



सत्यमेव जयते

जनवरी-मार्च 2019

ISSN : 2320-7736

# विज्ञान गारिमा

## सिंधु अंक-108



एक कदम स्वच्छता की ओर

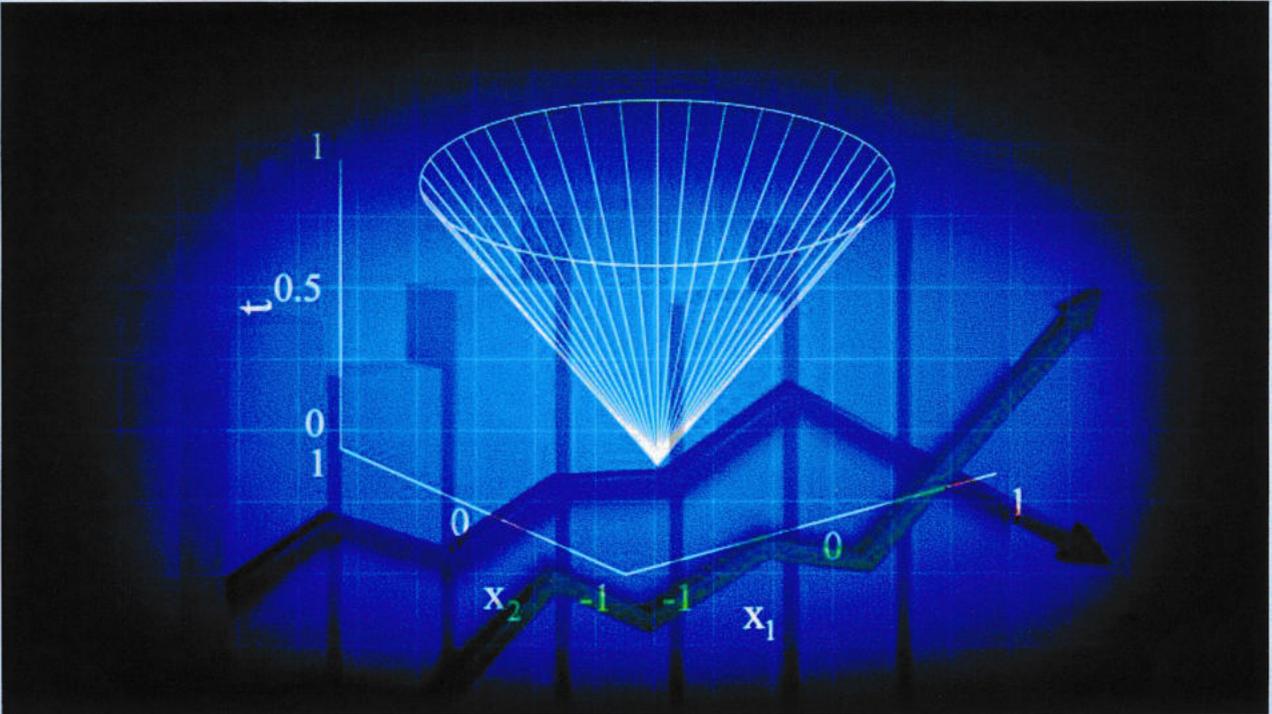


YEARS OF  
CELEBRATING  
THE MAHATMA



Digital India  
Power To Empower

गणितीय विज्ञान विशेषांक (निदर्शन एवं इष्टतमीकरण)



वैज्ञानिक तथा तकनीकी शब्दावली आयोग

मानव संसाधन विकास मंत्रालय (उच्चतर शिक्षा विभाग) भारत सरकार  
**Commission for Scientific and Technical Terminology**  
Ministry of Human Resource Development  
(Department of Higher Education)  
Government of India

ISSN:2320-7736(PRINT)

# विज्ञान गरिमा सिंधु

(त्रैमासिक विज्ञान पत्रिका)

गणितीय-विज्ञान विशेषांक (निदर्शन एवं इष्टतमीकरण)

अंक 108

जनवरी – मार्च, 2019



सत्यमेव जयते

वैज्ञानिक तथा तकनीकी शब्दावली आयोग

मानव संसाधन विकास मंत्रालय

(उच्चतर शिक्षा विभाग)

भारत सरकार

विज्ञान गरिमा सिंधु एक त्रैमासिक विज्ञान पत्रिका है। पत्रिका का उद्देश्य है- हिंदी माध्यम से विश्वविद्यालयी व अन्य छात्रों के लिए विज्ञान-संबंधी उपयोगी एवं अद्यतन पाठ्य पुस्तकीय तथा संपूरक साहित्य की प्रस्तुति। इसमें वैज्ञानिक लेख, शोध-लेख, तकनीकी निबंध, शब्द-संग्रह, शब्दावली-चर्चा, विज्ञान-कथाएँ, विज्ञान-समाचार, पुस्तक-समीक्षा आदि का समावेश होता है।

#### लेखकों के लिए निर्देश-

1. लेख की सामग्री मौलिक, अप्रकाशित तथा प्रामाणिक होनी चाहिए।
2. लेख का विषय मूलभूत विज्ञान, अनुप्रयुक्त विज्ञान और प्रौद्योगिकी से संबंधित होना चाहिए।
3. लेख सरल हो जिसे विद्यालय/महाविद्यालय के छात्र आसानी से समझ सकें।
4. लेख लगभग 2000 से 3000 शब्दों का हो। कृपया टाइप किया हुआ या कागज के एक ओर स्पष्ट हस्तलिखित लेख भेजें जिसके दोनों तरफ हाशिया भी छोड़ें।
5. प्रकाशन हेतु भेजे गए लेख के साथ उसका सार भी हिंदी में अवश्य भेजें। लेख में आयोग द्वारा निर्मित शब्दावली का प्रयोग करें तथा प्रयुक्त तकनीकी/वैज्ञानिक हिंदी शब्द का मूल अंग्रेजी पर्याय भी आवश्यकतानुसार कोष्ठक में दें।
6. श्वेत-श्याम या रंगीन फोटोग्राफ स्वीकार्य हैं।
7. लेख के प्रकाशन के संबंध में संपादक का निर्णय ही अंतिम होगा।
8. लेखों की स्वीकृति के संबंध में पत्र-व्यवहार का कोई प्रावधान नहीं है। अस्वीकृत लेख वापस नहीं भेजे जाएँगे। अतः लेखक कृपया टिकट-लगा लिफाफा साथ न भेजें।
9. प्रकाशित लेखों के लिए मानदेय की दर 2500/- रुपए प्रति हजार शब्द है, तथा भुगतान लेख के प्रकाशन के बाद ही किया जाएगा।
10. कृपया लेख की दो प्रतियाँ निम्न पते पर भेजें:  
संपादक, विज्ञान गरिमा सिंधु  
वैज्ञानिक तथा तकनीकी शब्दावली आयोग  
पश्चिमी खंड - 7, रामकृष्णपुरम, नई दिल्ली - 110066
11. अपने लेख E-mail द्वारा तथा CD में भी (फॉन्ट के साथ) भेज सकते हैं। E-mail: vgs.cstt@gmail.com
12. समीक्षा हेतु कृपया पुस्तक/पत्रिका की दो प्रतियाँ भेजें।

