic	स्वानुभाविक	સ્વાનુભાવિક
heuristically	स्वानुभाविकतः	સ્વાનુભાવિકતઃ
hexagon	षड्भुज	ષટ્કોણ
hexahedron	षट्फलक	ષટ્ફલક
hierarchial subdivision	पदानुक्रमिक उपविभाग	પદાનુક્રમિક ઉપવિભાજન
hierarchy	1. पदानुक्रम 2. उच्चोच्च परंपरा	પદાનુક્રમ, ઉચ્ચોચ્ચ
high birth rate	उच्च जन्म-दर	ઉચ્ચ જન્મદર
high death rate	उच्च मृत्यु-दर	ઉચ્ચ મૃત્યુદર
higher - age – group	उच्चतर आयु-वर्ग	ઉચ્ચતર વય – જૂથ
higher order	उच्चतर कोटि	ઉચ્ચતર કક્ષા
highest order	उच्चतम कोटि	ઉચ્ચતમ કક્ષા
Hilbert cube	हिल्बर्ट घन	હિલ્બર્ટ ઘન
Hilbert space	हिल्बर्ट समष्टि	હિલ્બર્ટ અવકાશ
H–invariant	H-निश्चर	H–નિશ્ચલ
historigram	कालिक चित्र	સમયાલેખ

hollow cone	खोखला शंकु	પોકળ શંકુ
homeomorphism	1. समप्रायरूपता 2. तद्वता	તદ્વરૂપતા
homogeneity	1. समांगता 2. समघातता	સમપરિમાણીયતા, સમાંગતા
homogeneous	1. समांग, समांगी 2. सजातीय 3. समघात, समभाव	સમપરિમાણ, સમઘાત, સમાંગ
homogeneous data	सजातीय आंकड़े	સમપરિમાણીય માહિતી
homogeneous difference equation	समघात अंतर समीकरण	સમપરિમાણીય અંતર સમીકરણ
homomorphism	समाकारिता	સમરૂપતા
horizontal	क्षैतिज	ક્ષૈતિજ, સમક્ષિતિજ
horizontal plane	क्षैतिज समतल	ક્ષૈતિજ સમતલ, સમક્ષિતિજ તલ
hour	घंटा	કલાક, હોરા
hydrodynamic	द्रवगतिकीय	દ્રવગતિકીય
hydrodynamics	द्रवगतिविज्ञान, द्रवगतिकी, हाइड्रोडाइनैमिक्स	દ્રવગતિશાસ્ત્ર
hydromechanics	द्वबलविज्ञान, हाइड्रोमेकेनिक्स	દ્રવયંત્રશાસ્ત્ર
hydrostatic	द्रवस्थैतिक	દ્રવસ્થૈતિકીય
hydrostatic balance	उत्पलावन तुला	દ્રવસ્થૈતિકીય સંતુલન
hydrostatics	द्रवस्थिति विज्ञान, द्रवस्थैतिकी	દ્રવસ્થિતિશાસ્ત્ર
hyperbola	अतिपरवलय, हाइपरबोला	અતિવલય
hyperboloid	अतिपरवलयज, हाइपरबोलाइड	અતિવલયજ
hyperboloid of one sheet	एकपृष्ठी अतिपरवलयज	એકપૃષ્ઠીય અતિવલયજ
hyperboloid of revolution	परिक्रमण-अतिपरवलयज	પરિક્રામિક અતિવલયજ
hyperboloid of two sheets	द्विपृष्ठी अतिपरवलयज	દ્વિપૃષ્ઠીય અતિવલયજ
hypergeometric distribution	हाइपरज्यामेट्रिक बंटन	અધિભૌમિતિક વિતરણ
hypergeometric series	हाइपरज्यामेट्रिक श्रेणी	અતિગુણોત્તર શ્રેઢી
hyperplane	ऊनविम समतल, अधिसमतल	અધિસમતલ, અધિતલ
hypersphere	अधिगोलक, ऊनविम गोलक	અધિગોલક
hyper surface	अधिपृष्ठ, ऊऩविम पृष्ठ	અધિપૃષ્ઠ
hypotenuse	कर्ण	કર્ણ
hypothesis	परिकल्पना	અધિતર્ક, પક્ષ
I		
ideal basis	गुणजावली आधार	ઇષ્ટ આધાર, આદર્શ આધાર
ideal fluid	आदर्श तरल	આદર્શ તરલ
ideal gas	आदर्श गैस	આદર્શ વાયુ
identical eigen value	अभिन्न आइगन मान	સમાન આઈગન મૂલ્ય, સમાન લાક્ષણિક મૂલ્ય
identically equal	सर्वथासम	સર્વાંગસમ
identity	1. तत्समक 2. सर्वसमिका 3. व्यष्टित्व	નિત્યસમ
identity element	तत्समक अवयव	તટસ્થ ઘટક, એકમ ઘટક
identity function	तत्समक फलन	એકમ વિધેય, તદેવ વિધેય
identity homomorphism	तत्समक समाकारिता	એકમ સમરૂપતા
identity map	तत्समक प्रतिचित्र	એકમ આલેખન
identity mapping	तत्समक प्रतिचित्रण	એકમ આલેખન
identity matrix	तत्समक आव्यूह	એકમ શ્રેણિક
identity of a group	समूह का तत्समक	સમૂહનો એકમ ઘટક
identity of a ring	वलय का तत्समक	મંડળનો તટસ્થ ઘટક
identity operator	तत्समक संकारक	એકમ કારક

identity period	सर्वसमिका आवर्त	1. એકમ આવર્તમાન 2. એકમ અવધિ
identity permutation	तत्समक क्रमचय	એકમ ક્રમચય
identity relation	तत्समक संबंध	એકમ સંબંધ
identity transformation	तत्समक रूपांतरण	તદેવ રૂપાંતરણ
if and only if	यदि और केवल यदि	તો અને તો જ
if - then' computer	'यदि-तदा' अभिकलित्र	જો - તો (સંગણક)
ill condition	कुप्रतिबंध	વિપથગામી
ill-conditioned equation	कुप्रतिबंधित समीकरण	વિપથગામી સમીકરણ
ill-conditioned matrix	कुप्रतिबंधित आव्यूह	વિપથગામી શ્રેણિક
ill-conditioned polynomial	कुप्रतिबंधित बहुपद	વિપથગામી બહુપદી
ill-conditioned system	कुप्रतिबंधित निकाय	વિપથગામી સંહતિ
Illogical	तर्कविरुद्ध	તર્કરહિત, તર્કહીન, અતાર્કિક
Illustrate	उदारहण के साथ समझाना	ઉદાહરણ આપવું
Illustration	1. उदाहरण, दृष्टांत 2. चित्र, निदर्श-चित्र	ઉદાહરણ
image of a set	समुच्चय का प्रतिबिंब	ગણનું પ્રતિબિંબ
image of a subset	उपसमुच्चय का प्रतिबिंब	ઉપગણનું પ્રતિબિંબ
image of point	बिन्दु-प्रतिबिंब	બિંદુનું પ્રતિબિંબ
image set	प्रतिबिंब समुच्चय	પ્રતિબિંબ ગણ, વિધેયનો વિસ્તાર
Imaginary	1. कल्पित, काल्पनिक 2. अधिकल्पित	કાલ્પનિક
imaginary angle	अधिकल्पित कोण	કાલ્પનિક કોણ
imaginary circle	अधिकल्पित वृत्त	કાલ્પનિક વર્તુળ
imaginary circular points	अधिकल्पित वृत्तीय बिंदु	કાલ્પનિક વૃતીયબિંદુ
imaginary coefficient	अधिकल्पित गुणांक	કાલ્પનિક સહગુણક
imaginary coordinate	अधिकल्पित निर्देशांक	કાલ્પનિક યામ
imaginary homothetic	अधिकल्पित समस्थित	કાલ્પનિક સમસ્થિત
imaginary intersection	अधिकल्पित प्रतिच्छेद	કાલ્પનિક છેદ
imaginary line	अधिकल्पित रेखा	કાલ્પનિક રેખા
imaginary number	अधिकल्पित संख्या	કાલ્પનિક સંખ્યા
imaginary point	अधिकल्पित बिंदु	કાલ્પનિક બિંદુ
imaginary root	अधिकल्पित मूल	કાલ્પનિક બીજ, કાલ્પનિક મૂળ
imaginary rotation	अधिकल्पित घूर्णन	કાલ્પનિક પરિભ્રમણ
imaginary unit	अधिकल्पित एकक	કાલ્પનિક એકમ
imbedding	अंतः स्थिति, अंतः स्थापन	અંતઃસ્થાપન, અંતર્ગત એકરૂપતા
impedance matrix	प्रतिबाधा आव्यूह	પ્રતિબાધ શ્રેણિક, વિધ્નકર્તા શ્રેણિક
implicit	अस्पष्ट	ગૂઢ
implicit function	अस्पष्ट फलन	ગૂઢ વિધેય
implicit integration formula	अस्पष्ट समाकलन सूत्र	ગૂઢ સંકલન સૂત્ર
improbable	अप्रायिक	અસંભવી
improper	1. विषम 2. अनुचित	અનુચિત, અયોગ્ય
improper division	अनुचित विभाजन	અનુચિત વિભાજન, અનુચિત ભાગાકાર
improper double integral (= infinite double integral)	अनंत द्विक समाकल	અનુચિત દ્વિસંકલ
improper factor	विषम गुणनखंड	અનુચિત અવયવ, અયોગ્ય અવયવ
improper fraction	विषम भिन्न	અનુચિત અપૂર્ણાંક, અશુધ્ધ અપૂર્ણાંક
improper maximum	अनुचित उच्चतम	અનુચિત મહત્તમ, અનુચિત અધિકતમ

improper minimum	अनुचित निम्नतम	અનુચિત લઘુતમ, અનુચિત ન્યૂનતમ
improper rotation	व्यामिश्र घूर्णन	અનુચિત પરિભ્રમણ
improvement matrix	सुधारक आव्यूह	પરિષ્કૃત શ્રેણિક
impulse	आवेग	પ્રઘાત
impulsive force	आवेगी बल	પ્રઘાતી બળ
impulsive pressure	आवेगी दाब	પ્રઘાતી દબાણ
impulsive tension	आवेगी तनाव	પ્રઘાતી તાણ
impulsive wrench	आवेगी रिंच	પ્રઘાતી આમળ
imputed cost	आरोपित लागत	આરોપિત પડતર
inadequacy	अपर्याप्तता	અપર્યાપ્તતા
incident wave	आपतित तरंग	આપાત તરંગ
inclination of a vector	सदिश की आनति	સદિશનું નમન
inclination of orbit	कक्षा की आनति	કક્ષાનું નમન
incline	आनति, नति	નમન
inclined	आनत, झुका हुआ, नत	નમિત, નત
inclined plane	आनत समतल	નમિત સમતલ, નત સમતલ
included	अंतर्गत, अंतर्विष्ट	સમાવિષ્ટ
inclusion	1. अंतर्वेश, अंतर्वेशन, अंतर्विष्ट 2. समावेशन 3. आविष्टि	સમાવેશ
incomplete gamma function	अपूर्ण गामा-फलन	અપૂર્ણ ગામા - વિધેય
inconsistency	असंगतता	વિસંગતતા
inconsistent	असंगत, विरोधी	વિસંગત
inconsistent statistic	असंगत प्रतिदर्शज	વિસંગત આંકડા
inconsistent system	असंगत निकाय	વિસંગત સંહતિ
incorrect	अशुद्ध, गलत	અયથાર્થ
incorrect decision	गलत निर्णय	અયથાર્થ નિર્ણય
increase	वृद्धि	વૃદ્ધિ
increasing function	वर्धमान फलन	વધતું વિધેય
increment	वृद्धि	વૃદ્ધિ, વધારો
indefinite	अनिश्चित	અનિયત
indefinite form	अनिश्चित रूप	અનિયત સ્વરૂપ
indefinite integral	अनिश्चित समाकल	અનિયત સંકલ
indefinite matrix	अनिश्चित आव्यूह	અનિયત શ્રેણિક
indefinite quadratic form	अनिश्चित द्विधाती समघात	અનિયત દ્વિઘાતી સ્વરૂપ
independence	स्वातंत्र्य	સ્વતંત્રતા, સ્વાયત્તતા
independent event	स्वतंत्र घटना	નિરપેક્ષ ઘટના, સ્વતંત્ર ઘટના
independent function	स्वतंत्र फलन	નિરપેક્ષ વિધેય
independent random variable	स्वतंत्र यादृच्छिक चर	નિરપેક્ષ યાદચ્છિક ચલ
independent variable	स्वतंत्र चर	નિરપેક્ષ ચલ, સ્વતંત્ર ચલ
independent variate	स्वतंत्र विचर	નિરપેક્ષ વિચલ, સ્વતંત્ર વિચલ
indeterminacy	अनिर्धार्यता	અનિશ્ચિતતા
indeterminate	1. अनिर्धारित, अनिर्धार्य 2. अनिश्चित 3. अपरिमित	અનિશ્ચિત
indeterminate equation	अनिर्धार्य समीकरण	અનિશ્ચિત સમીકરણ
indeterminate form	अनिर्धारित रूप, अनिर्धार्य रूप	અનિશ્ચિત સ્વરૂપ

index	1. घातांक 2. सूचक 3. सूचकांक 4. निर्देशक, सूचक (वि.)	સૂચકાંક, ઘાતાંક
indexed by a set	समुच्चय से सूचित	ગણ દ્વારા સૂચકાંકિત
indexed family	सूचित परिवार	સૂચકાંકિત સમુદાય
index number	सूचकांक	સૂચકાંક
index of subgroup	उपसमूह का सूचकांक	ઉપસમૂહનો સૂચકાંક
index set	सूचक समुच्चय	સૂચક ગણ
indicatrix	द्योतिका	નિર્દેશિકા, વક્રનિર્દેશ
indicial equation	घातांकी समीकरण	ઘાતાંકીય સમીકરણ
indifference curve	उदासीनता वक्र	નિ:સ્પૃહ વક્ર
indirect differentiation	परोक्ष अवकलन	પરોક્ષ વિકલન
indirect proof	परोक्ष प्रमाण	પરોક્ષ સાબિતી
indivisible	अभाज्य	અભાજ્ય
induction	आगमन, प्रेरण, विप्रेरण	અનુમાન
inductive	आगमनिक	અનુમાનિત
inductive assumption	आगमनिक कल्पना	અનુમાનિત પક્ષ, અનુમાનિત ધારણા
inductive definition	आगमनिक परिभाषा	અનુમાનિત વ્યાખ્યા
inductive inference	आगमनिक अनुमान	અનુમાનિત
inequality	असमता, असमिका	અસમતા
inequality constraint	असमता प्रतिबंध	અસમતા પ્રતિબંધ
inequation	असमिका	અસમિકા
inertia	जड़त्व	જડત્વ
inrtia force	जड़त्व बल	જડત્વબળ
inertial	जड़त्वीय	જડત્વીય
inexact differential	अयथार्थ अवकल	યથાર્થેતર વિકલ
inflexion points	नतिपरिवर्तन बिंदु	નતિ બિંદુઓ, પરિવૃત્તિ બિંદુઓ
infimimum	निम्नक, महत्तम निम्न परिबंध	અધિકતમ અધ:સીમા
infinite	अनंत, अपरिमित	અનંત
infinite dimensional	अनंतविम	અનંત પરિમાણીય
infinite dimensional vector space	अनंतविम सदिश समष्टि	અનંત પરિમાણીય સદિશ અવકાશ
infinite game	अपरिमित खेल	અનંત રમત
infinite group	अनंत समूह	અનંત સમૂહ
infinite integral	अनंत समाकल	અનંત સંકલ
infinite population	अपरिमित समष्टि	અનંત સમષ્ટિ
infinite series	अनंत श्रेणी	અનંત શ્રેઢી
infinite set	अनंत समुच्चय	અનંત ગણ
infinitesimal	अनंत सूक्ष्म, अत्यणु	અનંત સુક્ષ્મ, શૂન્યાભિચલ
infinitesimal element	अत्यणु अवयव	અનંત સુક્ષ્મ ઘટક
infinite space	अनंत समष्टि	અનંત અવકાશ
infinities	अनंत, अनंतियाँ	અનંતતાઓ
infinity	अनंत, अनंती	અનંત, અનંતતા
inflation factor	स्फीति गुणक	ફુગાવાનું પરિબળ
inflectional tangent	नतिपरिवर्ती स्पर्शरेखा	પરિવૃત્તીય સ્પર્શક
inflectional focusing	नतिपरिवर्ती फोकसन	પરિવૃત્તીય કેન્દ્રીકરણ
inflexion	नति परिवर्तन	નતિ

"inf" of a function	फलन का निम्नक	વિધેયની અધિકતમ અધ:સીમા
information matrix	अवगम आव्यूह	માહિતી શ્રેણિક
information processing	सूचना संसाधन	માહિતી પ્રક્રિયા
information science	सूचना विज्ञान	માહિતી વિજ્ઞાન
inhomogeneous	1. असमांगी 2. असमघाती	અસમાંગ, અસમધાતી
inhomogeneous equation	असमघाती समीकरण	અસમાંગ સમીકરણ, અસમધાતી સમીકરણ
inhomogeneous system	असमघात निकाय	અસમાંગ સંહતિ, અસમધાતી સંહતિ
initial	आदि, आरंभिक, प्रारंभिक	પ્રારંભિક
initial condition	प्रारंभिक स्थिति, प्रारंभिक प्रतिबंध	પ્રારંભિક શરત
initial line	प्रारंभिक रेखा	પ્રારંભિક રેખા, ધ્રુવાક્ષ
initial point	प्रारंभिक बिंदु	પ્રારંભિક બિંદુ
initial solution	प्रारंभिक हल	પ્રારંભિક ઉકેલ
initial velocity	प्रारंभिक वेग	પ્રારંભિક વેગ
injective map	एकैकी प्रतिचित्र	એક - એક વિધેય
injective mapping	एकैकी प्रतिचित्रण	એક - એક આલેખન, એક - એક વિધેય
inner multiplication	आंतर गुणन	અંત:ગુણન
inner point	आंतरिक बिंदु	અંત:બિંદુ
inner product	आंतर गुणनफल	અંત:ગુણનફળ
input	निवेश (सं.), निविष्ट (वि.)	નિવેશ
input data	निविष्ट आंकड़े	નિવેશ માહિતી
input gate	निवेश द्वार	નિવેશ દ્વાર
input output analysis	निवेश निर्गत विश्लेषण	નિવેશ નિર્ગમ વિશ્લેષણ
input output control system	निवेश निर्गत नियंत्रण पद्धति	નિવેશ નિર્ગમ નિયંત્રણ પ્રણાલી
input output system	निवेश निर्गत प्रणाली	નિવેશ નિર્ગમ પ્રણાલી
input quantity	निवेश मात्रा	નિવેશ માત્રા
input register	निवेश रजिस्टर, निवेश पंजिका	નિવેશ રજીસ્ટર, નિવેશ સૂચિ, નિવેશ નોંધ
input terminal	निवेशी टर्मिनल	નિવેશ ટર્મિનલ
inscribed circle	अंतर्वृत, अंतर्गतवृत	અંત:વૃત
instant	क्षण	ક્ષણ
instantaneous	तात्क्षणिक, तात्कालिक	તાત્ક્ષણિક
instantaneous acceleration	तात्क्षणिक त्वरण	તાત્ક્ષણિક પ્રવેગ
instantaneous axis of rotation	तात्क्षणिक घुर्णनाक्ष	તાત્ક્ષણિક ભ્રમણાક્ષ
instantaneous centre	तात्क्षणिक केंद्र	તાત્ક્ષણિક કેન્દ્ર
instantaneous velocity	तात्क्षणिक वेग	તાત્ક્ષણિક વેગ
instantaneous volume	तात्क्षणिक आयतन	તાત્ક્ષણિક કદ
integer	पूर्ण संख्या, पूर्णांक	પૂર્ણાંક
integer linear programming	पूर्णांक रैखिक प्रोग्रामन	પૂર્ણાંક સુરેખ આયોજન
integrability	समाकलनीयता	સંકલનીયતા
integrable	समाकलनीय	સંકલનીય
integrable differential equation	समाकलनीय अवकल समीकरण	સંકલનીય વિકલ સમીકરણ
integrable equation	समाकलनीय समीकरण	સંકલનીય સમીકરણ
integrable function	समाकलनीय फलन	સંકલનીય વિધેય
integral	1. समाकल 2. पूर्णांकीय	સંકલ, પૂર્ણાંકીય
integral calculus	समाकलन-गणित, इंटीग्रल कैलकुलस	સંકલનશાસ્ત્ર
integral curve	समाकल वक्र	સંકલ વક્ર

integral domain	पूर्णांकीय प्रांत	પૂર્ણપ્રદેશ
integral equation	समाकल समीकरण	સંકલ સમીકરણ
integral number	पूर्ण संख्या, पूर्णांक	પૂર્ણસંખ્યા
integral of the first kind	प्रथम प्रकार का समाकल	પ્રથમ પ્રકારનું સંકલ
integral representation	समाकल निरूपण	સંકલ નિરૂપણ
integral sign	समाकल चिह्न	સંકલ ચિહ્ન
integrate	समाकलन करना	સંકલન કરવું
integrated absorption coefficient	समाकलित अवशोषण गुणांक	સંકલિત અવશોષણ સહગુણક
integrating factor	समाकलन गुणक	સંકલ્યકારક અવયવ
integration	समाकलन	સંકલન
integration by differentiation	अवकलन द्वारा समाकलन	વિકલન દ્વારા સંકલન
integration by parts	खंडशः समाकलन	ખંડશઃ સંકલન
integration by rationalisation	परिमेयकरण द्वारा समाकलन	સંમેયીકરણ દ્વારા સંકલન
integration by substitution	प्रतिस्थापन द्वारा समाकलन	આદેશ દ્વારા સંકલન
integration by successive reduction	उत्तरोत्तर समानयन द्वारा समाकलन	આવૃત લઘુકરણ દ્વારા સંકલન, આવૃત સંક્ષેપન દ્વારા સંકલન
integration by series	श्रेणीबद्ध समाकलन	શ્રેઢીબદ્ધ સંકલન
integration of vector	सदिश का समाकलन	સદિશનું સંકલન
integration over a closed surface	संवृत पृष्ठ पर समाकलन	સંવૃત પૃષ્ઠ પર સંકલન
integrator	समाकलक	સંકલક
integrator component	समाकलक घटक	સંકલક સંઘટક
integro - differential equation	समाकल-अवकल समीकरण	સંકલ - વિકલ સમીકરણ
intercept	1. अंतः खंड 2. अपरोधन	અંતઃખંડ
interchangable operation	विनिमेय संक्रिया	આંતરપરિવર્તીય પ્રક્રિયા
interchange	विनिमेय, व्यतिहार	આંતરપરિવર્તન
interclass correlation	अंतर्वर्ग सहसंबंध	આંતરવર્ગ સહસંબંધ
inter correlation	परस्पर सहसंबंध	આંતર સહસંબંધ
inter correlation coefficient	परस्पर सहसंबंध गुणांक	આંતર સહસંબંધાંક
interdependency	परस्पर निर्भरता, अन्योन्याश्रय	અંતઃઅવલંબન
interdependent	अन्योन्याश्रित	અંતઃઅવલંબી
interest	ब्याज	વ્યાજ
interface	अंतरपृष्ठ, पार्थक्य पृष्ठ	અંતઃપૃષ્ઠ
interfacial angle	अंतरफलक कोण	અંતઃપૃષ્ઠીયકોણ
integrand	समाकल्य	સંકલ્ય
integrated	समाकलित	સંકલિત
interior	अभ्यंतर, अंतरंग, अंतः (सं.), अंतर्गूढ़, आंतरिक, अंतःस्थ (वि.)	અંતરિત, વિવૃતક
interior angle	अंतः कोण	અંતઃકોણ, અંતઃખૂણો
interior area	अंतः क्षेत्र	અંતઃક્ષેત્ર
interior domain	अंतः प्रांत	અંતઃપ્રદેશ
interior element	आंतरिक अवयव	આંતરિક ઘટક
interior of a set	समुच्चय का अभ्यंतर	ગણનો અંતરિત, ગણનો વિવૃતક
interior opposite angle	अभिमुख अंतः कोण	અંતઃસંમુખકોણ
interior planet	अंतर्ग्रह	આંતરિક ગ્રહ, અંતઃગ્રહ
interior point	आंतरिक बिंदु	આંતરિક બિંદુ