#### सदस्यता शुल्क :

	सामान्य ग्राहकों / संस्थाओं के लिए	विद्यार्थियों के लिए
प्रति अंक	₹ 14.00	₹ 8.00
वार्षिक चंदा	₹ 50.00	₹ 30.00
पाँच वर्ष	₹ 250.00	₹ 150.00
दस वर्ष	₹ 500.00	₹ 300.00
बीस वर्ष	₹ 1000.00	₹ 600.00

वेबसाइट : [www.cstt.mhrd.gov.in](http://www.cstt.mhrd.gov.in)

[www.csttpublication.mhrd.gov.in](http://www.csttpublication.mhrd.gov.in)

कॉपीराइट ©2019:

#### प्रकाशक :

वैज्ञानिक तथा तकनीकी शब्दावली आयोग  
मानव संसाधन विकास मंत्रालय  
भारत सरकार, पश्चिमी खंड -7  
रामकृष्णपुरम, नई दिल्ली - 110066

#### बिक्री हेतु पत्र-व्यवहार का पता :

सहायक निदेशक, बिक्री एकक  
वैज्ञानिक तथा तकनीकी शब्दावली  
आयोग, पश्चिमी खंड -7,  
रामकृष्णपुरम, सेक्टर-1,  
नई दिल्ली- 110066  
दूरभाष- (011) 26105211  
फैक्स - (011) 26102882

#### बिक्री स्थान :

प्रकाशन नियंत्रक, प्रकाशन विभाग  
भारत सरकार,  
सिविल लाइन्स, दिल्ली-110054

## अध्यक्ष की कलम से



वैज्ञानिक एवं तकनीकी शब्दावली आयोग द्वारा विभिन्न वैज्ञानिक तकनीकी, अभियांत्रिकी एवं अन्य संबद्ध क्षेत्रों में तैयार की गई शब्दावली के समुचित उपयोग को सुनिश्चित करने तथा उच्चतर शिक्षा के क्षेत्र में वैज्ञानिक एवं तकनीकी लेखों को प्रोत्साहित करने के उद्देश्य से “विज्ञान गरिमा सिंधु” का प्रकाशन किया जाता है। इस हेतु पत्रिका ने समय-समय पर कुछ विशेष विषयों पर विशेषांकों का प्रकाशन भी किया है। इसी श्रृंखला में “गणितीय विज्ञान विशेषांक” अपने पाठकों व लेखकों को सौंपते हुए मुझे गर्व का अनुभव हो रहा है। एक ही विषय पर वैविध्यपूर्ण जानकारी प्रस्तुत करने से पाठकों को संबंधित क्षेत्रों में हो रहे नवीनतम अनुसंधानों एवं शोध-कार्यों की अद्यतन सूचनाएँ एक ही स्थान पर उपलब्ध हो जाती हैं।

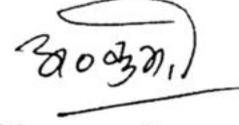
प्रस्तुत अंक में भारतीय प्रौद्योगिकी संस्थान, रूड़की में आयोजित किए गए राष्ट्रीय-सम्मेलन में प्रस्तुत लेखों एवं शोध पत्रों का समावेश किया गया है। विशेषांक में गणित, कंप्यूटर विज्ञान, संक्रिया विज्ञान, प्रबंधन एवं प्राचीन भारत में गणितज्ञों पर लिखे शोध पत्र विशेष आकर्षण का केंद्र है। औद्योगिक यंत्र निकायों की विश्वसनीयता का विश्लेषण पर प्रो. श्री प्रकाश शर्मा का लेख, वायर लेस संचार नेटवर्क के यातायात अभिलक्षण और क्षमता प्रदर्शन पर डॉ मधु जैन का शोध पत्र, सेलुलर नेटवर्क पर डॉ राखी का शोधपत्र, सेवा निकायों पर विभिन्न पहलुओं के साथ प्रो. जी सी शर्मा का शोधपत्र, वर्तमान परिदृश्य में भर्ती एवं चयन प्रक्रिया पर डॉ अंजू खंडेलवाल का शोध पत्र तथा प्रबंधन पर डॉ कृतिप्रिया का लेख सराहनीय एवं सूचना प्रदायक हैं। विशेषांक में पंक्ति सिद्धांत, सॉफ्टवेयर विश्वसनीयता, कर्मचारी सशक्तिकरण संबंधित लेख, विभिन्न संस्थानों/संगठनों के लिए महत्वपूर्ण है।

इस विशेषांक में गणितीय विज्ञान के विभिन्न आयामों से परिपूर्ण सहज, सरल एवं तकनीकी हिंदी शब्दावली का प्रयोग किया गया ताकि वैज्ञानिक एवं तकनीकी लेखन में मानक शब्दावली का प्रयोग से राष्ट्रीय स्तर पर शब्द-पर्यायों की एकरूपता सुनिश्चित करने में सहयोग प्राप्त हो। मैं इस अवसर पर देश के प्रतिनिधि विश्वविद्यालयों, तकनीकी, वैज्ञानिक एवं अभियांत्रिकी संस्थाओं के वैज्ञानिकों एवं अधिकारियों से अपेक्षा करता हूँ, कि वे अधिक से अधिक आयोग के विशेषज्ञ विद्वानों के सहयोग से तैयार की गई प्रामाणिक व मानक शब्दावली का प्रयोग कर अपना सार्थक सहयोग प्रदान करें।

मैं इस विशेषांक हेतु परामर्श एवं संपादन समिति का भी आभार व्यक्त करता हूँ, जिन्होंने इस विशेषांक को पाठकों तक सुरुचिपूर्ण तरीके से पहुँचाया इस कार्य को पूर्ण रूप से संपादित करने का उत्तरदायित्व श्री विजय राज सिंह शेखावत, सहायक वैज्ञानिक अधिकारी (गणित) द्वारा निर्वहन किया

गया है, इस हेतु मैं उन्हें साधुवाद देता हूँ। डा. अशोक सेलवटकर, सहायक निदेशक तथा श्री शिव कुमार चौधरी, सहायक निदेशक एवं प्रकाशन एकक प्रभारी धन्यवाद के पात्र हैं। मैं इस विशेषांक में शामिल आलेख/शोधपत्र के लेखकों को भी साधुवाद देता हूँ।