intermediate	मध्यवर्ती, माध्यमिक, मध्य, मध्यक	મધ્યવર્તી
intermediate point	मध्यवर्ती बिंदु	મધ્યવર્તી બિંદુ
intermediate value theorem	मध्यवर्ती मान प्रमेय	મધ્યક-માન પ્રમેય
internal bisector	आंतरिक द्विभाजक	અંત:દ્વિભાજક
interpolation	अंतर्वेशन	અંતર્વેશન
interpolation formula	अंतर्वेशन-सूत्र	અંતર્વેશન સૂત્ર
intersecting	प्रतिच्छेदी	છેદતું
intersecting curves	प्रतिच्छेदी वक्र	છેદતા વક્રો
intersecting lines	प्रतिच्छेदी रेखाएँ	છેદતી રેખાઓ
intersection	1. प्रतिच्छेदन, प्रतिच्छेद 2. सर्वनिष्ठ	છેદ, છેદન
intersection curve	प्रतिच्छेद वक्र	છેદવક્ર
intersection of curves	वक्रों का प्रतिच्छेद	વક્રોનો છેદ
intersection of sets	समुच्चयों का सर्वनिष्ठ	ગણનો છેદ
interval	अंतराल, अंतर	અંતરાલ
interval estimate	अंतराल आकल	અંતરાલ આગણક
inteval estimation	अंतराल आकलन	અંતરાલ આગણન
interval mid-point	अंतराल मध्य बिंदु	અંતરાલ મધ્યબિંદુ
intra - block effect	खंडांतर्गत प्रभाव, अंतः खंड प्रभाव	આંતર્ખંડ અસર, આંતર્ખંડ પ્રભાવ
intraclass correlation	अंतरावर्ग सहसंबंध	વર્ગાંતર્ગત સહસંબંધ
invariance	निश्चरता	નિશ્ચલતા
invariant	निश्चर	નિશ્ચલ
invariant system	निश्चर तंत्र	નિશ્ચલ પ્રણાલી
inventory	तालिका	જથ્થા-યાદી, સંગ્રહણ યાદી, જથ્થો
inventory allocation	तालिका नियतन	જથ્થાની ફાળવણી
inventory control	तालिका नियंत्रण	જથ્થાનું નિયંત્રણ
inventory control model	तालिका नियंत्रण निदर्श	જથ્થા નિયંત્રણ પ્રતિકૃતિ
inventory control system	तालिका नियंत्रण प्रणाली	જથ્થા નિયંત્રણ પ્રણાલી
inventory cycle	तालिका चक्र	જથ્થા ચક્ર, જથ્થા આવર્ત
inventory holding cost	तालिका धारण लागत	જથ્થા જાળવણી ખર્ચ
inventory point	तालिका बिंदु	જથ્થા સંગ્રહ બિંદુ
inventory policy	तालिका नीति	જથ્થા સંગ્રહ નીતિ
inventory situation	तालिका स्थिति	જથ્થા સંગ્રહ સ્થિતિ
inverse	प्रतिलोम, व्युत्क्रम, विपरीत	વ્યસ્ત
inverse correlation	प्रतिलोम सहसंबंध	વ્યસ્ત સહસંબંધ
inverse function	प्रतिलोम फलन	વ્યસ્ત વિધેય
inverse hyperbolic function	प्रतिलोम अतिपरवलयिक फलन	વ્યસ્ત અતિવલય વિધેય
inversely proportional	व्युत्क्रमानुपाती	વ્યસ્ત પ્રમાણીય
inverse mapping	व्युत्क्रम प्रतिचित्रण	વ્યસ્ત આલેખન
inverse number	व्युत्क्रम संख्या	વ્યસ્ત સંખ્યા
inverse of a matrix	व्युत्क्रम आव्यूह	વ્યસ્ત શ્રેણિક
inverse permutation	प्रतिलोम क्रमचय	વ્યસ્ત ક્રમચય
inverse proportion	व्युत्क्रमानुपात	વ્યસ્ત પ્રમાણ
inverse trigonometrical function	प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन	વ્યસ્ત ત્રિકોણમિતીય વિધેય
inversion formula	प्रतिलोमन-सूत्र	વ્યસ્ત સૂત્ર, વ્યસ્તીકરણ સૂત્ર
inversion of order	क्रम का प्रतिलोमन	ક્રમનું વ્યસ્તીકરણ

invertible matrix	व्युत्क्रमणीय आव्यूह	વ્યસ્તસંપન્ન શ્રેણિક
invertible transformation	व्युत्क्रमणीय रूपांतरण	વ્યસ્તસંપન્ન રૂપાંતરણ
irrational	अपरिमेय	અસંમેય
irrational equation	अपरिमेय समीकरण	અસંમેય સમીકરણ
irrational expression	अपरिमेय व्यंजक	અસંમેય અભિવ્યક્તિ
irrational number	अपरिमेय संख्या	અસંમેય સંખ્યા
irrational root	अपरिमेय मूल	અસંમેય મૂળ, અસંમેય બીજ
irreducible	1. अखंडनीय 2. अलघुकरणीय 3. असमानेय	અખંડનીય
irrotational vector	अघूर्णी सदिश	અપરિભ્રમણીય સદિશ
irrotational vector function	अघूर्णी सदिश फलन	અપરિભ્રમણીય સદિશ વિધેય
irrotational velocity	अघूर्णी वेग	અપરિભ્રમણીય વેગ
isogonal	तुल्यकोणी (वि.) समदिक्पाती रेखा (सं)	સમનત, સમકોણીય
isokurtosis	समककुदता	એકરૂપ કુબ્જતા
isolated essential singularity	वियुक्त अनिवार्य विचित्रता	અનિવાર્ય એકાકી અસામાન્યતા
isolated point	वियुक्त बिंदु	એકાકી બિંદુ
isometric	समदूरीक, त्रिसमलंबाक्ष, घनीय, आइसोमेट्रिक	સમમિતીય
isosceles configuration	समद्विबाहु विन्यास	સમદ્વિભુજ રૂપરેખા, સમદ્વિભુજ વિન્યાસ
iterated integral	पुनरावृत्त समाकल	પુનરાવર્તિત સંકલ
iterated interpolation	पुनरावृत्त अंतर्वेशन	પુનરાવર્તિત અંતર્વેશન
iteration	पुनरावृत्ति	પુનરાવૃત્તિ
iteration formula	पुनरावृत्ति सूत्र	પુનરાવૃત્તિ સૂત્ર
iterative integration formula	पुनरावर्ती समाकलन सूत्र	પુનરાવર્તી સંકલન સૂત્ર
iterative procedure	पुनरावर्ती क्रियाविधि	પુનરાવર્તી પ્રક્રિયા
iterative technique	पुनरावर्ती विधि	પુનરાવર્તી વિધિ

J

Jacobian	जैकोबियन	જેકોબિયન
Jacobian determinant	जैकोबी सारणिक	જેકોબિયન નિશ્ચાયક
Jacobian matrix	जैकोबी आव्यूह	જેકોબિયન શ્રેણિક
join of sets	समुच्चयों का सम्मिलन	ગણોનું સંયોજન
joint	जोड़, संधि (सं.) संयुक्त (वि.)	જોડાયેલું, સંયુક્ત
joint density function	संयुक्त घनत्व फलन	સંયુક્ત ઘનતા વિધેય
joint frequency function	संयुक्त बारंबारता फलन	સંયુક્ત આવૃત્તિ વિધેય
jointly dependent variable	संयुक्ततः आश्रित चर	સંયુક્ત રીતે આધારિત ચલ
joint probability	संयुक्त प्रायिकता	સંયુક્ત સંભાવના
join (=union)	सम्मिलन	સંયોજન
jump	कुदान, जंप, प्लुति	છલંગ, પ્લુતિ
jump discontinuity	प्लुति असांतत्य	છલંગ અસાતત્ય
justification	न्यायसंगति, औचित्य	ન્યાય સંગતતા, સમર્થન
justify	औचित्य बताना	સમર્થન કરવું

K

Karnaugh map	कारनाफ मानचित्र	કાર્નાફ આલેખ
kernel	गुठली, अष्टि	કર્નલ, શૂન્યોનો ગણ, આલેખનનો ગર્ભ
kernel of the mapping	प्रतिचित्रण की अष्टि	આલેખનનો કર્નલ
kinematics	शुद्धगति विज्ञान, शुद्ध गतिकी	બળ નિરપેક્ષ ગતિશાસ્ત્ર
kinetic energy	गतिज ऊर्जा	ગતિજન્ય ઊર્જા, ગતિંઊર્જા

kinetics	बलगति विज्ञान, बलगतिकी	ગતિ વિજ્ઞાન, બળ ગતિશાસ્ત્ર
Kolmogoroff Smirnov test	कोल्मोगोरोफ-स्मिरनोव परीक्षण	કોલ્મોગોરોવ-સ્મિરનોવ કસોટી
Kronecker delta	क्रोनेकर डेल्टा	ક્રોનેકર ડેલ્ટા
kurtosis	ककुदता	કુબ્જતા, વકતા
L		
Lagrange's function	लग्रांज फलन	લાગ્રાંજ-વિધેય
Lagrange's multipliers	लग्रांज गुणक	લાગ્રાંજ-ગુણક
lamina	स्तरिका, पटल	પાતળું સ્તર, પટલ
Laplace transform	लाप्लास रूपांतर	લાપ્લાસ રૂપાંતર
large number	बृहत संख्या	બૃહદ સંખ્યા
latent root (=characteristic root)	अभिलक्षणिक मूल	ગુપ્ત મૂળ, લાક્ષણિક મૂળ
lateral surface	पार्श्व पृष्ठ	પાર્શ્વ સપાટી
latin square	लैटिन वर्ग	લેટિન ચોરસ
latus rectum	नाभिलंब, लैटस रैक्टम	નાભિલંબ
law	नियम, सिद्धांत	નિયમ, સિદ્ધાંત
law of adding velocities	वेग संयोजन नियम	વેગના સરવાળાનો નિયમ
law of additivity	संकलनीयता नियम	સરવાળાનો નિયમ
law of diminishing return	ह्रासमान प्रतिफल नियम	ઘટતા જતાં વળતરનો નિયમ
law of gravitation	गुरुत्वाकर्षण नियम	ગુરુત્વાકર્ષણનો નિયમ
law of homomorphism for groups	समूह के लिए समाकारिता नियम	સમૂહનો સમરૂપતાનો નિયમ
law of homomorphism for rings	वलयों के लिए समाकारिता नियम	મંડળ માટે સમરૂપતાનો નિયમ
law of increasing costs	बढ़ती लागत का नियम	પડતર વૃદ્ધિનો નિયમ
law of indices	घातांक नियम	ઘાતાંકનો નિયમ
law of inertia	जड़त्व नियम	જડત્વનો નિયમ
law of large numbers	बृहत् संख्याओं का नियम	બૃહદ સંખ્યાઓનો નિયમ
law of probability	प्रायिकता-नियम	સંભાવનાનો નિયમ
law of sines	ज्या नियम, साइन नियम	સાઇન નિયમ
laws of exponents	घातांको के नियम	ઘાતાંકનો નિયમ
laws of motion	गति नियम	ગતિના નિયમો
layer	परत, स्तर	સ્તર
leading coefficient	अग्रग गुणांक	અગ્ર સહગુણક
leading diagonal	अग्रग विकर्ण	અગ્ર વિકર્ણ
leading submatrix	अग्रग उप-आव्यूह	અગ્ર ઉપશ્રેણિક
leading term	अग्रग पद	અગ્ર પદ
least	न्यूनतम, अल्पतम, लघुतम	ન્યૂનતમ, લઘુતમ
least common multiple (LCM)	लघुतम समापवर्त्य (LCM)	લઘુતમ સામાન્ય અવયવી
least element	न्यूनतम अवयव	ન્યૂનતમ ઘટક
least square	न्यूनतम वर्ग	ન્યૂનતમ વર્ગ
least upper bound	न्यूनतम उपरि परिबंध	ન્યૂનતમ ઊર્ધ્વસીમા
left coset	वाम सहसमुच्चय	વામ સહગણ
left handed	वामावर्त	વામાવર્તી
left handed screw	वामावर्ती पेच	વામાવર્તી સ્ક્રુ
left inverse	वाम प्रतिलोम	વામ વ્યસ્ત
left multiplication	वाम गुणन	વામ ગુણાકાર
Leibnitz formula	लाइबनिट्स सूत्र	લાઇબનિત્ઝ સૂત્ર

length	लंबाई	લંબાઇ
leptokurtic	तुंगककुदी	તનુકુબ્જિત
leptokurtic curve	तुंगककुदी वक्र	તનુકુબ્જ વક્ર
leptokurtosis	तुंगककुदता	તનુકુબ્જતા
level curve	स्तर वक्र	સ્તર વક્ર
level of confidence	विश्वास्यता स्तर	વિશ્વસનીયતાની કક્ષા
level of significance	सार्थकता का स्तर	સાર્થકતાનું સ્તર, સાર્થકતાની કક્ષા
lexicographically	कोशक्रमानुसार	કોશક્રમાનુસાર
lexicographical order	कोश क्रम	કોશક્રમ
likelihood function	संभाविता फलन	સંભવિત વિધેય
likelihood ratio test	संभाविता अनुपात परिक्षण	સંભવિત ગુણોત્તર કસોટી
limit	1. सीमा 2. सीमांत	લક્ષ
limiting	सीमांत, चरम	સીમાંત
limiting value	सीमांत मान	સીમાંત મૂલ્ય
limiting velocity	सीमांत वेग	સીમાંત વેગ
limit in mean	माध्य में सीमा	મધ્યકમાં લક્ષ
limit of integration	समाकलन की सीमा	સંકલનની સીમા
limit of sequence	अनुक्रम सीमा	શ્રેણી-લક્ષ
limit point (=cluster point)	गुच्छ बिंदु, सीमा बिंदु	જૂથ બિંદુ, લક્ષબિંદુ
limit velocity	सीमांत वेग	સીમા વેગ
line	1. रेखा 2. लाइन 3. दीर्घतंतु	રેખા
linear	रेखीय, रैखिक, रेखाकार	સુરેખ, રૈખિક
linear algebraic	रैखिक बीजावली	સુરેખ બૈજિક
linear algebraic equation	रैखिक बीजीय समीकरण	સુરેખ બૈજિક સમીકરણ
linear approximation	रैखिक सन्निकटन	સુરેખ અંદાજન, સુરેખ સન્નિકટન
linear asymptote	रैखिक अनंतस्पर्शी	સુરેખ અનંતસ્પર્શી
linear coefficient	रैखिक गुणांक	સુરેખ સહગુણક
linear combination	एकघात संचय	સુરેખ સંયોજન
linear constraints	एकघात प्रतिबंध	સુરેખ પ્રતિબંધ
linear dependence	रैखिक आश्रितता	સુરેખ અવલંબન
linear differential equation	रैखिक अवकलन समीकरण	સુરેખ વિકલ સમીકરણ
linear dimension	1. रैखिक विमा 2. रैखिक माप 3. रैखिक लंबाई-चौड़ाई	સુરેખ પરિમાણ
linear equation	रैखिक समीकरण, एकघात समीकरण	સુરેખ સમીકરણ
linear form	रैखिक समघात	સુરેખ સ્વરૂપ
linear fractional transformation	रैखिक भिन्नात्मक रूपांतरण	સુરેખ અપૂર્ણાંક રૂપાંતરણ
linear function	रैखिक फलन	સુરેખ વિધેય
linear functional	रैखिक फलनक	સુરેખ વિધેયક
linear group	रैखिक समूह	સુરેખ સમૂહ
linear independence	रैखिक स्वतंत्रता	સુરેખ સ્વાયત્તતા
linear independent relation	रैखिक स्वतंत्र संबंध	સુરેખ સ્વાયત્ત સંબંધ
linear inequality	रैखिक असमिका	સુરેખ અસમતા
linear inhomogeneous differential equation	रैखिक असमघाती अवकल समीकरण	સુરેખ અસમઘાતી વિકલ સમીકરણ, સુરેખ અસમપરીમાણીય વિકલ સમીકરણ
linear integral equation	रैखिक समाकल समीकरण	સુરેખ સંકલ સમીકરણ

linear interpolation	रैखिक अंतर्वेशन	સુરેખ અંતર્વેશન
linear least square regression analysis	रैखिक न्यूनतम वर्ग समाश्रयण विश्लेषण	સુરેખ ન્યૂનતમ વર્ગ નિયતસંબંધ વિશ્લેષણ
linearity	1. एकघाततः 2. रैखिकतः	રૈખિકતા, સુરેખતા
linearly dependent	रैखिकतः परतंत्र	સુરેખ અવલંબી
linearly independent	रैखिकतः स्वतंत्र	સુરેખ સ્વાયત્ત
linear mapping	रैखिक प्रतिचित्रण	સુરેખ આલેખન
linear order	रैखिक क्रम	સુરેખ ક્રમ
linear ordering	रैखिक क्रमीकरण	સુરેખ ક્રમાંકન
linear programming	रैखिक प्रोग्रामन	સુરેખ આયોજન
linear programming algorithm	रैखिक प्रोग्रामन कलन-विधि	સુરેખ આયોજનની પ્રવિધિ
linear programming problem	रैखिक प्रोग्रामन समस्या	સુરેખ આયોજન-સમસ્યા
linear regression	रैखिक समाश्रयण	સુરેખ નિયતસંબંધ
linear regression coefficient	रैखिक समाश्रयण गुणांक	સુરેખ નિયતસંબંધ સહગુણક
linear relation	रैखिक संबंध, एकघाती संबंध	સુરેખ સંબંધ
linear space (=vector space)	रैखिक समष्टि	સુરેખ અવકાશ
linear subspace	रैखिक उपसमष्टि	સુરેખ ઉપવાકાશ
linear transformation	रैखिक रूपांतरण	સુરેખ રૂપાંતરણ
linear trend	रैखिक उपनति	સુરેખ વલણ
linear unbiased estimate	रैखिक अनभिनत आकल	સુરેખ અનભિનત આકલન
linear velocity	रैखिक वेग	સુરેખ વેગ
line integral	रेखा समाकल	રેખા સંકલ
line of intersection	प्रतिच्छेद-रेखा	છેદરેખા
line of regression	समाश्रयण-रेखा	નિયતસંબંધ રેખા
localised vector	स्थानगत सदिश	સ્થાનિત સદિશ
local optimum	स्थानीय इष्टतम	સ્થાનિક ઇષ્ટતમ
locus	बिन्दुपथ, रेखापथ	બિંદુપથ
log	लॉग, लठ्ठा, संलेख	1. લઘુગણક 2. લોગ, નોંધ
logarithmic	लघुगणकीय, लॉगेरिथ्मीय	લઘુગણકીય
logarithmic accuracy	लघुगणकीय यथार्थता	લઘુગણકીય ચોકસાઈ
logarithmic calculation	लॉगेरिथ्मीय परिकलन	લઘુગણકીય ગણતરી
logarithmic curve	लॉगेरिथ्मीय वक्र, लघुगणकीय वक्र	લઘુગણકીય વક્ર
logarithmic derivative	लघुगणकीय अवकलज	વિકલિત
logarithmic differentiation	लघुगणकीय अवकलज	લઘુગણકીય વિકલન
logarithmic function	लॉगेरिथ्मीय फलन, लघुगणकीय फलन	લઘુગણકીય વિધેય
logarithmic mean (=geometric mean)	लघुगणकीय माध्य, गुणोत्तर माध्य	લઘુગણકીય મધ્યક, ગુણોત્તર મધ્યક
logarithmic normal distribution	लघुगणकीय प्रसामान्य बंटन	લઘુગણકીય પ્રમાણિત વિતરણ
logarithmic relationship	लघुगणकीय संबंध	લઘુગણકીય સંબંધ
logarithmic scale	लघुगणकीय मापक्रम	લઘુગણકીય પ્રમાણમાપ
logarithmic series	लॉगेरिथ्मीय श्रेणी, लघुगणकीय श्रेणी	લઘુગણકીય શ્રેઢી
logarithmic spiral (equiangular spiral)	लॉगेरिथ्मीय सर्पिल, लघुगणकीय सर्पिल	લઘુગણકીય સર્પિલ
logarithmic table (=log table)	लॉगेरिथ्मीय सारणी, लघुगणकीय सारणी	લઘુગણકીય કોષ્ટક
logarithm (log)	लॉगेरिथ्म, लघुगणक	લઘુગણક, લોગ
logic	तर्क	તર્ક, તર્કશાસ્ત્ર
logically equivalent	तर्कतः तुल्य	તર્કતઃ સામ્ય

logistic curve	वृद्धिघात वक्र, पर्ल-रीड वक्र	વૃદ્ધિઘાત વક્ર
lognormal distribution	लघुगणक प्रसामान्य बंटन, लॉग प्रसामान्य बंटन	લઘુગણક પ્રમાણ્ય વિતરણ
longitude	1. रेखांश 2. देशांतर	રેખાંશ
loop	1. पाश, लूप, फंदा (सं.) पाशन (क्रि.) 2. प्रस्पंद	લૂપ, પાશ
lottery	1. प्रचयन 2. प्रचायिका, लॉटरी	લોટરી
lower bar	अधोरेखा	અધોરેખા
lower bound	निम्न परिबंध	અધ:સીમા
lower Riemann integral	निम्न रीमान-समाकल	અધ:રીમાન સંકલ
lower sum	निम्न योगफल	નિમ્ન યોગફળ
lower triangular matrix	निम्न त्रिभुजीय आव्यूह	અધ:ત્રિકોણીય શ્રેણિક

M

Maclaurin's expansion	मैक्लारिन प्रसार	મેક્લોરીન-વિસ્તરણ
magic number	माया संख्या, मैजिक संख्या, स्थायित्व संख्या	જાદુઇ સંખ્યા
magic square	मैजिक वर्ग	જાદુઇ ચોરસ
magnitude limit (=limiting magnitude)	कांतिमान-सीमा	માન લક્ષ
mailed questionnaire	डाक प्रेषित प्रश्नावली	ટપાલ દ્વારા મોકલાયેલ પ્રશ્નાવલી
mail survey	डाक द्वारा सर्वेक्षण	ટપાલ દ્વારા સર્વેક્ષણ
majorant (upper bound)	उपरि परिबंध	ઊર્ધ્વસીમા
major arc	दीर्घ चाप	ગુરુ ચાપ
majorised set	उपरिबद्ध समुच्चय	ઊર્ધ્વસીમિત ગણ
many valued function	बहुमान फलन	બહુમૂલ્યિત વિધેય
map	नक्शा, मानचित्र, प्रतिचित्र	આલેખન, નકશો
map into the set	समुच्चय में प्रतिचित्रित करना	ગણમાં આલેખન
mapping of a set	समुच्चय का प्रतिचित्रण	ગણ પરનું આલેખન
marginal probability	उपांत प्रायिकता	સીમાંત સંભાવના
mathematical analysis	गणितीय विश्लेषण	ગણિતીય વિશ્લેષણ
mathematical argument	गणितीय तर्क	ગણિતીય દલીલ
mathematical centre	गणितीय केंद्र	ગણિતીય કેન્દ્ર
mathematical complexity	गणितीय जटिलता	ગણિતીય જટિલતા
mathematical economics	गणितीय अर्थशास्त्र	ગણિતીય અર્થશાસ્ત્ર
mathematical expectation	गणितीय प्रत्याशा	ગણિતીય અપેક્ષા
mathematical form	गणितीय रूप	ગણિતીય સ્વરૂપ
mathematical formulation	गणितीय संरूपण, गणितीय संरूप	ગણિતીય સંરચન
mathematical identity	गणितीय सर्वसमिका	ગણિતીય નિત્યસમ
mathematical logic	गणितीय तर्कशास्त्र, गणितीय तर्क	ગણિતીય તર્કશાસ્ત્ર, ગણિતીય તર્ક
mathematical model	गणितीय निदर्श	ગણિતીય નમૂનો, ગણિતીય પ્રતિરૂપ
mathematical notion	गणितीय आशय	ગણિતીય ખ્યાલ
matrix digonalisation	मैट्रिक्स विकर्णन	શ્રેણિકનું વિકર્ણીકરણ
matrix inverse	आव्यूह-व्युत्क्रम	શ્રેણિકનો વ્યસ્ત
matrix inversion	आव्यूह-व्युत्क्रमण	શ્રેણિકનું વ્યસ્તીકરણ
matrix iterative method	आव्यूह पुनरावर्ती विधि	શ્રેણિકની પુનરાવર્તિત પધ્ધતિ
matrix method	मैट्रिक्स पद्धति	શ્રેણિક પધ્ધતિ
matrix multiplication	आव्यूह गुणन	શ્રેણિક-ગુણન

matrix of constants	अचरों का आव्यूह	અચળ-શ્રેણિક
matrix of effectiveness	प्रभाविता आव्यूह	અસરકારકતાનો શ્રેણિક
matrix operator	आव्यूह संकारक	શ્રેણિક કારક
matrix polynomial	आव्यूह बहुपद	શ્રેણિક બહુપદી
matrix printing	आव्यूह मुद्रण	શ્રેણિક મુદ્રણ
matrix product	आव्यूह-गुणनफल	શ્રેણિક ગુણાકાર
maximized	अधिकतमीकृत	અધિકતમ થયેલું
maximum	महत्तम, अधिकतम, उच्चतम	મહત્તમ, ગુરૂતમ, અધિકતમ
maximum absolute value	अधिकतम निरपेक्ष मान	મહત્તમ નિરપેક્ષ મૂલ્ય
maximum F-ratio	महत्तम F-अनुपात	મહત્તમ F-ગુણોત્તર
maximum likelihood	अधिकतम संभाविता	મહત્તમ સંભવિતતા
maxmin	महाल्पिष्ठ	મહત્તમ-ન્યૂનતમ
maxmin criterian	महाल्पिष्ठ निकष	મહત્તમ-ન્યૂનતમ ધોરણ
max of a function	फलन का अधिकतम	વિધેયનું મહત્તમ, વિધેયનું અધિકતમ
Maxwell-Boltzmann statistics	मैक्सवेल-बोल्ट्समान सांख्यिकी	મેક્ષવેલ-બોલ્ટ્ઝમાન આગણક
mean deviation	माध्य विचलन	સરેરાશ વિચલન, મધ્યક વિચલન
mean square deviation	विचलन वर्ग माध्य	મધ્યક-વર્ગ વિચલન
mean square error	वर्ग माध्य त्रुटि	મધ્યક-વર્ગ ત્રુટિ
mean value	माध्यमान, औसत मान	મધ્યક, મધ્ય મૂલ્ય, મધ્યકમાન
mean value theorem	माध्यमान प्रमेय	મધ્યકમાન પ્રમેય
measure of kurtosis	ककुदता माप	કકુદતાનું માપ, કુબ્જતાનું માપ
median	1. मध्य, मध्यस्थ 2. माध्यिका, मीडियन	મધ્યસ્થ
median centre	माध्यिका केंद्र	મધ્યસ્થ કેન્દ્ર
mesokurtic curve	मध्यककुदी वक्र	મધ્યકકુદી વક
mesokurtosis	मध्यककुदता	મધ્યકકુદતા, મધ્યક કુબ્જતા
message	संदेश	સંદેશ
method	रीति, विधि	પદ્ધતિ
method of elimination	विलोपन विधि	લોપની રીત
method of inversion	प्रतिलोमन-विधि	વ્યસ્તીકરણની પદ્ધતિ
method of iteration	पुनरावृत्ति विधि	પુનરાવર્તન પદ્ધતિ
method of least squares	न्यूनतम वर्ग विधि	ન્યૂનતમ વર્ગની પદ્ધતિ
method of moments	आघूर्ण विधि	ચાકમાત્રા પદ્ધતિ
method of similar triangles	समरूप त्रिभुज विधि	સમરૂપ ત્રિકોણ પદ્ધતિ
method of steepest descent	प्रवणतम अवरोहण विधि	ઊર્ધ્વપ્રાય અવરોહણ પદ્ધતિ
method of summation	संकलन-विधि	સરવાળા- પદ્ધતિ
method of undetermined coefficient	अनिर्धारित गुणांक विधि	અનિર્ણિતગુણક પદ્ધતિ
metric space	दूरीक समष्टि	માનાવકાશ
metric system	मीटरी पद्धति	દશાંશ પદ્ધતિ
metric unit	मेट्रिक इकाई	માપ એકમ
micro theory	सूक्ष्म सिद्धांत	સુક્ષ્મ સિદ્ધાંત
middle	मध्य	મધ્ય
middle term	मध्यपद	મધ્યમ પદ
mid point	मध्य बिंदु	મધ્યબિંદુ
mid point formula	मध्यबिंदु सूत्र	મધ્યબિંદુ સૂત્ર
minimal polynomial	अल्पिष्ठ बहुपद	અલ્પિષ્ઠ બહુપદી

minimax principle	अल्पमहिष्ठ सिद्धांत	ન્યૂનતમ-મહત્તમ સિદ્ધાંત
minimum	1. न्यूनतम, अल्पतम, निम्नतम	ન્યૂનતમ
minimum point (of curve)	निम्निष्ठ बिंदु	(વક્રનું) ન્યૂનતમ બિંદુ
minimum polynomial	अल्पतम बहुपद	ન્યૂનતમ બહુપદી
min of a function	फलन का न्यूनतम	વિધેયનું ન્યૂનતમ
minor arc	लघु चाप	લઘુચાપ
minor axis	लघु अक्ष	ગૌણાક્ષ
minorised subset	निम्न परिबद्ध उपसमुच्चय	અધ:સીમિત ઉપગણ
minus	माइनस, ऋण	ઓછા
minus sign	ऋण चिह्न	બાદબાકી ચિહ્ન
mixed fraction	मिश्र भिन्न	મિશ્ર અપૂર્ણાંક
mixed strategy	सविकल्प युक्ति	મિશ્ર વ્યુહરચના
mode	1. बहुलक, मोड 2. विधि, रीति, प्रणाली, विधा	બહુલક
modulus	मापांक, मोड्यूलस	માનાંક
modulus of a complex number	सम्मिश्र संख्या का मापांक	સંકર સંખ્યાનો માનાંક
moment	आघूर्ण	પ્રઘાત, ચાકમાત્રા
moment generating function	आघूर्णजनक फलन	પ્રઘાતસર્જક વિધેય, ચાકમાત્રાસર્જક વિધેય
moment of a force	बल का आघूर्ण	બળની ચાકમાત્રા
moment of frequency distribution	बारंबारता-बंटन का आघूर्ण	આવૃત્તિ વિતરણની ચાકમાત્રા
moment of inertia	जड़त्व आघूर्ण	જડત્વની ચાકમાત્રા
moment of momentum	संवेग आघूर्ण	વેગમાનની ચાકમાત્રા
momentum	संवेग	વેગમાન
monomial	एकपद	એકપદી
monomorphic	एकैक समाकारी	એક-એક સમરૂપી
monomorphism	एकरूपता, एकैक समाकारिता	એક-એક સમરૂપતા
monotone	एकदिष्ट	એકસૂત્ર રીતે
monotone increasing sequence	एकदिष्ट वर्धमान अनुक्रम	એકસૂત્ર રીતે શ્રેણી
monotonically	एकदिष्टतः	એકસૂત્રી રીતે
monotonically increasing net	एकदिष्टतः वर्धमान जाल	એકસૂત્રી રીતે વધતી જાળ
monotonically increasing sequence	एकदिष्टतः वर्धमान अनुक्रम	એકસૂત્રી રીતે વધતી શ્રેણી
monotonic function	एकदिष्ट फलन	એકસૂત્રી વિધેય
Monte Carlo calculation	मॉन्टे-कार्लो परिकलन	મોન્ટે-કાર્લો ગણન
Monte Carlo method	मॉन्टे-कार्लो विधि	મોન્ટે-કાર્લો પદ્ધતિ
morra (game)	मोरा (खेल)	મોરા (રમત)
mortality statistics	मृत्यु आंकड़े	મૃત્યુપ્રમાણ આંકડાશાસ્ત્ર
most probable	प्रायिकतम	સૌથી વધુ સંભવિત
motion	गति	ગતિ
moving average	गतिमान माध्य	ચલિત સરેરાશ
M-space	M-समष्टि	M-અવકાશ
M-test for integral	समाकल का M-परीक्षण	સંકલ માટેની M-કસોટી
multidecision problem	बहुगत निर्णय-समस्या	બહુનિર્ણય સમસ્યા
multidimensional normal distribution	बहुविम प्रसामान्य बंटन	બહુપરિમાણીય પ્રમાણ્ય વિતરણ
multidimensional random variable	बहुविम यादृच्छिक चर	બહુપરિમાણીય યાદચ્છિક ચલ
multi-index transportation problem	बहुसूचक परिवहन समस्या	બહુસૂચક પરિવહન સમસ્યા

multinomial	बहुपद	બહુપદી
multinomial distribution	बहुपद बंटन	બહુપદી વિતરણ
multiple	गुणित, बहुगुण, बहु, बहुत (वि.), गुणज, अपवर्त्य (सं.)	ગુણિત
multiple choice problem	बहुविकल्पी समस्या	બહુવિકલ્પી સમસ્યા
multiple connected domain	बहुसंबद्धित प्रांत	બહુ-અવિભક્ત પ્રદેશ
multiple correlation	बहु सहसंबंध	બહુચલીય સહસંબંધ
multiple frequency table	बहु-बारंबारता सारणी	એકાધિક આવૃત્તિ કોષ્ટક, બહુઆવૃત્તિ કોષ્ટક
multiple integral	बहु समाकल	બહુસંકલ
multiple integration	बहु समाकलन	બહુસંકલન
multiple regression	बहु समाश्रयण	બહુચલીય નિયત સંબંધ
multiple regression analysis	बहुसमाश्रयण विश्लेषण	બહુચલીય નિયત સંબંધ વિશ્લેષણ
multiple regression coefficient	बहुसमाश्रयण गुणांक	બહુચલીય નિયત સંબંધ સહગુણક
multiple regression equation	बहुसमाश्रयण समीकरण	બહુચલીય નિયત સંબંધ સમીકરણ
multiple root	बहु मूल	એકાધિક મૂળ, બહુમૂળ
multiplication	गुणन	ગુણાકાર, ગુણન
multiplication by columns (of determinant)	(सारणिक का) स्तंभशः गुणन	(નિશ્ચાયક માં) સ્તંભશ: ગુણન
multiplication by rows (of determinant)	(सारणिक का) पंक्तिशः गुणन	(નિશ્ચાયક માં) પંક્તિશ: ગુણન
multiplication factor	गुणन कारक	ગુણન અવયવ
multiplicative function	गुणनात्मक फलन	ગુણનીય વિધેય
multiplicative group	गुणनात्मक समूह	ગુણનીય સમૂહ
multiplicative inverse	गुणनात्मक प्रतिलोम	ગુણાકાર માટેનો વ્યસ્ત
multiplicity	बहुकता	બહુગુણિતતા, બહુલતા
multiplicity of roots	मूल-बहुकता	મૂળની ગુણિતતા, મૂળ-બહુલતા
multiplicity of zero	शून्यक की बहुकता	શૂન્યકની ગુણિતતા, શૂન્યકની બહુલતા
multiplier	गुणक	ગુણક
multiply	1. गुणा करना 2. संवर्धन	ગુણવું, ગુણાકાર કરવો
multivariate distribution	बहुचर बंटन	બહુચલીય વિતરણ
multivariate normal distribution	बहुचर प्रसामान्य बंटन	બહુચલીય પ્રમાણ્ય વિતરણ
multivariate population	बहुचर समष्टि	બહુચલ સમષ્ટિ
mutual	पारस्परिक, अन्योन्य	પરસ્પર, પારસ્પરિક, અન્યોન્ય

N

nabla	नाब्ला	નાબલા
Napierian	नैपिरीय	નેપિયરીય
Napierian logarithm	नैपिरीय लघुगणक, नैपिरीय लॉगेरिथ्म	નેપિયરીય લઘુગણક
natural logarithm	प्राकृतिक लघुगणक, प्राकृतिक लॉगेरिथ्म	પ્રાકૃતિક લઘુગણક
natural number	धन पूर्णसंख्या, धन पूर्णांक	પ્રાકૃતિક સંખ્યા
nautical mile	समुद्री मील	સમુદ્રી માઇલ
n-dimensional	n-विम	n-પરિમાણિય
n-dimensional vector space	n-विम सदिश-समष्टि	n-પરિમાણિય સદિશ અવકાશ
necessary and sufficient condition	आवश्यक तथा पर्याप्त प्रतिबंध	આવશ્યક અને પર્યાપ્ત શરત
necessary condition	आवश्यक प्रतिबंध	આવશ્યક શરત
negation	निषेध	નિષેધ
negative	1. ऋण, ऋणात्मक 2. नेगेटिव	ઋણ, ઋણાત્મક

negative curvature	ऋण वक्रता	ઋણ વક્રતા
negative definite form	ऋणात्मक निश्चित समघात	ઋણ નિયત સ્વરૂપ
negative definite matrix	ऋणात्मक निश्चित् आव्यूह	ઋણ નિયત શ્રેણિક
negative semi-definite form	ऋणात्मक अर्धनिश्चित समघात	ઋણ અધનિયત સ્વરૂપ
neighbourhood	1. प्रतिवेश 2. सामीप्य	સામીપ્ય
nested sampling	1. बहुक्रम प्रतिचयन 2. समावेशी प्रतिचयन	નીડિત નિદર્શન
net reproduction rate	नेट जनन दर	ચોખ્ખો પ્રજનન દર
Newtonian mechanics	न्यूटनी यांत्रिकी	ન્યૂટોનીય યંત્રશાસ્ત્ર
Newton's divided difference formula	न्यूटन का विभाजित अंतर सूत्र	ન્યૂટનનું વિભાજીત અંતર સુત્ર
Newton's laws of motion	न्यूटन के गति-नियम	ન્યૂટનના ગતિના નિયમો
Neyman allocation	नेमेन नियतन	નેમેન ફાળવણી
Neyman Pearson theory	नेमेन-पियर्सन-सिद्धांत	નેમેન-પિયર્સન સિદ્ધાંત
nilpotent element	शून्यंभावी अवयव	શૂન્યઘાતી ઘટક
nilpotent matrix	शून्यंभावी आव्यूह	શૂન્યઘાતી શ્રેણિક
node	1. नोड, आसंधि 2. पात 3. निर्नति 4. निस्पंद	નોડ, ગ્રંથિ
non-Abelian group	अन-आबेली गुप	અન-આબેલીય સમૂહ, અસમકમી સમૂહ
non-absolute convergence	सापेक्ष अभिसरण	સાપેક્ષ અભિસરણ
non-algebraic	अबीजीय	અબૈજિક
non-degenerate	अनपभ्रष्ट	અવિસર્જનીય, વિકૃતિ-રહિત
non-degenerate basic feasible solution	अनपभ्रष्ट आधारी सुसंगत हल	વિકૃતિ-રહિત મૂળભૂત શક્ય ઉકેલ
non-dense	अघन	ગીચતારહિત
non-dense set	अघन समुच्चय	ગીચતારહિત ગણ
non-denumerable infinity of points	बिंदुओं का अगणनीय अनंत	બિંદુઓનો અગણનીય અનંત
non-denumerable set	अगणनीय समुच्चय	અગણનીય ગણ
non-differentiable	अनवकलनीय	અવિકલનીયત
non empty subset	अरिक्त उपसमुच्चय	અરિક્ત ઉપગણ
non-Euclidean geometry	अयूक्लिडी ज्यामिति	યુક્લીડીયેતર ભૂમિતિ,
non-homogeneous	1. असमांगी 2. असमघात	અસમઘાત, અસમપરિમાણીય
non-intersecting	अप्रतिच्छेदी	છેદરહિત
non-linear algebraic equation	अरैखिक बीजीय समीकरण	અરેખ બૈજીક સમીકરણ
non-linear differential equation	अरैखिक अवकल समीकरण	અરેખ વિકલ સમીકરણ
non-linear equation	अरैखिक समीकरण	અરેખ સમીકરણ
non-linear programming	अरैखिक प्रोग्रामन	અરેખ આયોજન
non-linear regression	अरैखिक समाश्रयण	અરેખ નિયત સંબંધ
non-linear relationship	अरैखिक संबंध	અરેખ સંબંધ
non-negative integer	ऋणेतर पूर्णसंख्या, ऋणेतर पूर्णांक	અનૃણ પૂર્ણાંક
non-negative variable	ऋणेतर चर	અનૃણ ચલ
non-parametric test	अप्राचलिक परीक्षण	અપ્રાચલ કસોટી
non-probabilistic approach	प्रायिकतेतर दृष्टिकोण	અસંભાવનીય અભિગમ, બીનસંભાવનીય અભિગમ
non-singular matrix	व्युत्क्रमणीय आव्यूह	સામાન્ય શ્રેણિક, વ્યસ્તસંપન્ન શ્રેણિક
non-symmetric matrix	असममित आव्यूह	અસંમિત શ્રેણિક
non-trivial	अतुच्छ	અસાહજિક
non-vanishing determinant	शून्येतर सारणिक	શૂન્યેતર નિશ્ચાયક

non-void	अरिक्त	અરિક્ત
non-void subset	अरिक्त उपसमुच्चय	અરિક્ત ઉપગણ
non-zero determinant	शून्येतर सारणिक	શૂન્યેતર નિશ્ચાયક
NOR gate	अथवा पूरक द्वार	NOR ગેટ
normal	1. प्रसामान्य 2. प्राकृतिक 3. मानक 4. सामान्य, साधारण 5. अभिलंब 6. नॉर्मल	1.પ્રમાણ્ય 2.સામાન્ય ૩. અભિલંબ 4. નિયત
normal acceleration	अभिलंब त्वरण	અભિલંબીય પ્રવેગ
normal angle	अभिलंब कोण	નિયતકોણ, અભિલંબકોણ
normal curve	प्रसामान्य वक्र	નિયતવક્ર, પ્રમાણ્યવક્ર
normal density function	प्रसामान्य घनत्व फलन	નિયત ઘનતા વિધેય, પ્રમાણ્ય ઘનતા વિધેય
normal distribution	प्रसामान्य बंटन	પ્રમાણ્ય વિતરણ
normal distribution function	प्रसामन्य बंटन फलन	પ્રમાણ્ય વિતરણ વિધેય
normal form for the matrix	आव्यूह का प्रसामान्य रूप	શ્રેણિકનું પ્રમાણ્ય સ્વરૂપ
normal frequency	प्रसामान्य बारंबारता	પ્રમાણ્ય આવૃત્તિ
normalized curve	प्रसामान्यीकृत वक्र	પ્રમાણ્યીકૃત વક્ર
normalized floating point number	प्रसामान्यीकृत चलबिंदु संख्या	પ્રમાણ્યીકૃત ચલબિંદુ સંખ્યા
normalizer	प्रसामान्यक	નિયતક
normal matrix	प्रसामान्य आव्यूह	પ્રમાણ્ય શ્રેણિક, નિયત શ્રેણિક
normal probability curve	प्रसामान्य प्रायिकता वक्र	પ્રમાણ્ય સંભાવના વક્ર
normal probability distribution	प्रसामान्य प्रायिकता बंटन	પ્રમાણ્ય સંભાવના વિતરણ
normal subgroup (=distinguished subgroup)	प्रसामान्य उपसमूह, विशिष्ट उपसमूह	નિયત ઉપસમૂહ
normed linear space	मानकित रैखिक समष्टि	માનાંકિત સુરેખ અવકાશ
norm of a vector	सदिश मानक	સદિશનો માનાંક
NOT gate	NOT गेट, न गेट	NOT ગેટ
nowhere dense set	नकुत्रापि सघन समुच्चय	સર્વત્ર ગીચતારહિત ગણ
null hypothesis	निराकरणीय परिकल्पना	રિક્ત અધિતર્ક
null matrix	शून्य आव्यूह	શૂન્ય શ્રેણિક
null set	रिक्त समुच्चय	રિક્ત ગણ
null vector	शून्य सदिश	શૂન્ય સદિશ
number	संख्या	સંખ્યા
number axis	संख्या अक्ष	સંખ્યા અક્ષ
number system	संख्या पद्धति	સંખ્યા પદ્ધતિ
numeral	1. संख्यांक (सं.) 2. संख्यात्मक (वि.)	સંખ્યાસંકેત
numeration	संख्यान, संख्या देना	સાંખ્યિકીકરણ
numerator	अंश	અંશ
numerical coefficient	संख्यात्मक गुणांक	સંખ્યાત્મક સહગુણક
numerical computation	संख्यात्मक अभिकलन	સંખ્યાત્મક સંગણન
numerical differentiation	संख्यात्मक अवकलन	સંખ્યાત્મક વિકલન
numerical method	संख्यात्मक विधि	સંખ્યાત્મક પદ્ધતિ
n-vector	n-सदिश, n-वेक्टर	n-સદિશ
n-vector space	n-सदिश समष्टि	n-સદિશ અવકાશ
O		
object	1. वस्तु 2. पिंड 3. बिंब	1.વસ્તુ 2. હેતુ
objective function	उद्देश्य फलन	હેતુલક્ષી વિધેય

oblique	तिर्यक, तिरछा	તિર્યક
oblique asymptote	तिर्यक अनंतस्पर्शी	તિર્યક અનંત સ્પર્શક
oblique axis	तिर्यक अक्ष	તિર્યક ધરી, તિર્યક અક્ષ
oblique section	तिर्यक परिच्छेद, तिरछी काट	તિર્યક છેદ
observation	प्रेक्षण	અવલોકન, નિરીક્ષણ
observed frequency	प्रेक्षित बारंबारता	નિરીક્ષિત આવૃત્તિ, અવલોકિત આવૃત્તિ
obtuse angle	अधिक कोण	ગુરુકોણ
octagon	अष्टभुज	અષ્ટકોણ
octahedron	अष्टफलक	અષ્ટફલક
octal system	अष्टाधारी पद्धति	અષ્ટાંકી પદ્ધતિ, અષ્ટાંશ પદ્ધતિ
octant	अष्टांशक	અષ્ટાંશ
odd	विषम	વિષમ, અયુગ્મ, એકી
odd curve	विषम वक्र	વિષમ વક
odd number	विषम संख्या	એકી સંખ્યા, અયુગ્મ સંખ્યા
odd permutation	विषम क्रमचय	અયુગ્મ ક્રમચય
odd polynomial	विषम बहुपद	અયુગ્મ બહુપદી
ogive	1. ओजाइव 2. तोरण	તોરણ, ઓજાઈવ
one to one correspondence	एकैकी संगति	એક-એક સંગતતા
one to one function	एकैकी फलन	એક-એક વિધેય
one to one map	एकैकी प्रतिचित्र	એક-એક આલેખન
one-way classifcation	एकधा वर्गीकरण	એકધા વર્ગીકરણ
onto map	आच्छादक प्रतिचित्र	વ્યાપ્ત આલેખન
open	खुला, विवृत (वि.)	વિવૃત
open ball	विवृत गोलक	વિવૃત ગોલક, વિવૃત કંદુક
open interval	विवृत अंतराल	વિવૃત અંતરાલ
open ray	विवृत अर्धरेखा	વિવૃત કિરણ
open set	विवृत समुच्चय	વિવૃત ગણ
operation	प्रचालन	ક્રિયા, પ્રક્રિયા
operational research	संक्रिया विज्ञान	ક્રિયાત્મક સંશોધન
operations research	संक्रिया विज्ञान	ક્રિયા- વિજ્ઞાન
operator	1. प्रचालक, ऑपरेटर 2. संकारक	કારક
opposite angle	सम्मुख कोण	સંમુખકોણ
opposite event	विपरीत घटना	વિપરીત ઘટના
optimal basic feasible solution	इष्टतम आधारी सुसंगत हल	ઇષ્ટતમ મૂળભૂત શક્ય ઉકેલ
optimal condition	इष्टतम अवस्था	ઇષ્ટતમ શરત
optimal lot size	इष्टतम प्रचय आमाप	ઇષ્ટતમ નિદર્શ માપ
optimal value	इष्टतम मान	ઇષ્ટતમ મૂલ્ય
optimum	अनुकूलतम, इष्टतम	ઇષ્ટતમ
orbit	कक्षा	કક્ષા
order	1. क्रम 2. कोटि 3. घात 4. मूलांक 5. समूहांक	1. ક્રમ 2. કોટિ 3. કક્ષા 4. મૂલાંક
ordered pair	क्रमित युग्म	ક્રમયુક્ત જોડ, ક્રમિત યુગ્મ
ordered set	क्रमित समुच्चय, क्रमित सेट	ક્રમયુક્ત ગણ, ક્રમિત ગણ
ordering	क्रमण, क्रमीकरण	ક્રમિકતા
order of a determinant	सारणिक की कोटि, डिटर्मिनेन्ट की कोटि	નિશ્ચાયકની કક્ષા