मुझे सुधी पाठकों के अमूल्य सुझावों व सहयोग की प्रतीक्षा रहेगी।



(प्रोफेसर अवनीश कुमार)

अध्यक्ष

## संपादकीय

विज्ञान गरिमा सिंधु के 108 वें अंक को लोकार्पित करते हुए मुझे अपार हर्ष की अनुभूति हो रही है। प्रस्तुत अंक गणितीय-विज्ञान विशेषांक के रूप में सामने आया है। इस पत्रिका में शोध-पत्रों को सम्मिलित कर विशेषांक संपादित करने का यह प्रयास, अभिनव प्रयासों में से एक है।

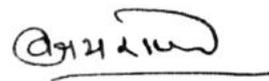
विज्ञान गरिमा सिंधु के 'गणितीय-विज्ञान विशेषांक' पर सामग्री एकत्रित करने तथा इसे सम्पादित करने का यह मेरा तीसरा अवसर है। समय-सीमा में इसका संयोजन-संपादन वास्तव में चुनोतीपूर्ण कार्य था लेकिन अनवरत प्रयासों से सभी लेखों/शोधपत्रों का संपादन व प्रूफ शोधन प्रारंभ किया गया। अक्टूबर 2018 में भारतीय प्रौद्योगिकी संस्थान, रूड़की में आयोजित किए गए राष्ट्रीय-सम्मेलन में प्रस्तुत लेखों एवं शोध पत्रों का चयन, विषयानुसार वर्गीकरण एवं संयोजन, संपादन एवं परामर्श समिति द्वारा किया गया जो विशेषांक को सार्थक रूप देने में अभीष्ट सिद्ध हुआ।

प्रस्तुत विशेषांक में देश के विभिन्न विश्वविद्यालयों, महाविद्यालयों व संस्थानों के 31 शिक्षकों, शोध छात्रों एवं लेखकों के शोध पत्र / लेख प्राप्त हुए जो कि गणित, संक्रिया विज्ञान, कंप्यूटर विज्ञान, इष्टतमीकरण, निदर्शन एवं विभिन्न वैज्ञानिक क्षेत्रों से संबंधित हैं।

विशेषांक में गणितीय-विज्ञान की अधुनातन जानकारी से परिपूर्ण लेख/शोध पत्र शामिल किए गए हैं। शोध पत्रों/लेखों में इस सर्वोपयोगी विज्ञान के अनेक सारगर्भित बिन्दुओं पर विचार-विमर्श किया गया है साथ ही आधुनिक तकनीक, प्रबंधन, वैज्ञानिक शोधपरक नवीनतम जानकारी के साथ- साथ गणितीय विश्लेषण और विभिन्न आयामों के अनुप्रयोग को भी रेखांकित किया गया है। नवीन शोधपरक जानकारी से पाठकों को जीवन में इसकी उपयोगिता महसूस होगी।

मैं माननीय अध्यक्ष महोदय का आभारी हूँ, जिनके मार्गदर्शन व प्रोत्साहन से ही यह दुरूह कार्य नियत समय में निष्पादित हो सका। मैं परामर्श एवं संपादन समिति तथा विशेष सहयोग हेतु डॉ मधु जैन के प्रति आभार ज्ञापित करता हूँ, जिनके समग्र प्रयासों से इस पत्रिका की संकल्पना को मूर्त रूप दिया जा सका है। डा. अशोक सेलवटकर, सहायक निदेशक का भी मैं आभारी हूँ, जिन्होंने इस विशेषांक हेतु मार्गदर्शन प्रदान किया।

मुझे विश्वास है, कि पत्रिका में शामिल किये गए लेखों/शोध पत्रों से सुधी पाठकों को अवश्य प्रेरणा मिलेगी तथा हिंदी भाषा में शोध-लेखन को भी बढ़ावा मिलेगा।



(विजय राज सिंह शेखावत)  
स. वैज्ञानिक अधिकारी (गणित)

# विशेषांक संपादन एवं परामर्श समिति

प्रधान संपादक

प्रोफेसर अवनीश कुमार, अध्यक्ष

संपादक

डॉ. अशोक सेलवटकर, सहायक निदेशक

श्री विजय राज सिंह शेखावत, स. वैज्ञानिक अधिकारी (गणित)

प्रकाशन

श्री शिवकुमार चौधरी, सहायक निदेशक

डॉ. मधु जैन,

एसो. प्रोफेसर, गणित विभाग,  
आई आई टी रूड़की, रूड़की,  
उत्तराखंड

डॉ. जी. सी. शर्मा,

सेवानिवृत्त प्रोफेसर,  
बी आर अम्बेडकर यूनिवर्सिटी,  
आगरा, उत्तर प्रदेश

डॉ. राखी,

एसोसिएट प्रोफेसर, गणित विभाग,  
बिट्स पिलानी, पिलानी-झुंझुनू,  
राजस्थान

डॉ. कृतिप्रिया,

गणित विभाग,  
सिम्बायोसिस युनिवर्सिटी,  
नाँएडा, उत्तर प्रदेश

डॉ. धर्मेन्द्र बादल,

गणित विभाग,  
बुंदेलखंड यूनिवर्सिटी,  
झाँसी, उत्तर प्रदेश

श्री. विजय राज सिंह शेखावत

स. वैज्ञानिक अधिकारी (गणित)  
वै. त. श. आयोग,  
नई दिल्ली.

डॉ. पुष्पेन्द्र कुमार शर्मा

(पूर्व उपमहाप्रबंधक, राजभाषा,  
एन बी सी सी, दिल्ली),  
गाज़ियाबाद, उत्तर प्रदेश

डॉ. एस. पी. शर्मा,

प्रोफेसर, गणित विभाग,  
आई आई टी रूड़की, रूड़की,  
उत्तराखंड

श्री. एस. पी. अरोड़ा,

पूर्व उप निदेशक,  
वै. त. श. आयोग,  
नई दिल्ली.

डॉ. अनामिका जैन,

गणित विभाग,  
मनिपाल यूनिवर्सिटी,  
जयपुर, राजस्थान

डॉ. अंजु खंडेलवाल

गणित विभाग  
एस.आर.एम.एस. कॉलेज  
बरेली, उत्तर प्रदेश

## विज्ञान गरिमा सिंधु

हिंदी में वैज्ञानिक एवं तकनीकी लेखन की स्तरीय त्रैमासिकी  
गणितीय-विज्ञान विशेषांक (निदर्शन एवं इष्टतमीकरण)  
अंक 108, जनवरी-मार्च 2019 (ISSN: 2320-7736)

<p>प्रधान संपादक <b>प्रो. अक्वीश कुडडर</b> अध्यक्ष</p>
<p>विशेषांक संपादक <b>डर. अशोक सेलवटकर</b> सहायक निदेशक <b>श्री विजय ररु सिंहर शेखरवत</b> स. वैज्ञरनिक अधीकररी (गणित)</p>
<p>प्रकरशन-डुद्रण वुववसुथर <b>श्री शिव कुडडर चौरधरी</b> सहायक निदेशक</p>
<p>संपर्क सूत्र संपादक <b>“विज्ञरन गरिडर सिंधु”</b> वैज्ञरनिक तथर तकनीकी शडुवरवली आयुग पशिचडरी खंड-7, आर. के. डुरड, नई दिल्ली -110066</p>

क्रडड	शीर्षक	लेखक	डृषु
1	औदुडुगिक डंनर नरकरडुडु कुरी वुरशुवसनुडुतर कर वुरशुलेषण	श्री डुरकरश शरडर	1
2	सेलुलर रेडुडुडु नेटवरु के नरषुडरदन वुरशुलेषण कर अवलुकन	ररखुी	7
3	वररलेस संकरर नेटवरु के डरतररडरत अडुलकुषण और कुषडतर डुरदरशन डुडुडुलरंग	डधु डुन	22
4	सुडुडुवेवर वरकरस डुररवेश डुं सुकरुड कुरी डुहलुतर व उडुडुगतर	आशुीष अडुरवल	37
5	सुडुडुवेवर वुरशुवसनुडुतर वरकरस नरदरशु के लरए इषुडुतडु डुरीकुषण सडुडु	डधु डुन, डुररडुकर अडुरवल, ररहुल सुलंकुी	41
6	अवकरश डरधरडुडु तथर अतरररकुत सेवर कुरी डुंग के सध कररुडुशुील अवकरश डुडुडु	डुी.सुी. शरडर	54
7	अनुडुरक कर तकनीक के डुधुडुडु से सेवर अवरुडु के सध डुरैर -डुकरुडुवुरडु डुडुडु नरदरशु कर कुषडतर डुरदरशन : एक अवलुकन	संदुीड कुरैर डुरडुडुकुषतर सिंहर	64
8	हतरुतुसरहन और अतरररकुत सेवर सुथरतरडुडु के सध डुरुडुरकुडुडुकररी डुडुडु नरकरडु	अनरडुकर डुन, डधु डुन	74
9	दुी डुरकर के संकरर के सध M/M/1 डुन: डुररडुस डुडुडु नरकरडु कर सडुडु नरडुर डुडुडुडु	डधु डुन, डुडुडुडु सिंहर	81
10	डुडुडुडु सुडुडुस, डरकुंग, ररनेडुंग, हडुने डुगुडु अतरररकुत डुरडुडुतकरुतर तथर सरुवनरषुडु कररण से वरडुडुलतर के सध $G^2/G^2/r+s$ डुरशीन डुरडुडुत सडुडुडु (एमआरडुी) के लरए थ्रेसहुलुडु नुीतर	नुीतु सिंहर	90
11	डुडुडु नरकरडु डुं एकल सेवर डुरदरतर के आडुतरकरलीन अवकरश कर वुरशुलेषुणरतुडु डुरीकुषण	अडुडुत कुडुडुर करनुडु शुखर, शुीकरनुत वरषुणुडु	108
12	डुररुवरण सहरडुग और तनुडुकर नेटवरु के सध गुरुदरडु के लरए ररसरडुडुडु उदुडुग कुरी आडुडुतर शुरुखलर डुरडुडुन : एक सडुीकुषर लेख	अडुडुत सिंहर डुडुडु, नवुीन अहरलरवत आर. डुी. डुहरडुडुडु	119
13	गरडुनरडुडु से डुीगकुु के नरषुकरुडुण कुरी सडुडुडु कुु डुेल इषुडुतडुीकररण कलन वुरधु से सडुडुडुडु	अडुरडुीत सिंहर वनरतर गरु	130
14	डुरकुतर डुरैतर अनुकुूलन डुर तकनीकी संकुषरत सडुीकुषर	सरनरडु डुरुगुणर, कुसुडु डुीडु, अशुक डुडुल	137
15	वुरडुडुन अवुवसुथरत डुलनुु डुर आधररतर सुवडु सुवुवसुथरत सुथररनुतरतर एलुुीररथुडु	सुीडर अडुरवल	143

प्रधान संपादक  
प्रो. अवनीश कुमार  
अध्यक्ष

विशेषांक संपादक  
डा. अशोक सेलवटकर  
सहायक निदेशक  
श्री विजय राज सिंह शेखावत  
स. वैज्ञानिक अधिकारी (गणित)

प्रकाशन-मुद्रण व्यवस्था  
श्री शिव कुमार चौधरी  
सहायक निदेशक

संपर्क सूत्र  
संपादक  
“विज्ञान गरिमा सिंधु”  
वैज्ञानिक तथा तकनीकी शब्दावली  
आयोग  
पश्चिमी खंड-7,  
आर. के. पुरम,  
नई दिल्ली -110066

क्रम	शीर्षक	लेखक	पृष्ठ
16	( $\lambda, \rho$ ) अंतर्मान समलंबीय अस्फुट संख्याओं के उपयोग द्वारा कुछ स्वास्थ्य संबंधी समस्याओं का अस्फुट दोष वृक्ष चित्र विश्लेषण	राजेश डंगवाल कपिल नैथानी	155
17	महत्वपूर्ण नमूने एवं सरल औसत विधि : संतुलित अवस्था गुणों के आकलन में धिन्ता	सत्य पाल सिंह	171
18	कार्यशील अवकाश और दो प्रकार की सर्वर विफलता के साथ M/M/1 पंक्ति निदर्श	प्रवीण कुमार अग्रवाल मधु जैन	177
19	मृदु गणना तकनीक के द्वारा अरेखीय तनन पत्र के परिवर्तनशील तरल गुणों का अध्ययन	प्रवीण कुमार	187
20	कर्मचारी सशक्तिकरण और कार्य निष्पादन के बीच संबंधों पर कर्मचारी प्रतिबद्धता की मध्यस्थ भूमिका	निधी एस. नटराजन, रिंकू संजीव, संजीव कुमार सिंह	192
21	निजी शैक्षणिक संस्थानों में सीएसआर को एकीकृत करना	प्रियंका साधना, दीपा गोयल, गिरीश कुमार सिंह	202
22	कर्मचारियों द्वारा ई-गवर्नेंस (शासन) अपनाने को प्रभावित करने वाले कारकों की प्राथमिकता : वैश्लेषिक पदानुक्रम प्रक्रिया दृष्टिकोण	कृति प्रिया गुप्ता प्रीती भास्कर	210
23	भारतीय ग्राहकों द्वारा मोबाइल बैंकिंग अपनाने एवं प्रभावित करने वाले कारक	ऋषि मनराई कृति प्रिया गुप्ता	227
24	वर्तमान परिदृश्य के संदर्भ में संगठनों में भर्ती और चयन प्रक्रिया पर एक अध्ययन	अंजू खंडेलवाल	239
25	विज्ञान एवं तकनीकी ज्ञान का हिंदी माध्यम : वर्तमान और भविष्य	पुष्पेंद्र कुमार शर्मा	253
26	वाम भारत स्पेक्ट्रम		262
27	द्विआधारी संरचना के सिद्धांत और आधुनिक बीजगणित के सिद्धांत का एक सिंहावलोकन	प्रीती धर्मारहा एस. सी. अरोरा तरुण कुमार गुप्ता	268
28	फलन $f \in \text{Lip}(\alpha, r, w)$ की $(C, 1)$ $(E, q)$ माध्य द्वारा सन्निकटन की कोटि	स्मिता सोनकर अल्का मुंजाल	273
29	वेनेट (VANETS) विकास, चुनौतियों और उसके आवेदनों की समीक्षा	प्रेरणा अजमानी आर.सी. त्रिपाठी, गरिमा सेनी	281
30	वस्तुओं के इंटरनेट पर आधारित भारतीय स्मार्ट शहरों का अध्ययन : आर्किटेक्चर, मानक, सुरक्षा और अवसर	आर सी त्रिपाठी दिव्या शर्मा दीप्ति गोयल	288
31	कदाचित दुर्बल सुसंगत प्रतिचित्रण वाले उभयनिष्ठ स्थिर बिन्दुओं का निगमन	संजय कुमार पडलिया	295