order of a group	समूह की कोटि	સમૂહની કક્ષા
order of a matrix	आव्यूह की कोटि	શ્રેણિકની કક્ષા
order of an element in a group	समूह में अवयव की कोटि	સમૂહના ઘટકની કક્ષા
order of differential equation	अवकल समीकरण की कोटि	વિકલ સમીકરણની કક્ષા
order of operation	संक्रिया क्रम	ક્રિયાનો ક્રમ, પ્રક્રિયા-ક્રમ
order of zero	शून्यक कोटि	શૂન્યની કક્ષા
ordinal number	क्रमसूचक संख्या	ક્રમસૂચક સંખ્યા
ordinary differential equation	साधारण अवकल समीकरण	સામાન્ય વિકલ સમીકરણ
ordinate	कोटि	કોટિ
oreintability	अभिविन्यसनीयता	અભિમુખતા
orientation	दिकविन्यास	અભિમુખીકરણ
orientation of surface	पृष्ठ का अभिविन्यास	પૃષ્ઠનું અભિમુખીકરણ
origin	उद्गम, उद्भव, उत्पत्ति	ઉગમબિંદુ
origin of coordinates	निर्देश-मूल-बिंदु	યામનું ઉગમબિંદુ
orthocentre	लंब केंद्र	લંબકેન્દ્ર
orthogonal	लंब कोणीय, लांबिक	લંબ
orthogonal axes	लंबकोणिक अक्ष	લંબચ્છેદી અક્ષ, લંબાક્ષ
orthogonal family	लांबिक परिवार	લાંબિક પરિવાર
orthogonal group	लांबिक समूह, लांबिक गुप	લંબ સમૂહ
orthogonality condition	लंबकोणीयता शर्त	લાંબિકતા શરત
orthogonalization	लांबिकीकरण	લાંબિકીકરણ
orthogonal matrix	लांबिक आव्यूह	લંબશ્રેણિક
orthonormal	ऑर्थोनॉर्मल, प्रसामान्य लांबिक	એકમલંબ
orthonormal basis	प्रसामान्य लांबिक आधार	એકમલંબ આધાર
oscillation	दोलन	ડોલન
oscillation of a function	फलन का दोलन	વિધેયનું ડોલન
oscillatory function	दोलनी फलन	ડોલાયમાન વિધેય
osculating	आश्लेषी	આશ્લેષી
outer product	बाह्य गुणनफल	બાહ્ય ગુણાકાર, બહિર્ગુણન
output	निर्गत, निर्गम, उत्पादन, बहिर्वेश	1. ઉત્પાદન 2. નિર્ગમ
overdetermined system	अतिनिर्धारित निकाय	અતિનિર્ધારિત સંહતિ
P		
paired comparision	युगलित तुलना	યુગ્મિત તુલના, યુગ્મિત સરખામણી
pairwise disjoint	युगलतः असंयुक्त	જોડવાર વિભક્ત
pairwise independent	युगलतः स्वतंत्र	જોડવાર સ્વાયત્ત
parrelelopiped	समांतर षट्फलक	સમાંતર ષટ્ફલક
parallel forces	समांतर बल	સમાંતર બળ
parallelogram	समांतर चतुर्भुज	સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ
parallelogram of forces	बल-समांतर चतुर्भुज	બળનો સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ
parallelogram of velocities	वेग-समांतर चतुर्भुज	વેગનો સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ
parameter	1. प्राचल 2. अंतःखंडी अनुपात, पैरामीटर	પ્રચલ
parameter free (=non-parametric)	अप्राचलिक	પ્રચલમુક્ત , (પ્રચલરહિત)
parameter of distribution	बंटन-प्राचल	વિતરણનો પ્રચલ
parametric	प्राचलिक	પ્રાચલ
parametric coordinate	प्राचलिक निर्देशांक	પ્રાચલ યામ

parametric curve	प्राचलिक वक्र	પ્રાચલ વક્ર
parametric equation	प्राचलिक समीकरण	પ્રાચલ સમીકરણ
parametric linear programming	प्राचलिक रैखिक प्रोग्रामन	પ્રાચલ સુરેખ આયોજન
parametric method	प्राचल विधि	પ્રાચલ રીત, પ્રાચલ પધ્ધતિ
parametric objective function	प्राचलिक उद्देश्य फलन	પ્રાચલ હેતુલક્ષી વિધેય
parametric programming	प्राचलिक प्रोग्रामन	પ્રાચલ આયોજન
parametric representation	प्राचलिक निरूपण	પ્રાચલ નિરૂપણ
parametrization	प्राचलीकरण	પ્રચલીકરણ
parenthesis	कोष्ठक, बंधनी	કૌંસ
parenthesis notation	कोष्ठक चिह्न	કૌંસ ચિહ્ન, કૌંસ સંજ્ઞા
parent population	मूल समष्टि	મૂળ સમષ્ટિ
Pareto curve	पैरेटो-वक्र	પેરેટો વક્ર
parity check	समता जांच	યુગ્મતા તપાસ, દ્વિવિધ તપાસ
partial confounding	आंशिक संकरण	આંશિક સંકીર્ણન
partial correlation	आंशिक सहसंबंध	આંશિક સહસંબંધ
partial derivative	आंशिक अवकलज	આંશિક વિકલન
partial differential equation	आंशिक अवकल समीकरण	આંશિક વિકલ સમીકરણ
partial differentiation	आंशिक अवकलन	આંશિક વિકલન
partial fraction	आंशिक भिन्न	આંશિક અપૂર્ણાંક, ખંડશઃ અપૂર્ણાંક
partial integration	आंशिक समाकलन	આંશિક સંકલન
partially ordered	अंशतः क्रमित	અંશતઃ ક્રમિત
partially ordered set	अंशतः क्रमित समुच्चय	અંશતઃ ક્રમિત ગણ
partial order	आंशिक क्रम	આંશિક ક્રમ
partial regression coefficient	आंशिक समाश्रयण गुणांक	આંશિક નિયત સંબંધાંક
partial sum	आंशिक योगफल	આંશિક સરવાળો
particle	कण	કણ
particular case	विशिष्ट स्थिति	વિશિષ્ટ કિસ્સો
particular integral	विशेष समाकल	વિશિષ્ટ સંકલન
particular solution	विशेष हल	વિશિષ્ટ ઉકેલ
partition	विभाजन, वितरण	વિભાજન
partitioning of matrices	आव्यूहों का विभाजन	શ્રેણિકોનું વિભાજન
partition value	विभागकारी मान	વિભાજન મૂલ્ય
Pascal triangle	पास्कल त्रिभुज	પાસ્કલ ત્રિકોણ
pattern	चित्राम, प्रतिमान, प्रतिरूप, पैटर्न	ભાત
pattern function	प्रतिरूप फलन	ભાત-વિધેય
pattern problem	प्रतिरूप समस्या	ભાત-સમસ્યા
payload velocity	नीतभार वेग	નીતભાર વેગ
payoff function	भुगतान फलन	વળતર વિધેય
payoff matrix	भुगतान आव्यूह	વળતર શ્રેણિક
p-basis	p-आधार	p-આધાર
p-chart	p-संचित्र	p-આલેખ
Peano curve	पियानो-वक्र	પિઆનો વક્ર
Peano space	पियानो-समष्टि	પિઆનો અવકાશ
pedal equation	पदिक समीकरण	પાદિક સમીકરણ
percent	प्रतिशत	પ્રતિશત, ટકા

percentage	प्रतिशतता	ટકાવારી
percentage error	प्रतिशत त्रुटि	ટકાવાર ત્રુટિ, પ્રતિશત ત્રુટિ
percentage frequency	प्रतिशत बारंबारता	પ્રતિશત આવૃત્તિ, ટકાવાર આવૃત્તિ
percentage increase	प्रतिशत वृद्धि	પ્રતિશત વૃદ્ધિ, ટકાવાર વૃદ્ધિ
percentage of error	अशुद्धि-प्रतिशतता	ત્રુટિની ટકાવારી
percent decrease	प्रतिशत ह्रास	પ્રતિશત ઘટ, ટકાવાર ઘટ
percentile	शततमक	શતાંક
perfect cube	पूर्ण घन	પૂર્ણ ઘન
perfect gas	आदर्श गैस	આદર્શ વાયુ
perfect number	परिपूर्ण संख्या	પૂર્ણસંખ્યા
perfect set	परिपूर्ण समुच्चय	પૂર્ણ ગણ
perfect square	पूर्ण वर्ग	પૂર્ણ વર્ગ
perfect square expression	पूर्ण वर्ग व्यंजक	પૂર્ણ વર્ગ અભિવ્યક્તિ
perimeter	परिमाप	પરિમિતિ
period	1. आवर्तकाल 2. अवधिकाल 3. आवर्तक 4. आवर्तनांक (त्रिकोणमिति) 5. कल्प 6. कालांक	આવર્તકાળ, આવર્તમાન
periodic curve	आवर्ती वक्र	આવર્તી વક્ર
periodic disturbances	आवर्ती विक्षोभ	આવર્તી વિક્ષેપો
periodic function	आवर्ती फलन	આવર્તી વિધેય
periodic motion	आवर्ती गति	આવર્તી ગતિ
period of revolution	परिक्रमण काल	પરિક્રમણનો આવર્તકાળ
period of rotation	घूर्णन काल	ઘૂર્ણનનો આવર્તકાળ
periodogram	आवर्तिता वक्र	આવર્તિતા વક્ર
peripheral	1. परिधीय, उपान्तीय 2. परिरेखीय	પરિધીય
permissible	अनुमेय, अनुज्ञेय	માન્ય
permissible limit of error	अशुद्धि की अनुमेय सीमा	ત્રુટિની માન્ય સીમા
permutation	क्रमचय	ક્રમચય
permutation group	क्रमचय समूह	ક્રમચય સમૂહ
permutation matrix	क्रमचय-आव्यूह	ક્રમચય શ્રેણિક
permutation method	क्रमचय विधि	ક્રમચય વિધિ
perpendicular	लंब	લંબ
perpendicularity	लंबता	લંબત્વ
perpendicularly	लंबतः, अनुलंब	લંબતઃ
perpendicular plane	लंब समतल	લંબતલ
personnel-assignment problem	कर्मचारी नियतन समस्या	વ્યક્તિગત-ફાળવણી સમસ્યા
PERT (program evaluation review technique)	पर्ट	પર્ટ
perturbation	क्षोभ	ક્ષોભ
perturbation problem	क्षोभ-समस्या	ક્ષોભ સમસ્યા
perturbed problem	क्षुब्ध समस्या	ક્ષુબ્ધ સમસ્યા
phase	1. प्रावस्था 2. कला 3. कोणांक	1. કલા 2. તબક્કો
phase angle	कला-कोण	કલાકોણ
phase difference	कलांतर	કલાંતર
phase displacement	कला विस्थापन	કલા સ્થાનાંતર
physical astronomy	भौतिक खगोलिकी	ભૌતિકીય ખગોળશાસ્ત્ર

physical constant	भौतिक नियतांक	ભૌતિક અચળાંક
physical parameter	भौतिक प्राचल	ભૌતિકીય પ્રચલ
physical pendulum	भौतिक लोलक	ભૌતિકીય લોલક
physical quantity	भौतिक राशि	ભૌતિક રાશિ
physical sciences	भौतिक विज्ञान	ભૌતિકીય વિજ્ઞાન
pictograph	चित्रालेख	ચિત્રાલેખ
pictor	पिक्टर	પિક્ટર
piecewise continuous function	खंडशः संतत फलन	ખંડશઃ સતત વિધેય
piecewise linear	खंडशः रैखिक	ખંડશઃ સુરેખ
piecewise linear function	खंडशः रैखिक फलन	ખંડશઃ સુરેખ વિધેય
piecewise smooth	खंडशः मसृण	ખંડશઃ સુવક્ર
pie diagram	वृत्तारेख	પાઈ આકૃતિ
pilot census	मार्गदर्शी जनगणना	માર્ગદર્શી વસતિગણના
pilot survey	मार्गदर्शी सर्वेक्षण	પ્રારંભિક માર્ગદર્શી સર્વેક્ષણ, પ્રારંભિક માર્ગદર્શી મોજણી
pivot	धुराग्र, कीलक	કીલક, આધાર
pivotal element	आधारी अवयव	આધારી ઘટક
Planck's constant	प्लांक नियतांक	પ્લાન્કનો અચળાંક
Planck's law	प्लांक-नियम	પ્લાન્કનો નિયમ
plane	तल, समतल	સમતલ, તલ
plane angle	समतलीय कोण	સમતલીય કોણ
plane boundary	समतल परिसीमा	સમતલીય સીમા
plane curve	समतल वक्र	સમતલ વક્ર
plane figure	समतल आकृति	સમતલ આકૃતિ
plane geometry	समतल ज्यामिति	સમતલ ભૂમિતિ
plane motion	समतलीय गति	સમતલ ગતિ
plane of projection	प्रक्षेपण-तल	પ્રક્ષેપતલ
plane of reference	निर्देश तल	સંદર્ભતલ
plane of symmetry	सममिति तल	સંમિતતાનું સમતલ
planet	ग्रह	ગ્રહ
planetarium	कृत्रिम नभोमंडल	કૃત્રિમ નભોમંડળ
planetary motion	ग्रह गति	ગ્રહ-ગતિ
planetary system	ग्रह निकाय	ગ્રહ મંડળ
plane trigonometry	समतल त्रिकोणमिति	સમતલ ત્રિકોણમિતિ
plane wave	समतल तरंग	સમતલ તરંગ
planning horizon	आयोजना क्षितिज	ક્ષિતિજ આયોજન
plasma	प्लाज्मा	પ્લાઝમા
plastic	सुघटय, प्लास्टिक	પ્લાસ્ટિક
platykurtic curve	सपाटककुदी वक्र	સપાટ કુબ્જીય વક્ર, સપાટ ककुदी वक्र
platykurtosis	सपाट-ककुदता	સપાટ કુબ્જતા, સપાટ ककुदता
plot	1. भूखंड, क्षेत्रक, प्लॉट 2. आलेख	આલેખવું, આલેખ, પ્લોટ
plotted	आलेखित	આલેખિત
plotted frequency distribution	आलेखित बारंबारता बंटन	આલેખિત આવૃત્તિ વિતરણ
plotter	आलेखक	આલેખક
plotting	आलेखन	આલેખન

plotting of curve	वक्र का आलेखन	વક્રાલેખન
plus	प्लस, धन	સરવાળા-ક્રિયા
plus formula	प्लस-सूत्र, धन-सूत्र	સરવાળા-સૂત્ર
point at infinity	अनंतस्थ बिंदु	અનંતબિંદુ
point estimate	बिंदु आकल	બિંદુ આગણ
point estimation	बिंदु आकलन	બિંદુ આગણન
point mass	बिंदु संहति	બિંદુદળ
point of accumulation	गुच्छ बिंदु	પૂંજ બિંદુ, ગુચ્છબિંદુ
point of analyticity	विश्लेषिकता बिंदु	વૈશ્લેષિકતા બિંદુ
point of condensation	संघनन बिंदु	સંઘનન બિંદુ
point of incidence	आपतन बिंदु	આપાત બિંદુ
point of infinite discontinuity	अनंत असांतत्य बिंदु	અનંત અસાતત્ય બિંદુ
point of intersection	प्रतिच्छेद बिंदु	છેદબિંદુ
point of non-uniform convergence	नैकसमान अभिसरण बिंदु	અન-એકરૂપ અભિસાર બિંદુ
point of projection	प्रक्षेप बिंदु	પ્રક્ષેપબિંદુ
point of uniform convergence	एकसमान अभिसरण बिंदु	એકરૂપ અભિસારનું બિંદુ
point open topology	बिंदुशः संस्थिति	બિંદુ-વિવૃત સંસ્થિતિ
point set	बिंदु समुच्चय	બિંદુગણ
point source	बिंदु स्रोत	બિંદુ સ્ત્રોત
pointwise closed	बिंदुशः संवृत	બિંદુવાર સંવૃત
pointwise closure	बिंदुशः संवरक	બિંદુવાર સંવૃતક
pointwise convergence	बिंदुशः अभिसरण	બિંદુવાર અભિસરણ
pointwise discontinuous function	बिंदुशः असंतत फलन	બિંદુવાર અસતત વિધેય
pointwise topology	बिंदुशः संस्थिति	બિંદુવાર સંસ્થિતી
Poisson arrival	प्वासों बंटनी आगमन	પ્વાસાઁ આગમન
Poisson integral	प्वासों समाकल	પ્વાસાઁ સંકલ, પ્વાસાઁ ઉકેલ
Poisson problem	प्वासों की समस्या	પ્વાસાઁની સમસ્યા
Poisson's distribution	प्वासों बंटन	પ્વાસાઁનું વિતરણ
Poisson's equation	प्वासों समीकरण	પ્વાસાઁનું સમીકરણ
Poisson's integral formula	प्वासों समाकल सूत्र	પ્વાસાઁનું સંકલ સૂત્ર
polar	ध्रुवी, ध्रुवीय	ધ્રુવીય
polar angle	ध्रुवीय कोण	ધ્રુવીય કોણ
polar axis	ध्रुवीय अक्ष	ધ્રુવાક્ષ
polar cap	ध्रुवीय टोपी	ધ્રુવીય છત્ર
polar coordinate	ध्रुवीय निर्देशांक	ધ્રુવીય યામ
polar radius of earth	पृथ्वी की ध्रुवीय त्रिज्या	પૃથ્વીની ધ્રુવીય ત્રિજ્યા
pole	1. ध्रुव 2. अनंतक 3. संपर्कक 4. पोल	1. ધ્રુવ 2. અનંતક
pole of order-n	n-घात अनंतक	n-કક્ષીય અનંતક
pole of wave front	तरंगाग्रशीर्ष, तरंगाग्र ध्रुव	તરંગાગ્રનો ધ્રુવ
pole singularity	ध्रुव वैचित्र्य	અવૈશ્લેષિક અનંતક
policy-space	नीति-समष्टि	નીતિ અવકાશ
policy variables	नीति चर	નીતિચલ
Polya's distribution	पोल्या बंटन	પોલ્યાનું વિતરણ
polygon	बहुभुज	બહુકોણ
polygon of forces	बल बहुभुज	બળોનો બહુકોણ

polygon of vectors	सदिश बहुभुज, वेक्टर बहुभुज	સદિશોનો બહુકોણ
polyhedral	बहुतलीय, बहुफलकीय	બહુફલકીય
polyhedral body	बहुतल पिंड	બહુફલકીય પીંડ
polyhedron	बहुफलक	બહુફલક
polynomial	बहुपद	બહુપદી
polynomial forms	बहुपद-व्यंजक	બહુપદી સ્વરૂપ
polynomial function	बहुपद फलन	બહુપદી વિધેય
polynomial interpolation	बहुपद अंतर्वेशन	બહુપદી અંતર્વેશન
polynomial regression	बहुपद समाश्रयण	બહુપદીય નિયત સંબંધ
polynomial solution	बहुपद हल	બહુપદી ઉકેલ
polynomial theorem	बहुपद प्रमेय	બહુપદી પ્રમેય
polytrope	अनुघाती गोला	સ્વયં ગુરૂત્વી ગોલક
pooled estimate	संयोजित आकल	સમાયોજીત અંદાજ
population	1. जनसंख्या, संख्या, आबादी 2. समष्टि	સમષ્ટિ, નિદર્શાવકાશ
population distribution	1. जनसंख्या वितरण 2. समष्टि बंटन	સમષ્ટિ વિતરણ
population dynamics	जनसंख्या गतिकी	સમષ્ટિ ગતિકી
population mean	समष्टि माध्य	સમષ્ટિ મધ્યક
population parameter	समष्टि प्राचल	સમષ્ટિ પ્રાચલ
population regression coefficient	समष्टि समाश्रयण गुणांक	સમષ્ટિ નિયત સંબંધાંક
population sampling	समष्टि प्रतिचयन	સમષ્ટિ નિદર્શન
population variance	समष्टि प्रसरण	સમષ્ટિ પ્રસરણ
position coordinates	स्थान निर्देशांक	સ્થિતિયામ
position of equilibrium	साम्य-स्थल, संतुलन-स्थल, संतुलन-स्थिति	સંતુલનની સ્થિતિ
position vector	स्थिति सदिश	સ્થાન સદિશ
positive	1. धनात्मक, धन 2. सकारात्मक 3. पॉजिटिव	ધન
positive angle	धन कोण	ધન કોણ
positive areas	धनात्मक क्षेत्र	ધનાત્મક ક્ષેત્ર
positive association	धनात्मक साहचर्य	ધનાત્મક સંગઠન
positive attribute	धनात्मक गुण	ધનાત્મક ગુણ
positive cone	धनात्मक शंकु	ધનાત્મક શંકુ
positive correlation	धनात्मक सहसंबंध	ધનાત્મક સહસંબંધ
positive definite form	धनात्मक निश्चित समघात	ધનાત્મક નિયત સ્વરૂપ
positive definite function	धनात्मक निश्चित फलन	ધનાત્મક નિયત વિધેય
positive definite matrix	धनात्मक निश्चित आव्यूह	ધનાત્મક નિયત શ્રેણિક
positive definite quadratic form	धनात्मक निश्चित द्विघाती समघात	ધનાત્મક નિયત દ્વિઘાત સ્વરૂપ
positive linear functional	धनात्मक रैखिक फलनक	ધનાત્મક સુરેખ વિધેયક
positively related	धनात्मक संबद्ध	ધનાત્મક રીતે સંકળાયેલું
positive semidefinite	धनात्मक सामिनिश्चित	ધનાત્મક અધનિયત
positive serial correlation	धनात्मक श्रेणीगत सहसंबंध	ધનાત્મક શ્રેણીગત સહસંબંધ
positive trend	धनात्मक उपनति	ધનાત્મક વલણ
possibility	संभावना, संभाव्यता	શક્યતા
possible	संभव, संभाव्य	સંભવિત, શક્ય
posterior probability	उत्तर प्रायिकता	ઉત્તર સંભાવના
postmultiplication	उत्तर गुणन	ઉત્તર ગુણન
post optimality problem	इष्टतमोपरांत समस्या	અનુઇષ્ટતમ સમસ્યા