इस पत्रिका में प्रकाशित लेखों, अभिव्यक्त विचारों आदि से वैज्ञानिक तथा तकनीकी शब्दावली आयोग, मानव संसाधन विकास मंत्रालय या संपादक का सहमत होना आवश्यक नहीं है। यह पत्रिका वैज्ञानिक एवं तकनीकी शब्दावली आयोग द्वारा निर्मित शब्दावली के प्रचार-प्रसार के साथ हिंदी में वैज्ञानिक लेखन को प्रोत्साहित करने के लिए प्रकाशित की जाती है।

## औद्योगिक यंत्र निकायों की विश्वसनीयता का विश्लेषण

श्रीप्रकाश शर्मा

भारतीय प्रौद्योगिकी संस्थान रुड़की, रुड़की  
sspprfma@iitr.ac.in

### सार

आज प्रौद्योगिकी में प्रगति के साथ मरम्मत योग्य औद्योगिक प्रणालियों की बढ़ती जटिलता के साथ, निकाय विश्लेषक के लिए एक अधिक यथार्थवादी और उचित तरीके से औद्योगिक प्रणाली के व्यवहार का विश्लेषण और भविष्यवाणी करना मुश्किल है। इस प्रकार, शैक्षिक अनुसंधान और अभ्यास के लिए संयंत्र विश्वसनीयता विश्लेषण एक महत्वपूर्ण मुद्दा है। किसी प्रणाली की विश्वसनीयता, समय की निर्धारित अवधि में परिचालन और पर्यावरणीय स्थितियों के तहत एक आवश्यक कार्य निष्पादित करने की क्षमता है। एक औद्योगिक प्रणाली में कई घटक / उप-प्रणाली शामिल होती हैं और संयंत्र की जीवित संभावनाएं, इसके प्रत्येक घटक समुदाय के घटकों / उप-प्रणालियों पर सीधे निर्भर करती हैं। लाभ और समग्र उत्पादन को अधिकतम करने के लिए इन सभी घटकों / उप-प्रणाली का संभावित समय के लिए परिचालन और सुलभ होना अपेक्षित है लेकिन तकनीकी उत्पादों और प्रणालियों के साथ विफलता लगभग अपरिहार्य घटना है। इसके अलावा, उत्पादन / विनिर्माण प्रक्रियाओं की आयु और अवांछनीय परिचालन स्थितियां निकाय के प्रत्येक हिस्से को अलग-अलग प्रभावित करती हैं। इस प्रकार, इन जटिल प्रणालियों के प्रदर्शन का विश्लेषण करने के लिए एक उपयुक्त दृष्टिकोण विकसित करने की आवश्यकता है ताकि उच्च उत्पादन के लक्ष्य को प्राप्त करने के लिए समय पर कार्रवाई की जा सके और अंततः अधिक लाभ हो। प्रदर्शन- विश्लेषण में मुख्य विश्वसनीयता गुणों जैसे निकाय विश्वसनीयता, उपलब्धता, रखरखाव और संयंत्र व साथ-साथ इसके घटकों / इकाइयों के जोखिम और सुरक्षा विश्लेषण का अध्ययन शामिल है। आम तौर पर, निकाय विश्लेषक विभिन्न गुणात्मक और मात्रात्मक उपकरण / तकनीकों के माध्यम से निकाय के प्रतिरूप व उसके व्यवहार का विश्लेषण करते हैं। इन तकनीकों को संख्यात्मक संभावनाओं और प्रणालियों / घटकों की कार्यात्मक निर्भरताओं के सटीक ज्ञान की आवश्यकता होती है जो कि किसी भी बड़े पैमाने पर प्रणाली में प्राप्त करना मुश्किल हो सकता है, क्योंकि ऐतिहासिक विवरण से एकत्र या उपलब्ध आंकड़े ज्यादातर अनिश्चित, सीमित और प्रकृति में अपरिचित होते हैं। किसी निकाय के व्यवहार की भविष्यवाणी करने के लिए, गणितीय प्रतिरूप को विकसित करना आवश्यक है जो निकाय के अनिश्चित व्यवहार से संबंधित है। प्रणाली की बढ़ती जटिलता, प्रौद्योगिकी में प्रगति और उत्पाद की गुणवत्ता की मांग के साथ, विश्वसनीयता

और उपलब्धता का महत्व बहुत प्रमुख हो जाता है। उद्योग में अधिकांश निकाय मरम्मत योग्य हैं और अपेक्षित है कि कोई भी इनसे अधिकतम लाभ प्राप्त करे। इस प्रस्तुति का उद्देश्य यंत्र निकायों का, जिनमें घटक विभिन्न प्रणालियों से संयोजित हों, गणितीय निदर्शन किस प्रकार किया जा सकता है तथा उनकी विश्वसनीयता का विश्लेषण किस प्रकार किया जा सकता है, का अध्ययन करना है।

**कुंजी शब्द :** औद्योगिक निकाय, यंत्र निकाय, निकाय विश्लेषक।

### 1. प्रस्तावना

किसी यंत्र-निकाय या उसके घटकों की विश्वसनीयता, निकाय (घटक) द्वारा निर्दिष्ट समय अंतराल के लिए दी गई शर्तों के अनुसार अपना अपेक्षित कार्य करने की प्रायिकता के द्वारा परिभाषित की जाती है। गुणात्मक दृष्टि से इसे निकाय के कार्यात्मक बने रहने की क्षमता के रूप में भी देखा जा सकता है। मात्रात्मक रूप से, विश्वसनीयता, निर्दिष्ट समयावधि में कोई परिचालन-व्यवधान उत्पन्न न होने की प्रायिकता को दर्शाता है। इसे गणितीय रूप से व्यक्त करने के लिए यदि एक सतत यादृच्छिक चर  $T \geq 0$ , निकाय के विफल होने के समय के रूप में परिभाषित किया जा सकता है, तो विश्वसनीयता  $R(t)$  को, समय  $t$  के फलन के रूप में

$$R(t) = \text{प्रायिकता } \{T \geq t\} \\ = \int_t^\infty f(u) du \quad \dots(1)$$

द्वारा व्यक्त किया जा सकता है। यहाँ पर  $f(t)$ , विफलता संभावना घनत्व फलन है। स्पष्टतया  $R(t) \geq 0$ ,  $R(0) = 1$  तथा  $\lim_{t \rightarrow \infty} R(t) = 0$  और फलन  $R(t)$ ,  $t$  का अनावरोही फलन है।  $t$  के दिए गए मान के लिए,  $R(t)$ , विफलता का समय  $t$  से बड़ा या बराबर होने की प्रायिकता है। शोध संग्रह में विश्वसनीयता को उत्तरजीवी फलन भी कहा

जाता है। विफलता बंटन का संचयी बंटन फलन :

$$F(t) = \text{प्रायिकता} \{T \leq t\} \\ = \int_0^t f(u) du \quad \dots(2)$$

द्वारा परिभाषित किया जाता है।

समीकरण (1) और (2) में अभिव्यक्ति प्रकट होती है कि विश्वसनीयता फलन व विफलता संचयी बंटन

फलन दोनों ही  $f(t)$  द्वारा परिभाषित वक्र के आधीन क्षेत्र का प्रतिनिधित्व करते हैं।

प्रायिकता फलन के अलावा एक अन्य फलन है, जिसे विफलता क्षमता या आपद क्षमता फलन कहते हैं। इसे बहुधा विश्वसनीयता सिद्धांत में प्रयोग किया जाता है। यह विफलता की तात्कालिक क्षमता (समय  $t$  पर) प्रदान करता है। यदि समय अंतराल  $t$  से  $t + \Delta t$  के बीच विफलता की प्रतिबंधी प्रायिकता, जबकि दिया गया हो कि संयंत्र समय  $t$  तक सफल बना रहता है, निम्नांकित है :

$$\text{प्रायिकता } \{t \leq T \leq t + \Delta t | T \geq t\} \\ = \frac{R(t) - R(t + \Delta t)}{R(t)}$$

$$\text{तब } \frac{R(t) - R(t + \Delta t)}{R(t) \Delta t},$$

इकाई समय में विफलता की प्रतिबंधी प्रायिकता है।

यदि कोई विशेष आपद-क्षमता एकैक रूप से

$$\lambda(t) = \frac{-dR(t)}{dt} \cdot \frac{1}{R(t)} = \frac{f(t)}{R(t)}$$

द्वारा निर्धारित होता है, तब  $\lambda(t)$  तात्कालिक आपद-क्षमता या विफलता-क्षमता कहलाता है। आपद-क्षमता फलन के आधार पर विश्वसनीयता फलन को

$$R(t) = \exp\left[-\int_0^t \lambda(u)du\right]$$

के रूप में व्युत्पन्न किया जा सकता है। निकाय की विफलता का औसत समय (MTTF) अधोलिखित समाकलन से ज्ञात किया जाता है :

$$MTTF = \int_0^{\infty} R(t)dt$$

## 2. उपलब्धता

उपलब्धता, विश्वसनीयता सिद्धांत में सबसे महत्वपूर्ण मापदंडों में से एक है। किसी निकाय की उपलब्धता को उसके, किसी दिए गए समय पर उपयोग की शर्तों के अनुसार संतोषजनक स्थिति में कार्य करने की प्रायिकता से परिभाषित किया जाता है। इस प्रकार उपलब्धता, निकाय के नियत समय पर उपलब्ध होने व संतोषजनक रूप से कार्य करने की प्रायिकता को दर्शाती है। यह, विश्वसनीयता की तुलना में अच्छे रख-रखाव संयंत्र की कार्यशीलता का एक और अधिक सार्थक प्राचल है। विश्वसनीयता फलन के समान यह भी एक संभावना देता है कि संयंत्र दिए गए समय  $t$  पर कार्य करने के लिए

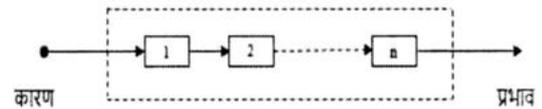
उपलब्ध होगा। संयंत्र की उपलब्धियों को परिभाषित करने के लिए हम मान लेते हैं कि

$$X(t) = \begin{cases} 1, & \text{यदि निकाय कार्य अवस्था में है;} \\ 0, & \text{यदि निकाय कार्य अवस्था में नहीं है।} \end{cases}$$

## 3. निकाय-विश्वसनीयता गणना

किसी यंत्र-निकाय की विश्वसनीयता की गणना के लिए हमें यह जानना होगा कि उस निकाय में यंत्रों व अवयवों का संयोजन या संरूपण किस विधि से किया है। उसी के अनुसार प्रायिकता के संचाई नियमों का उपयोग कर यंत्र-निकाय की विश्वसनीयता ज्ञात की जाती है। यहाँ पर यंत्र-निकाय की विश्वसनीयता की चर्चा सम्मिलित इकाइयों (यंत्रों व अवयवों) की विश्वसनीयता के आधार पर की गई है।

**अ) - श्रेणीबद्ध - संरूपण :** विभिन्न इकाइयों का सरलतम संयोजन श्रेणीबद्ध संयोजन है, जिसे आकृति-1 में दर्शाया गया है। इस प्रकार से संयोजन करने पर निकाय के सफल संचालन के लिए यह आवश्यक है कि सभी इकाइयां/घातक संतोषजनक ढंग से कार्य करें।



आकृति-1

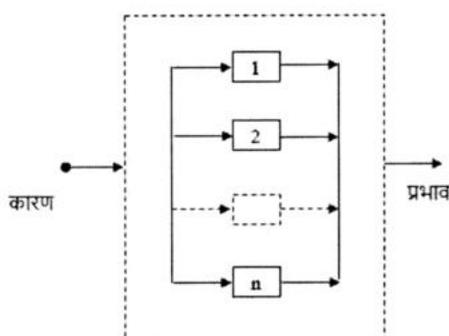
इसलिए यंत्र-निकाय  $S$  की विश्वसनीयता

$P(S)$  निम्न प्रकार से व्यक्त होगी;

$$\begin{aligned} P(S) &= P(X_1 \text{ और } X_2 \text{ और } \dots \text{ और } X_n) \\ &= P(X_1) \times P(X_2|X_1) \times P(X_3|X_1 \text{ और } X_2) \\ &\times \dots P(X_n|X_1 \text{ और } X_2 \dots \text{ और } X_{n-1}) \end{aligned}$$