postulate	अभिगृहीत	પૂર્વધારણા
postulational approach	अभिगृहीतीय दृष्टिकोण	પૂર્વધારણાયુક્ત અભિગમ
potential energy	स्थितिज ऊर्जा	સ્થિતિશક્તિ, સ્થિતિઊર્જા
potential function	विभव फलन	સ્થિતિમાન વિધેય
power	1. शक्ति, सामर्थ्य, क्षमता 2. घात	1. ઘાત 2. શક્તિ, સામર્થ્ય
power curve	घात वक्र	ઘાતવક્ર
power function of test	परीक्षण का क्षमता फलन	કસોટીનું સામર્થ્ય વિધેય
power law	घात नियम	ઘાત નિયમ
power of a set	समुच्चय की गणन संख्या	ઘાતગણ
power of a test	परीक्षण की क्षमता	કસોટીનું સામર્થ્ય
power of statistical test	सांख्यिकीय परीक्षण की क्षमता	આંકડાકીય પરીક્ષણની ક્ષમતા
power series analysis	घात श्रेणी विश्लेषण	ઘાતશ્રેઢી વિશ્લેષણ
power series expansion	घात श्रेणी प्रसार	ઘાતશ્રેઢી વિસ્તરણ
power series method	घात श्रेणी विधि	ઘાતશ્રેઢી પદ્ધતિ
Poynting's theorem	प्वाइन्टिंग प्रमेय	પોયન્ટીંગનું પ્રમેય
practical geometry	प्रायोगिक ज्यामिति	પ્રાયોગિક ભૂમિતિ
practical unit	व्यावहारिक मात्रक	પ્રાયોગિક એકમ
practice	1. व्यवहार-गणित 2. प्राचलन पद्धति	વ્યવહાર
preassigned number	पूर्वनिर्दिष्ट संख्या	પૂર્વ ફાળવેલ સંખ્યા
precision of a test	परीक्षण की परिशुद्धता	કસોટીની ચોકસાઈ
prediction	प्रागुक्ति	આગાહી
prediction equation	प्रागुक्ति समीकरण	આગાહી સમીકરણ
prediction interval	प्रागुक्ति अंतराल	આગાહી અંતરાલ
predictor	प्राग्वक्ता	આગાહીકર્તા
predictor-corrector method	प्राग्वक्ता संशोधन विधि	આગાહીકર્તા-સુધારક પદ્ધતિ
predictor formula	प्राग्वक्ता सूत्र	આગાહીકર્તા સૂત્ર
pre-image	पूर्व प्रतिबिंब	પૂર્વ પ્રતિબિંબ
preliminary data	प्रारंभिक आंकड़े, प्रारंभिक उपात्त	પ્રાથમિક માહિતિ, પ્રાથમિક ન્યાસ
preliminary survey	प्रारंभिक सर्वेक्षण	પ્રાથમિક સર્વેક્ષણ, પ્રાથમિક મોજણી
present configuration	वर्तमान विन्यास	વર્તમાન સંરચના
pressure	दाब, निपीड	દબાણ
pressure drop	दाब ह्रास	દબાણ હ્રાસ
pressure force	दाब बल	દાબબળ
pressure gradient	दाब प्रवणता	દાબઢળાવ
price	मूल्य, भाव	ભાવ, કીમત
price index	भाव सूचकांक, मूल्य सूचकांक	ભાવ સૂચકાંક
primal-dual algorithm	आद्य-द्वैती कलनविधि	પ્રાથમિક-દ્વંદ્વ પ્રવિધિ
primal problem	आद्य समस्या	પ્રાથમિક સમસ્યા
primary data	प्राथमिक आंकड़े, प्राथमिक दत्त	પ્રાથમિક માહિતી, પ્રાથમિક ન્યાસ
prime	1. अभाज्य 2. प्रधान, प्राइम 3. अग्र (ज्वार उच्चता)	અવિભાજ્ય, અગ્ર
prime factor	अभाज्य गुणन खंड	અવિભાજ્ય અવયવ
primitive	पूर्वग, आदिम, आद्य, आदि	1. પૂર્વગ 2. આદિમ
primitive polynomial	पूर्वग बहुपद	આદિમ બહુપદી
principal axis	मुख्य अक्ष	મુખ્ય અક્ષ

principal component	मुख्य घटक	મુખ્ય ઘટક
principal maximum	मुख्य महत्तम	મુખ્ય મહત્તમ, મુખ્ય અધિકતમ
principal root	मुख्य मूल	મુખ્ય બીજ, મુખ્ય મૂળ
principal submatrix	मुख्य उप आव्यूह	મુખ્ય ઉપશ્રેણિક
principal value	मुख्य मान	મુખ્ય મૂલ્ય, મુખ્ય માન
principle	नियम	સિદ્ધાંત, નિયમ
principle of covariance	सह-परिवर्तन नियम	સહ-પરિવર્તનનો નિયમ
principle of duality	द्वैत नियम	દ્વૈત સિદ્ધાંત
principle of equivalence	तुल्यता नियम	સામાન્યતાનો સિદ્ધાંત
principle of equivalent change	तुल्यांकी परिवर्तन नियम	સામ્ય પરિવર્તનનો નિયમ
principle of maximum modulus	महत्तम मापांक नियम	મહત્તમ માનાંકનો સિદ્ધાંત
prior probability	पूर्व प्रायिकता	પૂર્વ-સંભાવના
probabilistic	प्रायिकतात्मक	સંભાવનાત્મક
probabilistic approach	प्रायिकतात्मक उपगमन	સંભાવનાત્મક અભિગમ
probabilistic demand	प्रायिकतात्मक मांग	સંભાવનાત્મક માંગ
probabilistic variable	प्रायिकतात्मक चर	સંભાવનાત્મક ચલ
probability	प्रायिकता	સંભાવના
probability density	प्रायिकता घनत्व	સંભાવના ઘટત્વ, સંભાવના ઘનત્વ
probability density distribution	प्रायिकता घनत्व वितरण	સંભાવના ઘટત્વ વિતરણ
probability density function	प्रायिकता घनत्व फलन	સંભાવના ઘટત્વ વિધેય
probability distribution	प्रायिकता बंटन	સંભાવના વિતરણ
probability function	प्रायिकता फलन	સંભાવના વિધેય
probability generating function	प्रायिकता जनक फलन	સંભાવના જનક વિધેય, સંભાવના સર્જક વિધેય
probability mass	प्रायिकता द्रव्यमान	સંભાવના દ્રવ્યમાન
probability space	प्रायिकता समष्टि	સંભાવના અવકાશ, સંભાવનાવકાશ
probable	प्रायिक, प्रसंभाव्य	સંભવિત
probable error	प्रसंभाव्य त्रुटि	સંભવિત ત્રુટિ
problem	प्रश्न, समस्या, निर्मेय	પ્રશ્ન, સમસ્યા
problem definition	समस्या संप्रस्तुति	સમસ્યા પ્રસ્તુતિ, સમસ્યા વિધાન
problem formulation	समस्या संरूपण	સમસ્યાનું રચન
procedure	प्रक्रिया, कार्य-विधि	પ્રક્રિયા, કાર્ય-વિધિ
process	1. प्रक्रम 2. प्रवर्ध	પ્રક્રિયા
processing	प्रक्रमण	પ્રક્રિયા-પૃથક્કરણ
process of least squares	न्यूनतम वर्ग प्रक्रम	ન્યૂનતમ વર્ગ પ્રક્રિયા
producer	1. उत्पादक 2. निर्माता 3. प्रोड्यूसर	1. ઉત્પાદક 2. નિર્માતા
product	1. उत्पाद 2. गुणनफल	1. ગુણનફળ 2. ઉત્પાદ
product form of inverse	व्युत्क्रम का गुणन-रूप	વ્યસ્તનું ગુણનસ્વરૂપ
production	उत्पादन	ઉત્પાદન
production cost	उत्पादन-लागत	ઉત્પાદન ખર્ચ
production curves	उत्पादन वक्र	ઉત્પાદન વક્ર
production function	उत्पादन फलन	ઉત્પાદન વિધેય
production function model	उत्पादन फलन निदर्श	ઉત્પાદન વિધેય પ્રતિરૂપ
production plan	उत्पादन आयोजना	ઉત્પાદન આયોજન
production process	उत्पादन प्रक्रम	ઉત્પાદન પ્રક્રિયા
production rate	उत्पादन-दर	ઉત્પાદન દર

production scheduling	उत्पादन अनुसूचीयन	ઉત્પાદન કાર્યક્રમણ
product of random variables	यादृच्छिक चरों का गुणनफल	યાદૃચ્છિક ચલોનું ગુણનફળ
product of two transformations	दो रूपांतरणों का गुणनफल	બે રૂપાંતરણનો ગુણાકાર
product set	गुणन समुच्चय	ગુણાકાર ગણ
product space	गुणन समष्टि, गुणन आकाश	ગુણાકાર અવકાશ, ગુણન અવકાશ
product topology	गुणन संस्थिति	ગુણાકાર સંસ્થિતિ
profile section	प्रोफाइल काट, प्रोफाइल परिच्छेद	રૂપરેખા છેદ
profit	लाभ	નફો, લાભ
profit function	लाभ-फलन	નફા-વિધેય, લાભ-વિધેય
profit maximization	लाभ अधिकतमीकरण	નફાનું મહત્તમીકરણ, નફાનું અધિકતમીકરણ
programmer	क्रमादेशक	આયોજક, પ્રોગ્રામર
programming	1. प्रक्रमन, प्रोग्रामन 2. क्रमादेशन	આયોજન, પ્રોગ્રામીંગ
progression	श्रेढ़ी	શ્રેણી
projection	1. प्रक्षेपण, प्रक्षेप 2. बहिर्वेशन	પ્રક્ષેપ, પ્રક્ષેપણ
projection formula	प्रक्षेप सूत्र	પ્રક્ષેપ સૂત્ર
projection into coordinate spaces	निर्देशक समष्टियों में प्रक्षेप	યામાવકાશમાં પ્રક્ષેપ
projection matrix	प्रक्षेप आव्यूह	પ્રક્ષેપ શ્રેણિક
projection of a set	समुच्चय का प्रक्षेप	ગણનો પ્રક્ષેપ
projection of trend value	उपनति मान का बहिर्वेशन	વલણમૂલ્યનું પ્રક્ષેપ
projection of vector	सदिश प्रक्षेप	સદિશનો પ્રક્ષેપ
projection theorem	प्रक्षेप प्रमेय	પ્રક્ષેપ પ્રમેય
projective geometry	प्रक्षेपीय ज्यामिति	પ્રક્ષેપીય ભૂમિતિ
projective plane	प्रक्षेपी समतल	પ્રક્ષેપતલ
projective transformation	प्रक्षेपीय रूपांतरण	પ્રક્ષેપીય રૂપાંતરણ
proof	1. प्रमाण 2. उपपत्ति 3. प्रूफ़	સાબિતી, સિદ્ધિ
proof by induction	आगम द्वारा उपपत्ति	અનુમાન દ્વારા સાબિતી
propagated error	संचारित त्रुटि	પ્રગામી ત્રુટિ
propagation of error	त्रुटि संचरण	ત્રુટિ નું પ્રગમન
proper factor	उचित गुणनखंड	ઉચિત અવયવ, યોગ્ય અવયવ
proper function	उपयुक्त फलन, उचित फलन	ઉચિત વિધેય, યોગ્ય વિધેય
proper interval	उचित अंतराल	ઉચિત અંતરાલ, યોગ્ય અંતરાલ
properly contained	पूर्णतया अंतर्विष्ट	ઉચિતરીતે સમાવિષ્ટ
proper subset	उचित उपसमुच्चय	ઉચિત ઉપગણ, યોગ્ય ઉપગણ
proper subspace	उचित उपसमष्टि	ઉચિત ઉપાવકાશ, યોગ્ય ઉપાવકાશ
property of conservation	संरक्षण गुणधर्म	સંરક્ષણનો ગુણધર્મ
proper value (=eigen value)	उचित मान, आइगन मान	લાક્ષણિક મૂલ્ય, ઉચિત મૂલ્ય
proper vector	उचित सदिश	ઉચિત સદિશ
proportional	समानुपातिक, आनुपातिक	સમપ્રમાણ, પ્રમાણીય
proportional relationship	आनुपातिक संबंध	સમપ્રમાણ સંબંધ, પ્રમાણીય સંબંધ
proportional sampling	आनुपातिक प्रतिचयन	સમપ્રમાણ નિદર્શન, પ્રમાણીય નિદર્શન
proposition	साध्य	સાધ્ય, વિધાન
pseudocode	छद्म कूट	છદ્મકૂટ
pseudometric	छद्म दूरीक	છદ્મમાન
pseudometric space	छद्म दूरीक समष्टि	છદ્મ માનાવકાશ
pseudonorm	छद्म मानक	છદ્મમાનાંક

pseudonorm topology	छद्म मानक संस्थिति	છદ્મમાનાંક સંસ્થિતિ
pull	1. अभिकर्ष 2. अभिकर्षण 3. अपकर्ष	ખેંચાણ
pulley	पुली, घिरनी, कप्पी	ગરગડી, પુલી
punched card	छिद्रित कार्ड	પંચ કાર્ડ
punch card machine	पंच कार्ड मशीन	પંચ કાર્ડ મશીન
punching machine	पंचींग मशीन	પંચીંગ મશીન
pure bending	शुद्ध बंकन	શુદ્ધ અવનમન, ચોખ્ખું અવનમન
pure decimal	शुद्ध दशमलव	શુદ્ધ દશાંશ
pure geometry	शुद्ध ज्यामिति	કેવળ ભૂમિતિ
pure induction	शुद्ध आगमन	ચોખ્ખું અનુમાન
purely transcendental	शुद्धतः अबीजीय	માત્ર અબૈજીક
pure mathematics	शुद्ध गणित	કેવળ ગણિત
pure number	संख्यामात्र	ચોખ્ખી સંખ્યા
pure strategy	अविकल्पी युक्ति	ચોખ્ખી વ્યૂહરચના
pyramid	पिरैमिड	પિરામિડ
pyramidal solid	पिरैमिडी घनाकृति	પિરામિડીય ઘન
pyramidal surface	पिरैमिडी पृष्ठ	પિરામિડીય પૃષ્ઠ
Q		
Q.E.D.	इति सिद्धम्	ઇતિ સિદ્ધમ
quadrangle	चतुष्कोण	ચતુષ્કોણ
quadrangular prism	चतुर्भुजी प्रिज्म	ચતુષ્કોણીય પ્રિઝમ
quadrant	1. चतुर्थांश 2. वृत्त पाद	1. ચરણ 2. પાદ 3. ખંડ
quadratic	1. वर्ग 2. द्विघात 3. द्विसमलंबाक्ष	દ્વિઘાત, વર્ગાત્મક
quadratic cost	द्विघात लागत	દ્વિઘાત પડતર
quadratic cost function	द्विघात लागत फलन	દ્વિઘાત પડતર વિધેય
quadratic curve	द्विघात वक्र	દ્વિઘાત વક
quadratic equation	द्विघात समीकरण	દ્વિઘાત સમીકરણ, વર્ગાત્મક સમીકરણ
quadratic expression	द्विघात व्यंजक	દ્વિઘાત અભિવ્યક્તિ, વર્ગાત્મક અભિવ્યક્તિ
quadratic form	द्विघाती समघात	દ્વિઘાત સ્વરૂપ, વર્ગાત્મક સ્વરૂપ
quadratic function	द्विघाती फलन	દ્વિઘાત વિધેય, વર્ગાત્મક વિધેય
quadratic functional	द्विघात फलनक	દ્વિઘાત વિધેયક, વર્ગાત્મક વિધેયક
quadratic interpolation	द्विघात अंतर्वेशन	દ્વિઘાત અંતર્વેશન, વર્ગાત્મક અંતર્વેશન
quadratic objective function	द्विघाती उद्देश्य फलन	દ્વિઘાત ઉદ્દેશ વિધેય, વર્ગાત્મક ઉદ્દેશ વિધેય
quadratic programming	द्विघाती क्रमादेशन, द्विघाती प्रोग्रामन	દ્વિઘાત આયોજન, વર્ગાત્મક આયોજન
quadratic reciprocity law	द्विघाती व्युत्क्रमणीयता नियम	દ્વિઘાત વ્યુત્ક્રમિકતાનો નિયમ
quadratic surface	द्विघाती पृष्ठ	દ્વિઘાત પૃષ્ઠ, વર્ગાત્મક પૃષ્ઠ
quadratic term	द्विघाती पद	દ્વિઘાત પદ, વર્ગાત્મક પદ
quadrature formula	क्षेत्रकलन-सूत्र	ક્ષેત્ર - કલન સૂત્ર
quadrilateral	चतुर्भुज	ચતુષ્કોણ
qualitative analysis	गुणात्मक विश्लेषण	ગુણાત્મક વિશ્લેષણ
quality control	गुणता नियन्त्रण	ગુણવત્તા નિયંત્રણ
quantum mechanics	क्वान्टम यांत्रिकी	કવૉન્ટમ યંત્રશાસ્ત્ર
quantum number	क्वान्टम संख्या	કવૉન્ટમ સંખ્યા
quantum statistics	क्वान्टम सांख्यिकी	કવૉન્ટમ આંકડાશાસ્ત્ર
quarter	1. चतुर्थांश, चौथाई 2. क्वार्टर	ચતુર્થાંશ, પા ભાગ

quartic	चतुर्घाती	ચતુર્ઘાત
quartile	चतुर्थक	ચતુર્થક
quasi linear constitutive equation	रैखिककल्प संरचक समीकरण	અધરેખીય સંરચક સમીકરણ
quasi regular	नियमितकल्प	અધનિયમિત
quaternion	चतुष्टयी	ચતુષ્ટયી
queue length	पंक्त लम्बाई	પંક્તિ લંબાઈ
queuing model	पंक्ति निदर्श	પંક્તિ પ્રતિરૂપ, પંક્તિ મોડેલ
queuing problem	पंक्ति समस्या	પંક્તિ સમસ્યા
queuing process	पंक्ति प्रक्रम	પંક્તિ પ્રક્રિયા
queuing system	पंक्ति प्रणाली	પંક્તિ સંહતિ
queuing theory	पंक्ति सिद्धांत	પંક્તિ સિદ્ધાંત
quintile	पंचमक	પંચમક
quintuplet	पंचक	પંચક
quotation	निवेदित दर, निवेदित मूल्य	ભાવપત્રક
quotient	1. भागफल 2. विभाग	ભાગફળ
quotient field	विभाग क्षेत्र	ભાગાકાર ક્ષેત્ર
quotient group	विभाग समूह	ભાગાકાર સમૂહ
quotient law	भागफल-नियम	ભાગાકાર નિયમ
quotient set	विभाग समुच्चय	ભાગાકાર ગણ
quotient space	विभाग समष्टि	ભાગાકાર અવકાશ
quotient topology	विभाग संस्थिति	ભાગાકાર સંસ્થિતિ

R

radial	त्रिज्य	ત્રિજ્ય
radian	रेडियन	રેડિયન
radian measure	रेडियन माप	રેડિયન માપ
radical	करणी	મૂળ
radical axis	मूलाक्ष	મૂળાક્ષ
radical sign	करणी चिह्न	મૂળ ચિહ્ન
radius	त्रिज्या	ત્રિજ્યા
radius of convergence	अभिसरण त्रिज्या	અભિસારની ત્રિજ્યા
radius of curvature	वक्रता त्रिज्या	વક્રતા ત્રિજ્યા
radius vector	ध्रुवांतर, ध्रुवांतर रेखा	ત્રિજ્યા સદિશ
radix	मूलांक	મૂળાંક
random error	यादृच्छिक त्रुटि	યાદૃચ્છિક ત્રુટિ
random function	यादृच्छिक फलन	યાદૃચ્છિક વિધેય
randomization	यादृच्छिकीकरण	યાદૃચ્છિક કરણ
randomised blocks	यादृच्छिकीकृत खंडक	યાદૃચ્છિક કૃત બ્લોકસ
random model	यादृच्छिक निदर्श	યાદૃચ્છિક મોડેલ
random number	यादृच्छिक संख्या	યાદૃચ્છિક સંખ્યા
random sampling	यादृच्छिक प्रतिचयन	યાદૃચ્છિક નિદર્શન
random variable	यादृच्छिक चर	યાદૃચ્છિક ચલ
range	1. परास 2. परिसर 3. माला, श्रेणी	વિસ્તાર
range of convergence	अभिसरण परिसर	અભિસારનો વિસ્તાર
range of integration	समाकलन परिसर	સંકલનનો પ્રદેશ
range of relation	संबंध परिसर	સંબંધનો વિસ્તાર

range space	परिसर समष्टि	વિસ્તાર અવકાશ
rank	कोटि	કોટિ
rank correlation	कोटि सहसंबंध	કોટિ સહસંબંધ
rank of matrix	आव्यूह की कोटि	શ્રેણિકની કોટિ
rank order statistics	कोटि-क्रम प्रतिदर्शज	કોટિ - કક્ષા આંકડાશાસ્ત્ર
rate of change	परिवर्तन-दर	ફેરફારનો દર
rate of convergence	अभिसरण-दर	અભિસારનો દર
Ratio	अनुपात	ગુણોત્તર
Rational	परिमेय	સંમેય
rational expression	परिमेय व्यंजक	સંમેય અભિવ્યકતિ
rational field	परिमेय क्षेत्र	સંમેય ક્ષેત્ર
rational function	परिमेय फलन	સંમેય વિધેય
rationalisation of the denominator	हर का परिमेयकरण	છેદનું સંમેયીકરણ
rational number	परिमेय संख्या	સંમેય સંખ્યા
rational number field	परिमेय संख्या क्षेत्र	સંમેય સંખ્યા ક્ષેત્ર
rational operation	परिमेय संक्रिया	સંમેય ક્રિયા, સંમેય પ્રક્રિયા
ratio test	अनुपात परीक्षण	ગુણોત્તર કસોટી
raw data	असंसाधित दत्त, यथा प्राप्त उपात्त	કાચી માહિતી
ray	1. रश्मि, किरण 2. पख-अर 3. रे, शंकुश 4. अर्धरेखा 5. अर	કિરણ
ray vector	किरण सदिश	કિરણ સદિશ
real	वास्तविक	વાસ્તવિક
real axis	वास्तविक अक्ष	વાસ્તવિક અક્ષ
real continuum	वास्तविक सांतत्यक	વાસ્તવિક સાતત્યક
real line	वास्तविक रेखा	વાસ્તવિક રેખા
real linear vector space	वास्तविक रैखिक सदिश समष्टि	વાસ્તવિક સુરેખ સદિશ અવકાશ
real matrix	वास्तविक आव्यूह	વાસ્તવિક શ્રેણિક
real number	वास्तविक संख्या	વાસ્તવિક સંખ્યા
real number field	वास्तविक संख्या क्षेत्र	વાસ્તવિક સંખ્યા ક્ષેત્ર
real part	वास्तविक भाग	વાસ્તવિક ભાગ, વાસ્તવિક અંશ
real polynomial	वास्तविक बहुपद	વાસ્તવિક બહુપદી
real quadratic	वास्तविक द्विघाती	વાસ્તવિક દ્વિઘાત, વાસ્તવિક વર્ગાત્મક
real root	वास्तविक मूल	વાસ્તવિક બીજ, વાસ્તવિક મૂળ
real space	वास्तविक समष्टि	વાસ્તવિક અવકાશ
real time system	वास्तविक काल प्रणाली	વાસ્તવિક સમય સંહતિ
real valued function	वास्तविक मान फलन	વાસ્તવિક મૂલ્યવાળું વિધેય
real variable	वास्तविक चर	વાસ્તવિક ચલ
real vector space	वास्तविक सदिश समष्टि	વાસ્તવિક સદિશ અવકાશ
reciprocal	व्युत्क्रम, अन्योन्य, पारस्परिक	વ્યુત્ક્રમ, વ્યસ્ત
reciprocal matrix	व्युत्क्रम आव्यूह	વ્યુત્ક્રમ શ્રેણિક
rectangle	आयत	લંબચોરસ
rectangular	आयताकार, समकोणिक, समकोणीय	લંબચોરસીય
rectangular array	आयताकार सारणी	લંબચોરસ ગોઠવણ
rectangular axis	समकोणिक अक्ष, समकोणिक निर्देशाक्ष	લંબાક્ષ
rectangular density function	आयतीय घनत्व फलन	લંબચોરસીય ઘનતા વિધેય