यदि प्रत्येक इकाई का सफल संचालन शेष इकाइयों के सफल संचालन से स्वतंत्र है, तो घटनाएँ  $X_1, X_2, \dots, X_n$  स्वतंत्र होती हैं और तब  $P(S) = P(X_1) \times P(X_2) \times P(X_3) \times \dots \times P(X_n)$

**ब) समांतर संरूपण :** बहुत से निकाय ऐसे हैं कि जिनका सफल संचालन उनके  $n$ -उपतंत्रों/इकाइयों में से किसी एक के भी सुचारु रूप से कार्य करने पर निर्भर करता है; जैसा कि आकृति-2 में दर्शाया गया है।



आकृति-2

ऐसे निकाय की संपूर्ण विफलता के लिए सभी इकाइयाँ एक साथ विफल होंगी। यदि  $P(\bar{S})$  निकाय की संपूर्ण विफलता है, तब

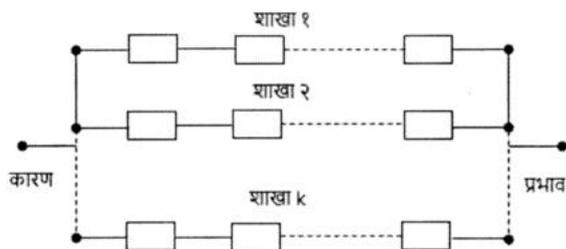
$$P(\bar{S}) = P(\bar{X}_1 \text{ और } \bar{X}_2 \text{ और } \dots \text{ और } \bar{X}_n) \\ = P(\bar{X}_1) \times P(\bar{X}_2 | \bar{X}_1) \times P(\bar{X}_3 | \bar{X}_1 \text{ और } \bar{X}_2) \\ \times \dots \times P(\bar{X}_n | \bar{X}_1 \text{ और } \bar{X}_2 \dots \text{ और } \bar{X}_{n-1})$$

यदि सभी इकाइयों की विफलताएं एक दूसरे से स्वतंत्र हों, तब

$$P(\bar{S}) = P(\bar{X}_1) \times P(\bar{X}_2) \times P(\bar{X}_3) \\ \times \dots \times P(\bar{X}_n) = 1 - P(S)$$

**स) मिश्रित संरूपण :** कुछ निकायों में उनकी इकाइयों/घटकों का संयोजन मिश्रित संरूपण से होता है अर्थात् कुछ इकाइयों का संयोजन श्रेणीबद्ध होता है जबकि कुछ का समांतर विधि से होता है; जैसा कि आकृति-3 में एक

व्यापक समांतर-श्रेणीबद्ध संयोजन दर्शाया गया है।



आकृति-3

ऐसे निकाय में  $k$  निरर्थक शाखाएं होती हैं तथा प्रत्येक शाखा में श्रेणी में संयोजित कई इकाइयाँ होती हैं। यदि शाखा  $i$  की विश्वसनीयता  $R_i$  है, जिसमें  $n_i$  इकाइयाँ श्रेणी में संयोजित हैं, तब

$$R_i = P(X_{i1})P(X_{i2}) \dots P(X_{in}) = \prod_{j=1}^{n_i} P(X_{ij})$$

यदि इसकी विफलता  $F_i$  है, तब

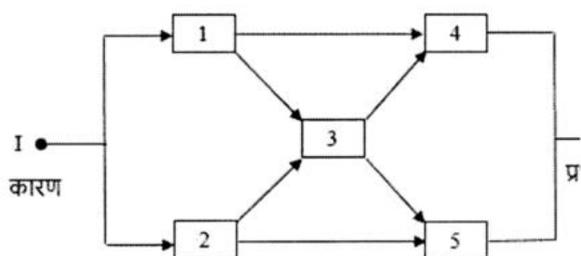
$$F_i = 1 - \prod_{j=1}^{n_i} P(X_{ij})$$

ऐसा कोई भी निकाय विफल रहता है जिसके सभी घटक विफल होते हैं; यदि इसके विफल होने की प्रायिकता  $F(S)$  है और विश्वसनीयता  $R(S)$  है, तब

$$F(S) = \prod_{i=1}^k \left[ 1 - \prod_{j=1}^{n_i} P(X_{ij}) \right] \\ R(S) = 1 - \prod_{i=1}^k \left[ 1 - \prod_{j=1}^{n_i} P(X_{ij}) \right]$$

**द) निकाय- जिनका मिश्रित संरूपण संभव नहीं है :** व्यवहार में ऐसे निकाय भी अस्तित्व में हैं जिनमें इकाइयाँ इस प्रकार से संयोजित होती हैं कि उनको समांतर व श्रेणी संयोजन से मिश्रित संयोजन में रूपांतरित नहीं किया जा सकता। ऐसे निकाय का उत्कृष्ट उदाहरण आकृति-4 में दर्शाया गया है जिसे सेतु-निकाय

से जाना जाता है तथा जिसे समांतर व श्रेणी संरूपण के साधारण मिश्रण के रूप में नहीं रूपांतरित किया जा सकता है। इसमें इकाई-3 को विशेष रूप से संयोजित किया गया है।



आकृति-4

ऐसे निकायों की विश्वसनीयता ज्ञात करने के कई ढंग हैं, जैसे कि -

क) सफल पथों की अवधारणा का उपयोग करके।

ख) अपघटन-विधि का उपयोग करके।

क) **सफल पथ विधि** : दिए गए उदाहरण में निकाय विश्वसनीयता, सफल पथों द्वारा ज्ञात की जा सकती है। मान लीजिये  $I$  व  $O$  क्रमशः निवेश व बहिर्वेश अन्त्य है। निकाय का सफल क्रियान्वित रहना  $I$  से  $O$  तक बहाव का होना है। यह तभी संभव है जबकि  $I$  से  $O$  तक कम से कम एक सफल पथ हो। आकृति-4 में प्रदर्शित संरूपण में निम्नलिखित सफल पथ हैं:

(1-4), (1-3-4), (1-3-5), (2-5), (2-3-5), (2-3-4)

पथों (1-4) व (1-3-4) को लेने पर हम देखते हैं कि इनमें से किसी एक के भी सफल होने के लिए घटक 1 व 4 को क्रियाशील रहना होगा। घटक 3 का क्रियाशील रहना अथवा ना रहना इन पथों के संदर्भ में अप्रासंगिक है। इसी प्रकार सफल पथों (2-5) और (2-3-5) का विचार करने पर देखते हैं कि घटक