rectangular hyperbola	समकोणीय अतिपरवलय	લંબાતિવલય
rectangular matrix	आयताकार आव्यूह	લંબચોરસીય શ્રેણિક
rectangular parellelopiped (cuboid)	आयतफलकी समांतरषट्फलक, समकोणिक समांतरषट्फलक	લંબધન
rectifiable curve	चापकलनीय वक्र	ચાપકલનીય વક્ર
recurrence formula	पुनरावृत्ति सूत्र	પુનરાવૃત્ત સૂત્ર
recurring decimal	आवर्त दशमलव	પુનરાવર્તીત દશાંશ
recursion formula	प्रतिवर्तन सूत्र	પુનરાવર્તન સૂત્ર
reduced echelon form	समानीत सोपानक रूप	સંક્ષિપ્ત સોપાન સ્વરૂપ
reductio-ad-absurdum	असंगति प्रदर्शन	અસંગતિ દર્શન
reduction formula	लघुकरण सूत्र, समानयन सूत्र	લઘુકરણ સૂત્ર, સંક્ષેપન સૂત્ર
reference line	संदर्भ रेखा, निर्देश रेखा	સંદર્ભ રેખા
reference point	निर्देश बिंदु, संदर्भ बिंदु	સંદર્ભ બિંદુ
reflected wave	परावर्तित तरंग	પરાવર્તિત તરંગ
reflection	परावर्तन	પરાવર્તન
reflexive law	स्वतुल्य नियम	સ્વવાચક નિયમ
region of convergence	अभिसरण प्रदेश	અભિસારનો પ્રદેશ
region of divergence	अपसरण प्रदेश	અપસારનો પ્રદેશ
region of integration	समाकलन प्रदेश	સંકલન નો પ્રદેશ
regression analysis	समाश्रयण विश्लेषण	નિયતસંબંધ વિશ્લેષણ
regression curve	समाश्रयण वक्र	નિયતસંબંધ વક્ર
regression equation	समाश्रयण समीकरण	નિયતસંબંધ સમીકરણ
regression line	समाश्रयण रेखा	નિયતસંબંધ રેખા
regression model	समाश्रयण निदर्श	નિયતસંબંધ પ્રતિરૂપ, નિયતસંબંધ મોડેલ
regular curve	नियमित वक्र	નિયમિત વક્ર
regular hexagon	सम षट्भुज	નિયમિત ષટ્કોણ
regular matrix	नियमित आव्यूह	નિયમિત શ્રેણિક
regular tetrahedron	सम चतुष्फलक	નિયમિત ચતુસ્ફ્લક
relative complement	सापेक्ष पूरक	સાપેક્ષ પૂરક
relative maximum	आपेक्षिक उच्चतम	સાપેક્ષ મહત્તમ, સાપેક્ષ અધિકતમ
relative minimum	आपेक्षिक निम्नतम	સાપેક્ષ લઘુતમ, સાપેક્ષ ન્યૂનતમ
relative probability (conditional probability)	आपेक्षिक प्रायिकता	શરતી સંભાવના
relative velocity	आपेक्षिक वेग	સાપેક્ષ વેગ
Relativity	1. आपेक्षिकता, रिलेटिविटी 2. आपेक्षिकी	સાપેક્ષતા
relativity theory	आपेक्षिकता सिद्धांत	સાપેક્ષવાદ, સાપેક્ષતાવાદ
reliability	विश्वसनीयता	વિશ્વસનીયતા
reliability problem	विश्वसनीयता समस्या	વિશ્વસનીયતા સમસ્યા
remainder term	अवशेष पद	શેષપદ
remainder theorem	शेषफल-प्रमेय	શેષપ્રમેય
repeated limit	पुनरावृत्त सीमा	પુનરાવૃત્ત લક્ષ
repeated Riemann integral	पुऩरावृत्त रीमान-समाकल	પુનરાવૃત્ત રીમાન સંકલ
representation	निरूपण	નિરૂપણ
Residue	अवशिष्ट, अवशेष	અવશેષ
residue at a pole	अनंतक पर अवशेष	ધ્રુવ આગળનો અવશેષ
resolution	1. वियोजन 2. खंडन 3. विभेदन	વિયોજન

resolution of forces	बल-वियोजन	બળ વિયોજન
resolution of velocities	वेग-वियोजन	વેગ વિયોજન
resultant	1. परिणामी 2. निराकरण फल	પરિણામી
resultant force	परिणामी बल	પરિણામી બળ
resultant vector	परिणामी सदिश	પરિણામી સદિશ
revised simplex technique	संशोधित एकल प्रविधि	સંશોધિત સિમ્પ્લેક્ષ પ્રયુક્તિ, સુધારેલી પ્રગણ પ્રયુક્તિ
rhombus	समचतुर्भुज	સમબાજુ ચતુષ્કોણ, સમભુજ ચતુષ્કોણ
Riemann integral	रीमान-समाकल	રીમાન સંકલ
right angle	समकोण, लम्बकोण	કાટકોણ, કાટખૂણો
right angled triangle	समकोण त्रिभुज	કાટકોણ ત્રિકોણ
right circular cone	लंब वृत्तीय शंकु	લંબવૃત્તીય શંકુ, સમશંકુ
right coset	दक्षिण सहसमुच्चय	દક્ષિણ સહગણ
right cylinder	लंबवृत्तीय बेलन	લંબવૃત્તીય નળાકાર, સમનળાકાર
right handed	दक्षिणावर्ती	દક્ષિણાવર્તી
right inverse	दक्षिण प्रतिलोम	દક્ષિણ પ્રતીપ, દક્ષિણ વ્યસ્ત, દક્ષિણ વિરોધી
rigorous proof	परिशुद्ध प्रमाण, परिशुद्ध उपपत्ति	સંગીન સાબિતી
ring	वलय, रिंग	મંડળ
ring of integers	पूर्णांक वलय	પૂર્ણાંક મંડળ
R-integrable	R-समाकलनीय	R – સંકલનીય
root	मूल, जड़	મૂળ, બીજ
root mean square	वर्ग-माध्य मूल	વર્ગ - મધ્યક મૂળ
root of a polynomial	बहुपद का मूल	બહુપદીનું બીજ
rotation	1. घूर्णन 2. आवर्तन	ભ્રમણ, પરિભ્રમણ
rounding error	निकटन त्रुटि	સન્નિકટન ત્રુટિ
row	पंक्ति	હાર, પંક્તિ
row-by-column multiplication	पंक्ति-स्तंभ गुणन	હાર - સ્તંભ ગુણન, પંક્તિ - સ્તંભ ગુણન, હાર - સ્તંભ ગુણાકાર
row equivalence	पंक्ति तुल्यता	હાર સામ્ય, પંક્તિ સામ્ય
row matrix	पंक्ति आव्यूह	હાર શ્રેણિક, પંક્તિ શ્રેણિક
row rank	पंक्ति कोटि	હાર કોટિ, પંક્તિ કોટિ
S		
saddle point	पल्याण बिंदु	જીન બિંદુ
sample	प्रतिदर्श, नमूना	નિદર્શ
sample means	प्रतिदर्श माध्य	નિદર્શ મધ્યક
sample point	प्रतिदर्श बिंदु	નિદર્શ બિંદુ
sample size	प्रतिदर्श आमाप	નિદર્શ માપ, નિદર્શ કદ
sample space	प्रतिदर्श समष्टि	નિદર્શ અવકાશ, નિદર્શાવકાશ
sample standard deviation	प्रतिदर्श-मानक-विचलन	નિદર્શ પ્રમાણિત વિચલન
sample survey	प्रतिदर्श सर्वेक्षण	નિદર્શ સર્વેક્ષણ, નિદર્શ મોજણી
sample variance	प्रतिदर्श प्रसरण	નિદર્શ વિચરણ
sampling	1. प्रतिदर्शी (वि.) 2. प्रतिचयन (सं.)	નિદર્શન
sampling distribution	प्रतिदर्शी बंटन	નિદર્શન વિતરણ
sampling error	प्रतिचयन-त्रुटि	નિદર્શન ત્રુટિ
sampling interval	प्रतिचयन-अंतराल	નિદર્શન અંતરાલ

sampling method	प्रतिचयन विधि	નિદર્શન પદ્ધતિ
sampling theory	प्रतिचयन सिद्धांत	નિદર્શન સિદ્ધાંત
sampling with replacement	प्रतिस्थापन सहित प्रतिचयन	બદલાવ સહિતનું નિદર્શન
scalar	अदिश, स्केलर	અદિશ
scalar field	अदिश क्षेत्र	અદિશ ક્ષેત્ર
scalar matrix	अदिश आव्यूह	અદિશ શ્રેણિક
scalar multiple	अदिश गुणज	અદિશ ગુણક
scalar multiplication	अदिश गुणन	અદિશ ગુણન
scalar product	अदिश गुणनफल	અદિશ ગુણાકાર (બે સદિશોનો)
scalar quantity	अदिश राशि	અદિશ રાશિ
scalar triple product	अदिश त्रिक गुणनफल	અદિશ ત્રિગુણાકાર
scelene triangle	विषमबाहु त्रिभुज	વિષમભુજ ત્રિકોણ
scattered diagram	प्रकीर्ण आरेख	પ્રકીર્ણ આકૃતિ
Schrodinger equation	श्रोडिन्गर समीकरण	શ્રોડિંજર સમીકરણ
seasonal fluctuation	ऋतुनिष्ठ उच्चावचन, मौसमी उतार-चढ़ाव	ઋતુલક્ષી વધઘટ, મોસમી વધઘટ
secant	1. छेदक, छेदक रेखा 2. सीकेन्ट, व्युत्क्रम कोटिज्या	છેદક, છેદકરેખા
secant method	छेदिका विधि	છેદિકા પદ્ધતિ
second derivative	द्वितीय अवकलज	દ્વિતીય વિકલન
second order	द्वितीय क्रम (द्वितीय प्रकार का)	દ્વિતીય કક્ષા
section	1. अनुभाग, खंड 2. परिच्छेद, काट, सेक्शन	છેદ, પરિચ્છેદ
sector	अवखंड, त्रिज्यखंड, सेक्टर	વૃતાંશ
segment of a curve	वक्र खंड	વક્રખંડ
self – adjoint	स्वसंलग्न	સ્વ - સહઅવયજ
self adjoint operator	स्वसंलग्न संकारक	સ્વ - સહઅવયજ કારક
self – conjugate	स्वसंयुग्मी	સ્વ અનુબદ્ધ, સ્વાનુબદ્ધ
semiaxis	अर्धाक्ष	અર્ધાક્ષ
semicircle	अर्धवृत्त	અર્ધવૃત્ત, વૃતાર્ધ, અર્ધવર્તુળ
semi - definite matrix	सामिनिश्चित मैट्रिक्स	અધનિયત શ્રેણિક
semi - definite quadratic form	सामिनिश्चित द्विघाती समघात	અધનિયત વર્ગાત્મક સ્વરૂપ, અધનિયત દ્વિઘાત સ્વરૂપ
semigroup	सामिसमुह	અધસમૂહ
semi - interval	अर्ध अंतराल	અર્ધ - અંતરાલ
semi major axis	अर्ध दीर्घ अक्ष	અર્ધ પ્રધાન અક્ષ, અર્ધ પ્રધાનાક્ષ
semi minor axis	अर्ध लघु अक्ष	અર્ધ ગૌણ અક્ષ, અર્ધ ગૌણાક્ષ
separable polynomial	पृथक्करणीय बहुपद	વિયોજનીય બહુપદી
separation of variables	चर पृथक्करण	ચલ વિયોજન
sequence	अनुक्रम	શ્રેણી
sequencing theory	अनुक्रमण सिद्धांत	શ્રેણીય સિદ્ધાંત
sequential analysis	आनुक्रमिक विश्लेषण	શ્રેણીય વિશ્લેષણ
sequential sampling	आनुक्रमिक प्रतिचयन	શ્રેણીય નિદર્શન
serial correlation	श्रेणीगत सहसंबंध	શ્રેણીબદ્ધ સહસંબંધ, શ્રેણીગત સહસંબંધ
series	1. श्रेणी 2. माला 3. सीरीज	શ્રેઢી
set	1. समुच्चय 2. पवन दिशा, धारा दिशा 3. जम जाना, जमाना (क्रि.)	ગણ

sextant	सेक्सटैन्ट	ષષ્ટાંશ
Shewhart control charts	शेवहार्ट नियंत्रण चार्ट	શ્યુવ્હાર્ટ નિયંત્રણ આલેખ
sign	1. चिह्न 2. राशि	ચિહ્ન
signature of a matrix	आव्यूह का चिह्नक	શ્રેણિકનો ચિહ્નાંક
signature of quadratic form	द्विघाती समघात का चिह्नक	વર્ગાત્મક સ્વરૂપનો ચિહ્નાંક
signed number	सचिह्न संख्या	સચિહ્ન સંખ્યા
significance level	सार्थकता स्तर	સાર્થકતા સ્તર
significance test	सार्थकता परीक्षण	સાર્થકતા કસોટી
significant digit	सार्थक अंक	સાર્થક અંક
sign test	चिह्न परीक्षण	ચિહ્ન કસોટી
signum function	चिह्न फलन	સિગ્નમ વિધેય, ચિહ્ન વિધેય
similar ellipses	समरूप दीर्घवृत्त	સમરૂપ ઉપવલયો
similar figures	समरूप आकृति	સમરૂપ આકૃતિઓ
similarity	1. सादृश्य 2. समरूपता	સમરૂપતા
similar matrices	समरूप आव्यूह	સમરૂપ શ્રેણિકો
simple closed curve	सरल संवृत वक्र	સરળ સંવૃત વક્ર
simple correlation	सरल सहसंबंध	સરળ સહસંબંધ
simple harmonic motion	सरल आवर्त गति	સરળ આવર્ત ગતિ, સાદી પ્રસંવાદી ગતિ
simple random sampling	सरल यादृच्छिक प्रतिचयन	સરળ યાદચ્છિક નિદર્શન
simplex	प्रसमुच्चय, सिम्पलेक्स, एकमुखी, सरल	પ્રગણ, સિમ્પ્લેક્સ, એકધા
simplex algorithm	एकधा कलनविधि	સિમ્પ્લેક્સ પ્રવિધિ, પ્રગણ પ્રવિધિ
simplex tableau	एकधा सारणी	સિમ્પ્લેક્સ કોષ્ટક
Simpson's one - third rule	सिम्प्सन का एक-तिहाई नियम	સિમ્પ્લેક્સનો એક તૃતીયાંશ નિયમ
simulation technique	अनुकार प्रविधि	અનુકારિક પ્રયુક્તિ
simultaneous differential equations	युगपत अवकल समीकरण	યુગપત્ વિકલ સમીકરણ
simultaneous equations	युगपत समीकरण	યુગપત્ સમીકરણ
sine	साइन, ज्या	જ્યા, સાઈન
sine curve	साइन वक्र, ज्या वक्र	જ્યાવક્ર, સાઈનવક્ર
singleton	एकल	એકાકી, એકઘટકીય
single valued function	एकमानी फलन	એકમૂલ્યવાળું વિધેય
singular integral	विचित्र समाकल	અસામાન્ય સંકલ
singularity	विचित्रता, वैचित्र्य	અસામાન્યતા
singular matrix	अव्युत्क्रमणीय मैट्रिक्स	વ્યસ્તવિહીન શ્રેણિક, અસામાન્ય શ્રેણિક
singular solution	विचित्र हल	અસામાન્ય ઉકેલ
size of sample	प्रतिदर्श आमाप	નિદર્શનું કદ
skewed distribution	विषम बंटन	વિષમ વિતરણ
skew-Hermitian matrix	विषम हर्मिटीय आव्यूह	વિષમ હર્મિશીય શ્રેણિક, વિ-હર્મિશીય શ્રેણિક
skewness	वैषम्य	વિષમતા
skew symmetric matrix	विषम सममित आव्यूह	વિસંમિત શ્રેણિક
slack variable	न्यूनतापूरक चर	ન્યૂનતાપૂરક ચલ
slope	ढलान, ढाल, प्रवणता	ઢાળ
slope gradient	ढाल प्रवणता	ઢાળ-ગ્રેડિયન્ટ
small brackets	लघुकोष्ठक, लघु बंधनी	નાનો કૌંસ
smooth curve	निष्कोण वक्र	સુવક્ર
smooth function	मसृण फलन	વિકલનીય વિધેય

smoothing of time series	काल श्रेणी का मसृणन	સમય-શ્રેઢીનું સરલીકરણ
solar system	सौर परिवार	સૌરમંડળ
solenoidal vector	परिनालिकीय सदिश	સોલેનોઈડલ સદિશ, નળાકારીય સદિશ
solid	1. ठोस, पिंड 2. घनाकृति	ઘન, ઘનાકૃતિ
solid geometry	घन ज्यामिति, त्रिविम ज्यामिति	ઘન ભૂમિતિ, ત્રિપરિમાણી ભૂમિતિ
solution	1. हल 2. साधन	ઉકેલ
solution in series	श्रेणी रूप हल	શ્રેઢીગત ઉકેલ
solution matrix	हल आव्यूह	ઉકેલ – શ્રેણિક
solution of a triangle	त्रिभुज का हल	ત્રિકોણનો ઉકેલ
solution space	हल समष्टि	ઉકેલ-અવકાશ
Sonine polynomial	सोनाइन बहुपद	સોનાઈન બહુપદી
space	1. आकाश, अंतरिक्ष, दिकस्थान, अवकाश 2. समष्टि	અવકાશ
space curve	आकाश वक्र	અવકાશી વક્ર, ત્રિપરિમાણી વક્ર
spanning set	जनक समुच्चय	વિસ્તારક-ગણ
spatial correlogram	स्थानीय सहसंबंध चित्र	અવકાશીય સહસંબંધ
special linear group	विशिष्ट रैखिक समूह	વિશિષ્ટ સુરેખ સમૂહ
special orthogonal group	विशिष्ट लांबिक समूह	વિશિષ્ટ લંબચ્છેદી સમૂહ
specific gravity	विशिष्ट घनत्व, आपेक्षिक घनत्व	વિશિષ્ટ ઘનતા
spectral mapping theorem	मानावलीय प्रतिचित्रण प्रमेय	વર્ણપટ વિધેય પ્રમેય
spectrum of a function	फलन की मानावली	વિધેય નો વર્ણપટ
sphere	गोला, गोलक	ગોલક
spherical coordinate system	गोलीय निर्देशांक प्रणाली	ગોલીય યામ પદ્ધતિ
spherical polar coordinate	गोलीय ध्रुवीय निर्देशांक	ગોલીય ધ્રુવીય યામ
spherical triangle	गोलीय त्रिभुज	ગોલીય ત્રિકોણ
spherical trigonometry	गोलीय त्रिकोणमिति	ગોલીય ત્રિકોણમિતિ
spiral	सर्पिल	સર્પિલ, કુંતલાકાર
square	1. वर्ग 2. स्क्वेयर	વર્ગ, ચોરસ
square brackets	गुरुकोष्ठक, गुरुबंधनी	મોટો કૌંસ
square integrable	वर्ग समाकलनीय	વર્ગ સંકલનીય
square matrix	वर्ग आव्यूह	ચોરસ શ્રેણિક
square root	वर्गमूल	વર્ગમૂળ
stage of sampling	प्रतिचयन का चरण	નિદર્શન તબક્કો
staircase function	सोपान-फलन	સોપાન વિધેય
standard deviation	मानक विचलन	પ્રમાણિત વિચલન
standard inner product	मानक आंतर गुणनफल	પ્રમાણિત અંત:ગુણન
state of equilibrium	साम्यावस्था	સંતુલિત અવસ્થા
stationary curve	स्तब्ध वक्र	સ્થિરવક્ર
stationary point	स्तब्ध बिंदु	સ્થિરબિંદુ
stationary value	स्तब्ध मान	સ્થિરમૂલ્ય
statistic	प्रतिदर्शज, आंकड़ा	આંકડા, નિદર્શજ
statistical	सांख्यिकीय	આંકડાકીય
statistical data	सांख्यिकीय आंकड़े	આંકડાકીય માહિતી
statistical distribution	सांख्यिकीय बंटन	આંકડાકીય વિતરણ

statistical hypothesis	सांख्यिकीय परिकल्पना	આંકડાકીય અધિતર્ક
statistical inference	सांख्यिकीय अनुमिति	આંકડાકીય અનુમાન
statistical model	सांख्यिकीय निदर्श	આંકડાકીય પ્રતિરૂપ
statistical population	सांख्यिकीय समष्टि	આંકડાકીય સમષ્ટિ
statistical quality control	सांख्यिकीय गुणता-नियंत्रण	આંકડાકીય ગુણવત્તા નિયંત્રણ
statistics	1. सांख्यिकी 2. आंकड़े	આંકડાશાસ્ત્ર, આંકડા
steady	अपरिवर्ती, अचर, स्थिर, स्थायी	સ્થિર
steady state solution	स्थायी अवस्था हल	સ્થિર સ્થિતિ ઉકેલ
steep ascent (of a curve)	अधिक प्रवण आरोह	(વક્રનો) ઊર્ધ્વપ્રાયઃ આરોહ
steepest ascent design	प्रवणतम-आरोहण अभिकल्पना	ઊર્ધ્વતમ આરોહ રચના
steepest descent	प्रवणतम अवरोहण	નિમ્નતમ અવરોહ
step function	पग-फलन, सोपान फलन	સોપાન વિધેય
Stirling series	स्टर्लिंग श्रेणी	સ્ટર્લિંગ શ્રેઢી
stochastic	स्टोकैस्टिक, प्रसंभाव्य	સ્ટોકાસ્ટિક, પ્રસંભાવ્ય
stochastic matrix	प्रसंभाव्य आव्यूह	પ્રસંભાવ્ય શ્રેણિક
stochastic model	प्रसंभाव्य निदर्श	પ્રસંભાવ્ય પ્રતિરૂપ
stochastic programming	प्रसंभाव्य प्रोग्रामन	પ્રસંભાવ્ય આયોજન
stochastic variable	प्रसंभाव्य चर	પ્રસંભાવ્ય ચલ
Stokes' theorem	स्टोक्स प्रमेय	સ્ટોક્સનું પ્રમેય
straight line	सीधी रेखा, ऋजु रेखा, सरल रेखा	સુરેખા
strata chart	स्तरी चार्ट, पट्टीदार चार्ट	સ્તરીય આલેખ
stratification	1. स्तरण 2. स्तरविन्यास	સ્તરણ, સ્તરવિન્યાસ
stratified sampling	स्तरित प्रतिचयन	સ્તરિત નિદર્શન
stream-line	प्रवाह-रेखा, धारा-रेखा	પ્રવાહ-રેખા
stress	प्रतिबल	તાણ
strictly convex function	दृढ़तः अवमुख फलन	ચુસ્ત બહિર્મુખ વિધેય
strictly decreasing	निरंतर ह्रासमान	ચુસ્ત રીતે ઘટતું
strictly increasing	निरंतर वर्धमान	ચુસ્ત રીતે વધતું
strictly monotonic function	निरंतर एकदिष्ट फलन	ચુસ્ત એક્સૂત્રી વિધેય
Student's test (Student's "t" test)	स्टूडैन्ट परीक्षण (स्टूडेन्ट "t" परीक्षण)	સ્ટુડન્ટ-કસોટી (સ્ટુડન્ટ "t" કસોટી)
sub-collection	उपसंग्रह	ઉપસંગ્રહ
sub determinant	अव-सारणिक	ઉપનિશ્ચાયક
subfield	उपक्षेत्र	ઉપક્ષેત્ર
subgroup	उपवर्ग, उपसमूह, उपग्रुप	ઉપસમૂહ
sub-interval	उपांतराल	ઉપાંતરાલ
submatrix	उपमैट्रिक्स, उपाव्यूह	ઉપશ્રેણિક
subscript	पादांक, पादाक्षर, पादलिपि	પાદાંક, પાદચિહ્ન
subsequence	उपानुक्रम	ઉપશ્રેણી
subset	उपसमुच्चय	ઉપગણ
subspace	उपसमष्टि	ઉપાવકાશ
substitution	प्रतिस्थापन	આદેશ
subtangent	अधः स्पर्शी	અવસ્પર્શક
subtend	कक्षांतरित करना, अंतरित करना	આંતરવું
subtract	घटाना, व्यवकलन करना	બાદ કરવું
subtraction	व्यवकलन, घटाना	બાદબાકી

successive	उत्तरोत्तर	આવૃત્ત
successive differentiation	उत्तरोत्तर अवकलन	આવૃત્ત વિકલન
successive integration	उत्तरोत्तर समाकलन	આવૃત્ત સંકલન
successor	परवर्ती	અનુગામી, અનુગ
suffix	अनुलग्न	અનુગ
sum	1. योगफल, जोड़, संकलन फल 2. धनराशि	સરવાળો
sum function	योग फलन	યોગ વિધેય
summable	संकलनीय	સંકલનીય, યોગક્ષમ
summand	योगखंड	યોગખંડ
summation	संकलन	સરવાળો
summation convention	संकलन-परिपाटी	સરવાળા પરિપાટી
summation formula	संकलन सूत्र	સરવાળા સૂત્ર
summation of series	श्रेणी-संकलन	શ્રેઢીનો સરવાળો
summation sign	संकलन चिह्न	સરવાળા ચિહ્ન
sum to infinity	अनंत तक योग	અનંત સુધીનો સરવાળો
superscript	मूर्धांक, मूर्धाक्षर	મૂર્ધાંક
superset	अधिसमुच्चय	અધિગણ
supersonic flow	पराध्वनिक प्रवाह	પરાધ્વનિક પ્રવાહ
supplementary angle	संपूरक कोण	પૂરકકોણ
supporting hyperplane	आलंबक ऊनविम समतल	આધારક અધિસમતલ, આધારક અધિતલ
support of function	फलन का आलंब	વિધેયનો આધાર
suppose	कल्पना करना, मान लेना	ધારણા કરવી
supremum	उच्चक	ન્યૂનતમ ઊર્ધ્વસીમા
surd	करणी	કરણી
surface	1. पृष्ठ 2. बहिर्तल 3. सतह, धरातल	પૃષ્ઠ
surface area	पृष्ठीय श्रेत्रफल	પૃષ્ઠફળ
surface integral	पृष्ठ-समाकल	પૃષ્ઠ સંકલ
surjection	आच्छादन	વ્યાપ્ત વિધેય
surjective	आच्छादी	વ્યાપ્ત
surjective map	आच्छादी प्रतिचित्र	વ્યાપ્ત વિધેય
symbol	प्रतीक	પ્રતીક, સંકેત
symbolic logic	प्रतीकात्मक तर्क	પ્રતીકાત્મક તર્ક, સાંકેતિક તર્ક
symbolic model	प्रतीकात्मक निदर्श	પ્રતીકાત્મક પ્રતિરૂપ
symmetric	सममित	સંમિત
symmetrical	सममितीय	સંમિત
symmetric determinant	सममित सारणिक, सममित डिटर्मिनन्ट	સંમિત નિશ્ચાયક
symmetric difference	सममित अंतर	સંમિત અંતર
symmetric matrix	सममित मैट्रिक्स	સંમિત શ્રેણિક
system analysis	तंत्र विश्लेषण, प्रणाली विश्लेषण	સંહતિ વિશ્લેષણ
systematic sampling	क्रमबद्ध प्रतिचयन	પદ્ધતિસરનું નિદર્શન
T		
table	सारणी, टेबल	કોષ્ટક, સારણી, કોઠો
tableau	टेब्लो, सारणी	કોષ્ટક
table of integrals	समाकल सारणी	સંકલન કોષ્ટક
tabular	सारणीबद्ध, सपाट	કોષ્ટકીય

tabular form	सारणीबद्ध फार्म	કોષ્ટક સ્વરૂપ
tabular logarithm	सारणीबद्ध लघुगणक, सारणीबद्ध लॉगेरिथ्म	કોષ્ટકીય લઘુગણક
tabulate	सारणीबद्ध करना	કોષ્ટક રચના કરવી
tabulated value	सारणीबद्ध मान	કોષ્ટકીકૃત મૂલ્ય
tabulation	सारणीयन	કોષ્ટક રચના
tabulator	1. सारणित्र, सारणी यंत्र 2. सारणीयक	કોષ્ટક યંત્ર, કોષ્ટક રચનાકાર
tail	पुच्छ, पूँछ	પૂચ્છ, અંતભાગ
tail area (of distribution)	पुच्छ क्षेत्र (बंटन का)	(વિતરણનું) પૂચ્છક્ષેત્ર
tangency	स्पर्शिता	સ્પર્શ, સ્પર્શિતા
tangent	1. स्पर्श रेखा 2. स्पर्शी 3. स्पर्शज्या, टैन्जैंट	સ્પર્શક, સ્પર્શરેખા, સ્પર્શજ્યા
tangent hyperplane	स्पर्श ऊनविम समतल	સ્પર્શ અધિતલ
tangential	स्पर्शीय, स्पर्श रेखीय	સ્પર્શીય
tangential component	स्पर्श रेखीय घटक	સ્પર્શીય સંઘટક
tangential section	स्पर्श रेखीय काट	સ્પર્શીય છેદ
tangent line	स्पर्श रेखा	સ્પર્શરેખા, સ્પર્શક રેખા
tangent plane	स्पर्श तल, स्पर्श समतल	સ્પર્શતલ
tangent space	स्पर्शी समष्टि	સ્પર્શાવકાશ, સ્પર્શક અવકાશ
tape punch	टेप पंच	ટેપ-છિદ્રક, ટેપ પંચ
tape reader	टेप पठित्र	ટેપ-વાચક, ટેપ રીડર
Tauberian theorem	टाउबरी प्रमेय	ટાઉબરનું પ્રમેય
Taylor's theorem	टेलर प्रमेय	ટેલરનું પ્રમેય
Tchebychev metric	शेबीशेव दूरीक	શેબીશેવ માન
t-distribution	t-बंटन	t - વિસ્તરણ
telescopic series	अंतःसर्पी श्रेणी	દૂરબીન શ્રેઢી
temporal coordinates	कालिक निर्देशांक	સામયિક યામ
temporal relationship	कालिक संबंध	સામયિક સંબંધ
temporal variable	कालिक चर	સામયિક ચલ
tensile strength	तनन-सामर्थ्य	તાણ સામર્થ્ય
tensor	प्रदिश, टेन्सर	પ્રદિશ, ટેન્સર
tensor analysis	प्रदिश विश्लेषण	પ્રદિશ વિશ્લેષણ, ટેન્સર વિશ્લેષણ
tensor product	प्रदिश गुणनफल	પ્રદિશ ગુણાકાર
tentative formulation	अस्थायी संरूपण	કામચલાઉ સૂત્રરચના
term	पद	પદ
terminal condition	अंत्य प्रतिबंध	અંતિમ શરત, અંત્ય શરત
terminal velocity dive	अंतिम वेग गोता	અંતિમ વેગ બળ
terminating decimal	सांत दशमलव	અંત્ય દશાંશ
term values	पद मान	પદમૂલ્ય
termwise differentiation	पदशः अवकलन	પદશઃ વિકલન
termwise integration	पदशः समाकलन	પદશઃ સંકલન
ternary	त्रिअंगी, त्रिआधारी	ત્રયાંશ, ત્રિઅંકી
test	परीक्षण	કસોટી
test for homogeneity of variances	प्रसरण समांगता का परीक्षण	વિચરણ-સમાંગતાની કસોટી
test function	परीक्षण फलन	કસોટી વિધેય
test of hypothesis	परिकल्पना-परीक्षण	અધિતર્ક કસોટી
test of significance	सार्थकता-परीक्षण	સાર્થકતા-કસોટી

test statistics	परीक्षण प्रतिदर्शज	કસોટી-આંકડા
Tetrahedral	चतुष्फलकीय	ચતુષ્ફલકીય
tetrahedral angle	चतुष्फलकीय कोण	ચતુષ્ફલકીયકોણ
Tetrahedron	चतुष्फलक	ચતુષ્ફલક
Theorem	प्रमेय	પ્રમેય
theorem of residues	अवशेष-प्रमेय	અવશેષ પ્રમેય
theoretical demand function	सैद्धांतिक माँग फलन	સૈદ્ધાંતિક માગ વિધેય
theoretical discrete distribution	सैद्धांतिक असंतत बंटन	સૈદ્ધાંતિક અસતત વિતરણ
theoretical error	सैद्धांतिक त्रुटि	સૈદ્ધાંતિક ત્રુટિ
theoretical fit	सैद्धांतिक समंजन	સૈદ્ધાંતિક અન્વિતિ
theoretical formulation	सैद्धांतिक संरूपण	સૈદ્ધાંતિક સંરૂપણ
theoretical frequency	सैद्धांतिक बारंबारता	સૈદ્ધાંતિક આવૃત્તિ
theoretically	सैद्धांततः, सिद्धांत रूप से	સૈદ્ધાંતિક રીતે
theoretical model	सैद्धांतिक निदर्श	સૈદ્ધાંતિક મોડલ
theoretical treatment	सैद्धांतिक निरूपण	સૈદ્ધાંતિક માવજત
theory of equations	समीकरण सिद्धांत	સમીકરણ સિદ્ધાંત
theory of errors	त्रुटि सिद्धांत	ત્રુટિ સિદ્ધાંત
theory of estimation	आकलन सिद्धांत	આકલન સિદ્ધાંત, અનુમાન-સિદ્ધાંત
theory of functions	फलन सिद्धांत	વિધેય સિદ્ધાંત
theory of games	खेल सिद्धांत	રમત સિદ્ધાંત
theory of gravitation	गुरुत्वाकर्षण-सिद्धांत	ગુરુત્વાકર્ષણ સિદ્ધાંત
theory of information	सूचना सिद्धांत	માહિતી સિદ્ધાંત
theory of replacement (= theory of failure)	प्रतिस्थापन सिद्धांत	બદલાવનો નિયમ (નિષ્ફળતા-નિયમ)
theory of sets	समुच्चय-सिद्धांत	ગણ સિદ્ધાંત
theory of waiting lines (= queuing theory)	पंक्ति सिद्धांत	પંક્તિ સિદ્ધાંત
theory of waves	तरंग सिद्धांत	તરંગ-સિદ્ધાંત
Thermodynamic	ऊष्मागतिक	ઉષ્માગતિક
thread of a screw	पेच की चूड़ी	પેચનો આંટો, સ્ક્રુનો આંટો
three dimensional	त्रिविम	ત્રિપરિમાણીય
three dimensional vector analysis	त्रिविम सदिश विश्लेषण	ત્રિપરિમાણીય સદિશ વિશ્લેષણ
three-way classification	त्रिधा वर्गीकरण	ત્રિવિધ વર્ગીકરણ
throw	प्रक्षेप, पात	ફેંક, ક્ષેપ
thrust	1. प्रणोद 2. क्षेप	પ્રધાત
time	समय, काल, अवधि	સમય, અવધિ
time axis	काल-अक्ष	સમય અક્ષ
time dependence	कालाश्रितता	સમય-આધારિત, સમયનિર્ભર
time-dependent constitutive equation	कालाश्रित संरचक समीकरण	સમય-આધારિત સંરચક સમીકરણ, સમયનિર્ભર સંરચક સમીકરણ
time-dependent process	कालाश्रित प्रक्रिया	સમય-આધારિત પ્રક્રિયા, સમયનિર્ભર પ્રક્રિયા
time-independent term	समय-निरपेक्ष पद	સમય નિરપેક્ષ
time interval	काल अंतराल	સમય અંતરાલ
time series	काल श्रेणी	સમયશ્રેણી
time series analysis	काल-श्रेणी विश्लेषण	સમય શ્રેણી વિશ્લેષણ
time series data	काल श्रेणी न्यास	સમય શ્રેણી માહિતી

time sharing system	कालभागी तंत्र	સમય-ભાજન પ્રણાલી (કમ્પ્યૂટર)
tolerance	सह्यता, सहन	સહિષ્ણુતા
tolerance interval	सह्यता अंतराल	સહિષ્ણુતા અંતરાલ
tolerance level	सह्य तल	સહિષ્ણુતા સ્તર
tolerance limit	सह्यता सीमा, सहन सीमा	સહિષ્ણુતા સીમા
topological	सांस्थितिक	સંસ્થિતીય રીતે
topological dual	सांस्थितिक द्वैत	સાંસ્થિતિક દ્વંદ્વ, સાંસ્થિતિક દ્વૈત
topological group	सांस्थितिक समूह	સાંસ્થિતિક સમૂહ
topological isomorphism	सांस्थितिक तुल्याकारिता	સાંસ્થિતિક એકરૂપતા
topological linear space	सांस्थितिक रैखिक समष्टि	સાંસ્થિતિક સુરેખ અવકાશ
topologically	सांस्थितिकतः	સાંસ્થિતિકીય રીતે
topological mapping	सांस्थितिक प्रतिचित्रण	સાંસ્થિતિક વિધેય
topological property	सांस्थितिक गुणधर्म	સાંસ્થિતિક ગુણધર્મ
topological space	सांस्थितिक समष्टि	સાંસ્થિતિક અવકાશ
topological vector space	सांस्थितिक सदिश समष्टि	સાંસ્થિતિક સદિશ અવકાશ
topology	संस्थिति-विज्ञान, सांस्थितिकी	સંસ્થિતિ વિદ્યા
torsion	मरोड़, विमोटन, ऐंठन	વળ, મરોડ
torus	वृत्तज ठोस-वलय, टोरस	વૃત્તજ વલય
total	जोड़, योग (स.), संपूर्ण, पूर्ण (वि.)	પૂર્ણ, યોગ
total derivative	संपूर्ण अवकलज	પૂર્ણ વિકલિત
total differential	संपूर्ण अवकल	પૂર્ણ વિકલ
total differential equation	संपूर्ण अवकल समीकरण	પૂર્ણ વિકલ સમીકરણ
total inspection	संपूर्ण निरीक्षण	પૂર્ણ નિરીક્ષણ, સંપૂર્ણ નિરીક્ષણ
totally bounded	संपूर्णतया परिबद्ध	પૂર્ણતઃ સીમિત
totally ordered set	संपूर्णतया क्रमित समुच्चय	પૂર્ણ ક્રમિત ગણ
total ordering	संपूर्ण क्रमीकरण	પૂર્ણ ક્રમિકતા, પૂર્ણ ક્રમતા
trace	1. अनुरेख, अनुरेखण (सं.) 2. संछेद (सं.), अनुरेखण करना (वि.)	આલેખવું
trace of matrix	आव्यूह का अनुरेख	શ્રેણિકનો ટ્રેસ, શ્રેણિકનો અનુરેખ
tracing	अनुरेखण, अक्स अंकन	આલેખન
trade off function	विनियम फलन	વાણિજ્ય વિનિમય વિધેય
trajectory	1. प्रक्षेप-पथ, प्रपथ 2. संछेदी	પ્રક્ષેપ-પથ
transcendental	अबीजीय	અબૈજિક
transcendental equation	अबीजीय समीकरण	અબૈજિક સમીકરણ
transcendental function	अबीजीय फलन	અબૈજિક વિધેય
transcendental number	अबीजीय संख्या	અબૈજિક સંખ્યા
transfer	स्थानांतरण, अंतरण	સ્થાનાંતર
transfer function	अंतरित फलन	સ્થાનાંતર વિધેય
transfinite induction	परिमितातीत आगमन	પરિમિતાતિત અનુમાન
transfinite number	परिमितातीत संख्या	પરિમિતાતિત સંખ્યા
transform	रूपांतर	રૂપાંતર
transformation formula	रूपांतरण-सूत्र	રૂપાંતરણ સૂત્ર
transformation matrix	रूपांतरण आव्यूह	રૂપાંતરણ શ્રેણિક
transformation of coordinates	निर्देशांकों का रूपांतरण	યામ રૂપાંતરણ
transformed function	रूपांतरित फलन	રૂપાંતરિત વિધેય

transformed matrix	रूपांतरित आव्यूह	રૂપાંતરિત શ્રેણિક
transshipment problem	पोत-परिवहन समस्या	પરિવહન સમસ્યા
transient behaviour	क्षणिक आचरण	ક્ષણિક વર્તન, હંગામી વર્તન
transient solution	क्षणिक हल	ક્ષણિક ઉકેલ, હંગામી ઉકેલ
transition	संक्रमण	સંક્રમણ
transition matrix	संक्रमण आव्यूह	સંક્રમણ શ્રેણિક
transitive	संक्रामक	પરંપરિત
transitive law	संक्रमण-नियम	પરંપરિતતા નિયમ
transitive relation	संक्रामक संबंध	પરંપરિત સંબંધ
transitivity	संक्रामिता	પરંપરિતતા
transitivity set	संक्रामिता-समुच्चय	પરંપરિતતા ગણ
translation	स्थानांतरण	સ્થાનાંતર
transportation cost	परिवहन लागत	પરિવહન પડતર
transportation problem	परिवहन समस्या	પરિવહન સમસ્યા
transportation time	परिवहन काल	પરિવહન સમય
transport equation	अभिगमन-समीकरण	પરિવહન સમીકરણ
transposed matrix	परिवर्तित आव्यूह	પરિવર્તીત શ્રેણિક
transpose of a matrix	आव्यूह-परिवर्त	શ્રેણિકનો પરિવર્ત
transposition	पक्षांतरण	ફેરબદલી
transversality	अनुप्रस्थता	અનુપ્રસ્થતા
transversality condition	अनुप्रस्थता प्रतिबंध	અનુપ્રસ્થતા શરત
transverse	अनुप्रस्थ, आड़ा	અનુપ્રસ્થ
transverse motion	अनुप्रस्थ गति	અનુપ્રસ્થ ગતિ
trapezium	समलंब, ट्रैपीजियम	સમલંબ ચતુષ્કોણ
trapezoid	समलंबाभ	સમલંબજ
trapezoidal prism	समलंब-प्रिज्म	સમલંબજ પ્રિઝમ
treatment	1. प्रशोधन 2. उपचार	માવજત, પ્રશોધન
tree diagram	वृक्षारेख	વૃક્ષારેખ
trend	प्रवृत्ति, उपनति	વલણ
trend line	उपनति रेखा	વલણ રેખા
trend value	उपनति मान	વલણ મૂલ્ય
triadic	त्रयक	ત્રયક
trial	1. जाँच, परख 2. अभिप्रयोग	અજમાયશ
trial function	अभिप्रायोगिक फलन	અજમાયશ વિધેય
triangle	त्रिभुज, त्रिकोण	ત્રિકોણ
triangle inequality	त्रिभुज असमिका	ત્રિકોણીય અસમતા
triangle of velocity	वेग-त्रिभुज	વેગ ત્રિકોણ
triangle symbol	त्रिभुज-प्रतीक	ત્રિકોણ પ્રતીક, ત્રિકોણ સંકેત
triangle system	त्रिभुज पद्धति	ત્રિકોણ સંહતિ
triangulability	त्रिभुजनीयता	ત્રિકોણ ક્ષમતા
triangular	त्रिभुजीय, त्रिकोणीय, त्रिभुजाकार	ત્રિકોણીય
triangular matrix	त्रिभुजीय आव्यूह	ત્રિકોણીય શ્રેણિક
triangulation	त्रिभुजन, त्रिकोणीयन	ત્રિકોણીકરણ
trichotomy	त्रिभाजन	ત્રિવિધ
tridiagonal	त्रिविकर्णी	ત્રિવિકર્ણ

trigonometric	त्रिकोणमितीय	ત્રિકોણમિતીય
trigonometric curve	त्रिकोणमितीय वक्र	ત્રિકોણમિતીય વક્ર
trigonometric equation	त्रिकोणमितीय समीकरण	ત્રિકોણમિતીય સમીકરણ
trigonometric function	त्रिकोणमितीय फलन	ત્રિકોણમિતીય વિધેય
trigonometric identity	त्रिकोणमितीय सर्वसमिका	ત્રિકોણમિતીય નિત્યસમ
trigonometric series	त्रिकोणमितीय श्रेणी	ત્રિકોણમિતીય શ્રેઢી
trigonometric solution	त्रिकोणमितीय हल	ત્રિકોણમિતીય ઉકેલ
trigonometric transformation	त्रिकोणमितीय रूपांतरण	ત્રિકોણમિતીય રૂપાંતરણ
trigonometry	त्रिकोणमिति	ત્રિકોણમિતિ
triple	त्रिगुण, त्रिधा, त्रि-, त्रिशः, त्रिक, त्रितः	ત્રયી
triple integration	त्रिशः समाकलन	ત્રિસંકલ
triplet	त्रिक	ત્રિક, ત્રિપુટિ
trisect	समत्रिभाजित करना	ત્રિભાજન કરવું
trisection	समत्रिभाजन	ત્રિભાજન
trisection of an angle	कोण का समत्रिभाजन	ખૂણાનું ત્રિભાજન
trivial form	तुच्छ रूप	સહજ સ્વરૂપ
trivial topology	तुच्छ संस्थिति	સહજ સંસ્થિતિ
tropic of Cancer	कर्क-रेखा	કર્ક રેખા
tropic of Capricorn	मकर-रेखा	મકર રેખા
troposphere	क्षोभमंडल	અધોમંડળ
true mean	यथार्थ माध्य	યથાર્થ મધ્યક
true mode	यथार्थ बहुलक	યથાર્થ બહુલક
truncated	लूनाग्र, रुंडित	છિન્ન
truncated cone	रुंडित शंकु, छिन्न शंकु	છિન્ન શંકુ
truncated distribution	छिन्न बंटन	છિન્ન વિતરણ
truncated frequency distribution	छिन्न बारंबारता बंटन	છિન્ન આવૃત્તિ વિતરણ
truncation	छेदन, छिन्नकरण, रुंडन, लूनाग्रता	છિન્ન કરવું
truncation error	रुंडन त्रुटि	છિન્ન ત્રુટિ
truth	यथार्थता, सत्यता	સત્ય
truth function	सत्यमान फलन	સત્ય વિધેય
truth table	सत्यमान सारणी	સત્ય કોષ્ટક
truth value	सत्यमान	સત્ય મૂલ્ય
t-statistic	t-प्रतिदर्शज	t- નિદર્શજ
t-test	t--परीक्षण	t-કસોટી
turbulence theory	प्रक्षोभ सिद्धांत	પ્રક્ષોભ સિદ્ધાંત
turning point	वर्तन बिंदु	પરિવર્તન બિંદુ
twist	1. ऐंठन, मरोड़, व्यावर्तन 2. ट्विस्ट	વળ, આમળ, મરોડ
twisted curve	व्यावर्तित वक्र, असमतली वक्र	વળદાર, મરડાયેલ વક્ર
two dimensional	द्विविम	દ્વિપરિમાણીય
two dimensional continuous distribution	द्विविम संतत बंटन	દ્વિપરિમાણીય સતત વિતરણ
two dimensional vector	द्विविम सदिश	દ્વિપરિમાણીય સદિશ
two fold classification	द्विवर्गीकरण	બેવડું વર્ગીકરણ
two parameter family	द्विप्राचल परिवार	દ્વિપ્રચલ સમુદાય
two person game	द्विव्यक्तीय खेल	દ્વિવ્યક્તિ રમત

two phase method	द्विचरण विधि	બે-તબક્કા રીત, દ્વિચરણ પદ્ધતિ
two phase sampling	द्वि-प्रावस्था प्रतिचयन	દ્વિચરણ નિદર્શન
two point boundary condition	द्विबिंदु परिसीमा प्रतिबंध	દ્વિબિંદુ સીમા શરત
two sided F-test	द्वि-पुच्छी F-परीक्षण	દ્વિપુચ્છીય F- કસોટી
two sided normal test	द्वि-पुच्छी प्रसामान्य परीक्षण	દ્વિપુચ્છીય પ્રમાણ્ય કસોટી
two sided X-test	द्वि-पुच्छी X-परीक्षण	દ્વિપુચ્છીય X-કસોટી
U		
ultimate value	अंतिम मान	આખરી મૂલ્ય
unbiased estimate	अनभिनत आकल	અનભિનત અંદાજ, બિનપક્ષપાતી અંદાજ
unbiased estimate of population variance	समष्टि प्रसरण का अनभिनत आकल	સમષ્ટિના વિચરણનો અનભિનત અંદાજ
unbiased linear estimate	अनभिनत रैखिक आकल	અનભિનત સુરેખ અંદાજ
unbiased point estimate	अनभिनत बिंदु आकल	અનભિનત બિંદુ અંદાજ
unbiased test	अनभिनत परीक्षण	અનભિનત કસોટી
unbounded region	अपरिबद्ध प्रदेश	અસીમિત પ્રદેશ
unbounded set	अपरिबद्ध समुच्चय	અસીમિત ગણ
unbounded solution	अपरिबद्ध हल	અસીમિત ઉકેલ
uncertainity principle	अनिश्चितता-सिद्धांत	અનિશ્ચિતતાનો સિધ્ધાંત
unconditional probability	अप्रतिबंध प्रायिकता	બિનશરતી સંભાવના
unconstrained relative maximum	अव्यवरोधित आपेक्षिक अधिकतम	પ્રતિબંધરહિત સાપેક્ષ મહત્તમ
uncountable	अगणनीय	અગણનીય
uncountable subset	अगणनीय उपसमुच्चय	અગણનીય ઉપગણ
undetermined	अनिर्धारित	અનિર્ધારિત, અનિર્ણિત
undetermined coefficient	अनिर्धारित गुणांक	અનિર્ધારિત સહગુણક, અનિર્ણિત સહગુણક
unequal	असमान	અસમાન
ungrouped	अवर्गीकृत	અવર્ગીકૃત
ungrouped data	अवर्गीकृत न्यास	અવર્ગીકૃત માહિતી
uniform	एकसमान	એકરૂપ, એકધારું, એકસમાન
uniform acceleration	एकसमान त्वरण, अचर त्वरण	એકધારો પ્રવેગ
uniform boundedness	एकसमान परिबद्धता	એકરૂપ સીમિતતા, એકસમાન સીમિતતા
uniform convergence	एकसमान अभिसरण	એકરૂપ અભિસાર, એકસમાન અભિસાર
uniform convexity	एकसमान अवमुखता	એકરૂપ બહિર્મુખતા, એકસમાન બહિર્મુખતા
uniform density	एकसमान घनत्व	એકરૂપ ઘનતા, એકસમાન ઘનતા
uniform distribution	एकसमान बंटन	એકરૂપ વિતરણ, એકસમાન વિતરણ
uniform gravitational field	एकसमान गुरुत्वाकर्षण क्षेत्र	એકરૂપ ગુરુત્વક્ષેત્ર, એકસમાન ગુરુત્વક્ષેત્ર
uniformity	1. एकसमानता 2. परिवेशक, परिवेश-परिवार	એકરૂપતા, એકસમાનતા
uniformly best	एकसमान सुष्ठुतम	એકરૂપીય શ્રેષ્ઠ
uniformly continuous extension	एकसमान संतत विस्तार	એકરૂપ સતત પ્રલંબન, એકસમાન સતત પ્રલંબન
uniformly convergent	एकसमान अभिसारी	એકરૂપ અભિસારી, એકસમાન અભિસારી, એકધારી અભિસારી
uniformly most powerful test	एकसमान शक्ततम परीक्षण	એકસમાન રીતે સૌથી શક્તિશાળી કસોટી
uniform motion	एकसमान गति	એકરૂપ ગતિ, એકધારી ગતિ
uniform probability distribution	एकसमान प्रायिकता बंटन	એકરૂપ સંભાવના વિતરણ, એકસમાન સંભાવના વિતરણ
uniform speed	एकसमान चाल	એકરૂપ ઝડપ, એકધારી ઝડપ

uniform topology	एकसमान संस्थिति	એકરૂપ સંસ્થિતિ, એકસમાન સંસ્થિતિ
unimodal	एकबहुलकी	એકબહુલકીય
unimodular	एकमापांकी	એકમાનાંકીય
unimodular matrix	एकमापांकी आव्यूह	એકમાનાંકી શ્રેણિક
unimodular property	एकमापांकी गुणधर्म	એકમાનાંકી ગુણધર્મ
union	1. संघ 2. सम्मिलन 3. संयोग	યોગ
union of family of subsets	उपसमुच्चयों के परिवार का सम्मिलन	ઉપગણ-સંહતિનો યોગગણ
union of sets	समुच्चयों का सम्मिलन	ગણોનો યોગ
unique factorization domain	अद्वितीय गुणनखंडन प्रांत	અનન્ય અવયવ પ્રદેશ
unique factorization theorem	अद्वितीय गुणनखंडन प्रमेय	અનન્ય અવયવ પ્રમેય
uniquely defined (=uniquely determined)	अद्वितीयतः निर्धारित	અનન્ય રીતે વ્યાખ્યાયિત
uniqueness	अद्वितीयता	અનન્યતા
uniqueness of the solution	हल की अद्वितीयता	ઉકેલની અનન્યતા
uniqueness problem	अद्वितीयता-समस्या	અનન્યતા સમસ્યા
uniqueness theorem	अद्वितीयता-प्रमेय	અનન્યતા પ્રમેય
unique solution	अद्वितीय हल	અનન્ય ઉકેલ
unique vector	अद्वितीय सदिश	અનન્ય સદિશ
unit	1. मात्रक, इकाई, एकक, यूनिट, एकांक, एकल, ऐकिक, 2. व्युत्क्रमणीय	1. એકમ 2. એકમ ઘટક 3. વ્યસ્તસંપન્ન
unitary	ऐकिक	ઐકિક
unitary group	ऐकिक समूह	ઐકિક સમૂહ
unitary matrix	ऐकिक आव्यूह	ઐકિક શ્રેણિક
unitary method	ऐकिक विधि	ઐકિક પદ્ધતિ
unit ball	एकक गोलक	એકમ ગોલક, એકમ કંદુક
unit cell	एकक सेल, एकक कोष्ठिका, मात्रक कोष्ठिका	એકમ કોષ
unit circle	एकांक वृत्त	એકમ વર્તુળ
unit element	तत्समक अवयव	એકમ ઘટક
unit function	एकक फलन	એકમ વિધેય
unit mass	एकांक द्रव्यमान	એકમ દ્રવ્યમાન
unit matrix	एकांक मैट्रिक्स, तत्समकारी आव्यूह	એકમ શ્રેણિક
unit normal variate (=standard normal variate)	मानकीकृत प्रसामान्य विचर	એકમ પ્રમાણ્ય ચલ (પ્રમાણિત પ્રમાણ્ય ચલ)
unit sphere	एकक गोलक	એકમ ગોલક
unit step function	एकक पग फलन	એકમ સોપાન વિધેય
unit vector	इकाई सदिश	એકમ સદિશ
unit volume	एकांक आयतन	એકમ કદ
unity	एक, तत्समक	એકમ
unity element (=identity element=unit element)	तत्समक अवयव	એકમ ઘટક, તટસ્થ ઘટક, તદેવ ઘટક
univariate	एकविचर	એકચલીય
univariate normal distribution	एकविचर प्रसामान्य बंटन	એકચલીય પ્રમાણ્ય વિતરણ
universal	सार्वत्रिक	સાર્વત્રિક
universal constant	सार्वत्रिक नियतांक	સાર્વત્રિક અચળાંક
universal gravitation	सार्वत्रिक गुरुत्वाकर्षण	સાર્વત્રિક ગુરુત્વાકર્ષણ
universal set	समष्टीय समुच्चय	સાર્વત્રિક ગણ
universe	1. विश्व 2. समष्टि	વિશ્વ, સમષ્ટિ

unknown	अज्ञात	અજ્ઞાત
unknown quantity	अज्ञात राशि	અજ્ઞાત રાશિ
unlike	1. विपरीत 2. विजातीय	1. વિજાતીય 2. વિપરીત
unlike terms	विजातीय पद	વિજાતીય પદો
unlimited	असीमित	અમર્યાદિત
unstable	अस्थायी	અસ્થાયી, અસ્થિર
unsymmetrical	असममित	અસંમિત
unsymmetric dual problem	असममित द्वैत समस्या	અસંમિત દ્વંદ્વ સમસ્યા
upper bar	शिरोरेखा	શિરોરેખા
upper bound	उपरिसीमा	ઊર્ધ્વ સીમા
upper derivative	उच्च अवकलज	ઊર્ધ્વ વિકલિત
upper integral	उच्च समाकल	ઊર્ધ્વ સંકલ
upper limit of integration	समाकलन की उपरिसीमा	સંકલનની ઊર્ધ્વ સીમા
upper quartile	गुरुचतुर्थक	ઊર્ધ્વ ચતુર્થક
upper Rieman integral	उपरि रीमान समाकलन	ઊર્ધ્વ રીમાન સંકલ
upper semicontinuity	उपरि सामिसांतत्य	ઊર્ધ્વ અધસાતત્ય
upper sum	उपरि योग	ઊર્ધ્વ સરવાળો
upper triangle matrices	उपरि त्रिभुज आव्यूह	ઊર્ધ્વ ત્રિકોણ શ્રેણિકો
upward acceleration	उपरिमुखी त्वरण	ઊર્ધ્વગામી પ્રવેગ
upward motion	उपरिमुखी गति	ઊર્ધ્વ ગતિ
Urysohn's lemma	यूरीजोन प्रमेयिका	યુરીઝોનની પ્રમેયિકા, યુરીઝોનનું પૂર્વપ્રમેય
U-shaped curve	U-रूप वक्र	U-આકારનો વક
usual metric	साधारण दूरीक	સામાન્ય માન
usual topology	साधारण संस्थिति	સામાન્ય સંસ્થિતી
utility	उपयोगिता, उपयोग	ઉપયોગિતા
utility function	उपयोगिता फलन	ઉપયોગિતા વિધેય
utility maximization	उपयोगिता अधिकतमीकरण	ઉપયોગિતા મહત્તમીકરણ
uv-method	uv-विधि	uv-રીત
V		
vacuous set	रिक्त समुच्चय	રિક્તગણ, ઘટક-વિહીન ગણ
validity	वैधता, मान्यता	પ્રમાણભૂતતા, માન્યતા
validity of test	परीक्षण-मान्यता	કસોટીની પ્રમાણભૂતતા
value	मूल्य, मान	મૂલ્ય
value function	मान-फलन	મૂલ્ય વિધેય
value of a game	खेल का मान	રમતનું માન
variable	1. चर 2. परिवर्तनशील, परिवर्ती	ચલ
variable field	चर क्षेत्र	ચલ ક્ષેત્ર
variable of integration	समाकलन चर	સંકલનનો ચલ
variable parameter	चर प्राचल	ચલ પ્રચલ
variance	प्रसरण	વિચરણ
variance--covariance matrix	प्रसरण-सहप्रसरण आव्यूह	વિચરણ-સહપરિવર્તન શ્રેણિક
variance estimate	प्रसरण आकल	વિચરણ અંદાજ
variance matrix	प्रसरण आव्यूह	વિચરણ શ્રેણિક
variate	विचर	સંખ્યાત્મક ચલ
variation of parameter	प्राचल विचरण	પ્રચલનું ચલન

vary directly as	का अनुक्रमानुपाती होना	સમપ્રમાણમાં ચલન
vary indirectly as	का परोक्षानुपाती होना	પરોક્ષ ચલન
varying	परिवर्ती	ચલિત
vector	सदिश, वेक्टर	સદિશ
vector addition	सदिश योग	સદિશ સરવાળો
vector algebra	सदिश बीजगणित	સદિશ બીજગણિત
vector analysis	सदिश विश्लेषण	સદિશ વિશ્લેષણ
vector calculus	सदिश कलन	સદિશ કલન
vector component	सदिश घटक	સદિશ ઘટક
vector composition	सदिश संयोजन	સદિશ સંયોજન
vector derivative	सदिश अवकलज	સદિશ વિકલિત
vector diagram	सदिश आरेख	સદિશ આકૃતિ
vector field	सदिश क्षेत्र	સદિશ ક્ષેત્ર
vector function	सदिश फलन	સદિશ વિધેય
vector integration	सदिश समाकलन	સદિશ સંકલન
vector multiplication	सदिश गुणन	સદિશ ગુણાકાર
vector operator	वेक्टर संकारक, सदिश संकारक	સદિશ કારક
vector space	सदिश समष्टि	સદિશ અવકાશ
vector sum	सदिश योग	સદિશ સરવાળો
vector to enter basis	आधार प्रवेशी सदिश	આધારપ્રવેશી સદિશ
vector to leave basis	आधार त्यागी सदिश	આધારત્યાગી સદિશ
vector triangle	सदिश त्रिभुज	સદિશ ત્રિકોણ
vector valued form	सदिश मान रूप	સદિશ મૂલ્યિત સ્વરૂપ
velocity	वेग	વેગ
velocity component	वेग घटक	વેગનો ઘટક
velocity constant	वेग स्थिरांक	વેગ-અચળાંક
velocity curve	वेग वक्र	વેગ-વક્ર
velocity equation	वेग समीकरण	વેગ-સમીકરણ
velocity profile	वेग प्रोफाइल	વેગની રૂપરેખા
velocity vector	वेग सदिश	વેગ-સદિશ
Venn diagram	वेग आरेख	વેન આકૃતિ
verifiable	सत्यापनीय	ચકાસ્ય
Vernier callipers	वर्नियर कैलिपर्स	વર્નિયર કેલિપર્સ
vertex	शीर्ष	શિરોબિંદુ
vertical angle	शीर्ष कोण	શિર્ષકોણ
vertical axis	उदग्र अक्ष, ऊर्ध्वाधर अक्ष	ઊર્ધ્વાક્ષ
vertically opposite angle	शीर्षाभिमुख कोण	અભિકોણ
very close encounter	अति निकट समागम	અતિનિકટનો સામનો
very slow motion	अतिमंद गति	અતિમંદ ગતિ
vibration	कंपन	કંપન
vicinity	1. परिवेश 2. सामीप्य, पड़ोस	1. પરિવેશ 2. સામીપ્ય
virtual	1. कल्पित 2. आभासी	આભાસી
virtual displacement	कल्पित विस्थापन	આભાસી સ્થાનાંતર
virtual velocity	कल्पित वेग	આભાસી વેગ
virtual work	कल्पित कार्य	આભાસી કાર્ય

viscosity	श्यानता	સ્નિગ્ધતા
visual display	चाक्षुष प्रदर्शन	દૃશ્ય રજૂઆત
visual display unit	चाक्षुष प्रदर्श एकक	દૃશ્ય રજૂઆત એકમ
vital statistics	जन्म-मरण सांख्यिकी	જન્મ-મરણ આંકડા
void	शून्य, शून्यिका, रिक्ति	રિક્ત, પોકળ
void intersection	शून्य सर्वनिष्ठ	રિક્ત છેદગણ
void set	शून्य समुच्चय	ખાલીગણ, રિક્તગણ
void symbol	रिक्ति-प्रतीक	રિક્તતા સંકેત
volume	1. आयतन 2. प्रबलता 3. खंड	કદ
volume integral	आयतन-समाकल	કદસંકલ, ત્રિસંકલ
volume integration	समाकलन-आयतन	કદસંકલન, ત્રિસંકલન
W		
waiting line (=queue)	प्रतीक्षा पंक्ति	પ્રતીક્ષા પંક્તિ
waiting line system	प्रतीक्षा पंक्ति प्रणाली	પ્રતીક્ષા પંક્તિ પ્રણાલી
waiting time	प्रतीक्षा-काल	પ્રતીક્ષા સમય
wave	तरंग	તરંગ
wave equation	तरंग-समीकरण	તરંગ સમીકરણ
wave form	तरंग का रूप	તરંગ સ્વરૂપ
wave function	तरंग फलन, तरंग फंक्शन	તરંગ વિધેય
wavelet	तरंगिका	તરંગિકા
wave motion	तरंग-गति	તરંગ ગતિ
wave propagation	तरंग-संचरण	તરંગ સંચરણ
weak convergence	दुर्बल अभिसरण	નિર્બળ અભિસાર
Weibull distribution	वेबुल-बंटन	વેઈબુલ વિતરણ
weigh	तोलना	તોલવું, વજન કરવું
weight	1. भार, तौल, वजन, बाट 2. गरिमा	વજન, ભાર
weighted aggregate	भारित समष्टि	ભારિત સંગ્રહ
weighted arithmetical average	भारित समांतर माध्य	ભારિત સમાંતર સરેરાશ
weighted average	भारित माध्य, भारित औसत	ભારિત સરેરાશ
weighted mean	भारित माध्य, भारित औसत	ભારિત મધ્યક
weighted regression coefficient	भारित समाश्रयण गुणांक	ભારિત નિયત સંબંધાંક
weighting	भारण, तोल	તોલન, ભારણ
weighting factor	भारण-गुणक	ભાર-અવયવ
weighting function	भारण फलन	ભારણ વિધેય
well chained set	सुशृंखलित समुच्चय	સુશૃંખલિત ગણ
well order	सुक्रम	સુક્રમ
well ordered	सुक्रमित	સુક્રમિત
well ordered set	सुक्रमित समुच्चय	સુક્રમિત ગણ
well ordering principle	सुक्रमण सिद्धांत	સુક્રમિકતાનો સિધ્ધાંત
whole number	पूर्ण संख्या, पूर्णांक	પૂર્ણસંખ્યા
whole number projection	पूर्णांक प्रक्षेप	પૂર્ણસંખ્યા પ્રક્ષેપ
width	चौड़ाई	પહોળાઈ
Wiener process	वीनर प्रक्रम	વિનર પ્રક્રિયા
word	शब्द	શબ્દ
word length	शब्द लंबाई	શબ્દ લંબાઈ

work	कार्य	કાર્ય
working formula	कार्यकारी सूत्र	કાર્ય કરતું સૂત્ર
working mean	कार्यकारी माध्य	કાર્ય કરતો મધ્યક
working model	कार्यकारी निदर्श	કાર્ય કરતું પ્રતિરૂપ
Wronskian determinant	रांसकियन सारणिक	રોન્સકિયન નિશ્ચાયક
X		
X- axis	X-अक्ष	X-અક્ષ
Y		
Y-axis	Y-अक्ष	Y-અક્ષ
year	वर्ष	વર્ષ
yield	1. उत्पाद, प्राप्ति, लब्धि, उपज 2. पराभव	ઉપજ
yield value	1. उत्पादन मूल्य, लब्धि मान 2. पराभव मान	ઉપજમૂલ્ય
Young's modulus	यंग का गुणांक	યંગનો માનાંક, યંગનું મોડ્યુલસ
Z		
Z-distribution	Z-बंटन	Z-વિતરણ
zero	1. शून्य, सिफर, जीरो	1. શૂન્ય
	2. शून्यक	2. શૂન્યક
zero correlation	शून्य सहसंबंध	શૂન્ય સહસંબંધ
zero divisor	शून्य का भाजक	શૂન્ય ભાજક
zero error	शून्यांक त्रुटि	શૂન્ય ત્રુટિ
zero exponent	शून्यघात	શૂન્યઘાત
zero gravity	शून्य गुरुत्व	શૂન્ય ગુરૂત્વ
zero inventory	शून्य तालिका	શૂન્ય જથ્થાયાદી
zero mapping	शून्य प्रतिचित्रण	શૂન્ય આલેખન
zero matrix	शून्य आव्यूह	શૂન્ય શ્રેણિક
zero of a function	फलन का शून्यक	વિધેયનું શૂન્યક
zero of a polynomial	बहुपद का शून्यक	બહુપદીનું શૂન્યક
zero order	शून्य कोटि	શૂન્યકક્ષા
zero order Bessel function	शून्य कोटि का बेसल फलन	શૂન્યકક્ષાનું બેસેલ વિધેય
zero sequence	शून्यांकी अनुक्रम	શૂન્ય શ્રેણી
zero set	शून्य समुच्चय	શૂન્ય ગણ
zero sum game	शून्य योगी खेल	શૂન્યયોગી રમત
zero sum n-person game	शून्य योगी n-व्यक्ति खेल	શૂન્યયોગી n- વ્યક્તિ રમત
zero sum two person game	शून्य योगी द्वि-व्यक्ति खेल	શૂન્યયોગી દ્વિવ્યક્તિ રમત
zero vector	शून्य सदिश	શૂન્ય સદિશ
zone row	क्षेत्र पंक्ति	ક્ષેત્ર પંક્તિ

ग्राहक फार्म

सेवा में :
अध्यक्ष,
वैज्ञानिक तथा तकनीकी शब्दावली आयोग,
पष्चिमी खंड-7, रामकृष्णपुरम्, नई दिल्ली-110066

महोदय,

कृपया मुझे "विज्ञान गरिमा सिंधु" (त्रैमासिक पत्रिका) का एक वर्ष के लिए ..... से ग्राहक बना लीजिए। मैं पत्रिका का वार्षिक सदस्यता शुल्क ..... रुपये, अध्यक्ष, वैज्ञानिक तथा तकनीकी शब्दावली आयोग, नई दिल्ली के पक्ष में, नई दिल्ली स्थित अनुसूचित बैंक में देय डिमांड ड्राफ्ट सं. ..... दिनांक ..... द्वारा भेज रहा/रही हूं। कृपया पावती भिजवाएं।

नाम .....
पूरा पता .....

भवदीय

(हस्ताक्षर)

	सामान्य ग्राहकों / संस्थाओं के लिए	विद्यार्थियों के लिए
प्रति अंक	₹ 14.00	₹ 8.00
वार्षिक चंदा	₹ 50.00	₹ 30.00
पाँच वर्ष	₹ 250.00	₹ 150.00
दस वर्ष	₹ 500.00	₹ 300.00
बीस वर्ष	₹ 1000.00	₹ 600.00

डिमांड ड्राफ्ट "अध्यक्ष, वैज्ञानिक तथा तकनीकी शब्दावली आयोग, के पक्ष में नई दिल्ली स्थित अनुसूचित बैंक में देय होना चाहिए। कृपया ड्राफ्ट के पीछे अपना नाम पूरा पता भी लिखें। ड्राफ्ट 'एकांउट पेई' होना चाहिए। यदि ग्राहक विद्यार्थी है तो कृपया निम्न प्रमाण–पत्र भी संलग्न करे :

कृपया डिमांड ड्राफ्ट के पीछे अपना नाम और पता लिखें।

विद्यार्थी–ग्राहक प्रमाण पत्र

प्रमाणित किया जाता है कि कुमारी/श्रीमती/श्री ..... इस विद्यालय/महाविद्यालय/विश्वविद्यालय के ..... विभाग का छात्र/की छात्रा है।

(हस्ताक्षर)

(प्राचार्य/विभागाध्यक्ष)
(मोहर)

प्रकाशन विभाग के बिक्री केंद्र

Sales Counters of Department of Publication

1	किताब महल प्रकाशन विभाग, बाबा खड़ग सिंह मार्ग, स्टेट एम्पोरियम बिल्डिंग, यूनिट नं. 21 नई दिल्ली–110001	**Kitab Mahal** Department of Publication, Baba Kharag Sigh Marg, State Emporia Building, Unit No.-21, New Delhi-110001
2	बिक्री पटल प्रकाशन विभाग, उद्योग भवन, गेट नं.–3, नई दिल्ली–110001	**Sale Counter** Department of Publication, Udyog Bhawan, Gate No.-3, New Delhi-110001
3	बिक्री पटल प्रकाशन विभाग, लॉयर चैंबर, दिल्ली उच्च न्यायालय, नई दिल्ली–110003	**Sale Counter** Department of Publication, Lawyers Chambber, Delhi Hight Court, New Delhi-110003
4	बिक्री पटल प्रकाशन विभाग, संघ लोक सेवा आयोग, धौलपुर हाउस, नई दिल्ली–110001	**Sale Counter** Department of Publication, Union Public Service Commissions, Dholpur House, New Delhi-110001
5	बिक्री पटल प्रकाशन विभाग, सी.जी.ओ.काम्पलेक्स, न्यू मेरीन लाइन्स, मुंबई–400020	**Sale Counter** Department of Publication, C.G.O. Complex, New Marine Lines, Mumbai-400020
6	पुस्तक डिपो प्रकाशन विभाग, के.एस.राय मार्ग, कोलकाता–700001	**Pustak Depot,** Department of Publication**,** K. S. Roy Marg, Kolkata-700001s

आयोग का बिक्री केंद्र

Sales Counter of CSTT

वैज्ञानिक तथा तकनीकी शब्दावली आयोग मानव संसाधन विकास मंत्रालय पश्चिमी खंड–7, रामकृष्णपुरम, नई दिल्ली–110066	Commission for Scientific and Technical Terminology Ministry of Human Resource Development West Block-VII, R. K. Puram, New Delhi-110066

अधिक जानकारी के लिए संपक्र करें :

For detailed information please contact:

प्रभारी अधिकारी (बिक्री) वैज्ञानिक तथा तकनीकी शब्दावली आयोग मानव संसाधन विकास मंत्रालय पश्चिमी खंड–7, रामकृष्णपुरम, नई दिल्ली–110066 फोन नं.–011–26105211 / विस्तार–246	The Officer-in-Charge (Sales) Commission for Scientific and Technical Terminology Ministry of Human Resource Development West Block-VII, R. K. Puram, New Delhi-110066 Ph. No.-011-26105211/ Extn.-246

© भारत सरकार
प्रकाशन नियंत्रक

विशेषांक 105 पी.सी.एस.टी.टी. (4–6) 2018
1500

Mobile App of Administrative Terms Glossary is now available in Google Play Store.

Step-1: Search CSTT • Step-2: Download • Step-3: Open to use

वैतश आयोग द्वारा प्रकाशित शब्दावलियाँ, परिभाषा-कोश मोबाईल ऐप तथा ई-पुस्तक के रूप में उपलब्ध होंगे।

प्रोफेसर अवनीश कुमार
अध्यक्ष

Glossaries and Definitional Dictionaries published by CSTT shall now be available in mobile apps and e-books format.

Professor Avanish Kumar
Chairman

वैज्ञानिक तथा तकनीकी शब्दावली आयोग
मानव संसाधन विकास मंत्रालय (उच्चतर शिक्षा विभाग)
पश्चिमी खंड-7, रामकृष्णपुरम, नई दिल्ली - 110066.
फोन नं. 011-26105211 • वेबसाइट : www.cstt.mhrd.gov.in

Commission for Scientific and Technical Terminology
Ministry of Human Resource Development
(Department of Higher Education)
West Block-7, R.K. Puram, New Delhi - 110066.
Phone: 011-26105211 • Website: www.cstt.mhrd.gov.in

मुद्रण निदेशालय द्वारा, भारत सरकार मुद्रणालय में मुद्रित एवं
प्रकाशन नियंत्रक, सिविललाइन्स, दिल्ली-110054 द्वारा प्रकाशित, 2018