अप्रासंगिक है। अतः इस सेतु निकाय के लिए (1-4), (1-3-5), (2-5) व (2-3-4) सफल पथ है। माना कि  $R_1, R_2, R_3, R_4$  व  $R_5$  क्रमशः इस निकाय के पांचों घटकों की विश्वसनीयताएँ हैं। तब निकाय की विश्वसनीयताएँ  $R(S)$  हैं जो निम्नवत दी गई हैं -

$$R(S) = P[(1 \text{ और } 4) \text{ या } (2 \text{ और } 5) \text{ या } (1 \text{ और } 3 \text{ और } 5) \text{ या } (2 \text{ और } 3 \text{ और } 4)]$$

$$= R_1R_4 + R_2R_5 + R_1R_3R_5 + R_2R_3R_4 - R_1R_2R_4R_5 - R_1R_3R_4R_5 - R_1R_2R_3R_4 - R_1R_2R_3R_5 - R_2R_3R_4R_5 + 2R_1R_2R_3R_4R_5$$

यदि सभी घटक सर्वसम और प्रत्येक की समान विश्वसनीयता है, तब

$$R(S) = R^2 + 2R^3 - 5R^4 + 2R^5$$

(ख) **अपघटन विधि** : यह विधि संपूर्ण प्रायिकता प्रमेय पर आधारित है। मान लीजिए कोई निकाय  $S, m$  घटकों के किसी अंतर संयोजन से बना है तथा  $P(S)$  निकाय के सफलतापूर्वक कार्य करने की प्रायिकता है,  $P(k)$  इसके किसी घटक  $k$  के सफलतापूर्वक कार्यशील रहने की प्रायिकता है। निकाय की सभी सफल अवस्थाओं का संज्ञान लेते हुए उनको हम दो भागों में बाँट सकते हैं। पहले भाग में वे सफल अवस्थाएँ हैं जिनमें  $k$  घटक सफलतापूर्वक कार्यशील हैं अर्थात्  $k$  सफल है तथा दूसरे भाग में वे सफल अवस्थाएँ हैं जिनमें क्रियाशील नहीं हैं अर्थात्  $k$  असफल हैं। ये दो भाग परस्पर अपवर्जी हैं क्योंकि एक ही समय पर  $k$  का क्रियाशील होना व न होना संभव नहीं है। अतः संपूर्ण प्रायिकता प्रमेय से :-

$$\begin{aligned}
P(S) &= P[(k \text{ और } S) \text{ या } (\bar{k} \text{ और } S)] \\
&= P(k).P(\text{निकाय सफल है जबकि } k \text{ सफल हैं}) \\
&+ P(\bar{k}).P(\text{निकाय सफल है जबकि } k \text{ विफल हैं}) \\
&= P(k)P(S|k) + P(\bar{k})P(S|\bar{k}) \quad \dots(3)
\end{aligned}$$

समीकरण के द्वारा संपूर्ण प्रायिकता प्रमेय का उपयोग परस्पर दो अपवर्जी घटनाओं के संदर्भ में किया गया है। इसका व्यापक रूप हम परस्पर अपवर्जी व सामूहिक रूप से निश्चेष घटनाओं तथा उसी प्रतिदर्श समष्टि में कोई अन्य घटना है, के संदर्भ में देख सकते हैं। स्पष्टतया

$$\begin{aligned}
P(S) &= P[(S \text{ और } k_1) + P(S \text{ और } k_2) + \dots \\
&+ P(S \text{ और } k_n)]
\end{aligned}$$

#### संदर्भ

1. Srinath LS (2005) Reliability Engineering, Fourth edition Affiliated East-West Press Pvt. Ltd, N. Delhi.
2. Ebeling CE (2008) An Introduction to Reliability and Maintainability Engineering Tata Mc Graw Hill, N. Delhi.

$$\begin{aligned}
&= P(k_1)P(S|k_1) + P(k_2)P(S|k_2) + \dots \\
&\quad + P(k_n)P(S|k_n) \\
&= \sum_{i=1}^n P(k_i)P(S|k_i) \quad \dots(4)
\end{aligned}$$

#### 4. निष्कर्ष

इस प्रस्तुति में किसी यंत्र-निकाय की विश्वसनीयता से हमारा क्या तात्पर्य है तथा विभिन्न प्रकार से संरूपित निकायों की प्रकृति तथा उनकी विश्वसनीयता की गणना किस प्रकार से की जाती है, का अध्ययन किया गया है। इस प्रस्तुति में लेखक द्वारा विभिन्न पुस्तकों से जिनका संदर्भ नीचे दिया गया है, संबंधित सामग्री का अध्ययन कर हिंदी भाषा में प्रस्तुत किया गया है।

## सेलुलर रेडियो नेटवर्क के निष्पादन विश्लेषण का अवलोकन

राखी

गणित विभाग, बिड़ला प्रौद्योगिकी और विज्ञान संस्थान, पिलानी

### सार

निष्पादन एक महत्वपूर्ण कारक है जो संचार प्रणालियों के डिजाइन, विकास और विन्यास को प्रभावित करता है। नेटवर्क निष्पादन पूर्वानुमान नेटवर्क डिजाइनरों को, उत्पादन लागत में वृद्धि किए बिना अधिक विश्वसनीय और तेज़ संचार नेटवर्क तैयार करने में सक्षम बनाता है। संचार नेटवर्क की सबसे अवांछनीय विशिष्टता देरी है, हालांकि 4G नेटवर्क की प्रगति के साथ, काफी हद तक देरी में कमी आई है। लेकिन वायरलेस नेटवर्क की बढ़ती मांग को पूरा करने के लिए अभी भी नई विधियों को विकसित करने की जरूरत है। यह देरी रूटिंग और प्रवाह नियंत्रण से काफी प्रभावित है। देरी की प्रकृति और कारण को समझना और इसे कम करना महत्वपूर्ण है। निष्पादन मॉडलिंग का उपयोग योजना बनाने के चरण में किसी भी नेटवर्क के निष्पादन की पूर्व-सूचना देने के लिए किया जाता है। पंक्ति सिद्धांत का उपयोग करके विश्लेषणात्मक निष्पादन मॉडलिंग की जाती है। इस लेख में हमारा उद्देश्य सेलुलर रेडियो नेटवर्क और उनके निष्पादन- विश्लेषण के क्षेत्र में विकास का अवलोकन प्रदान करना है।

**कुंजी शब्द :** सेलुलर रेडियो नेटवर्क, यातायात इंजीनियरिंग, पंक्ति सिद्धांत, प्रदर्शन विश्लेषण।

### 1. प्रस्तावना

वर्तमान में संवाद के लिए संचार माध्यम की विस्तृत श्रृंखला का उपयोग किया जाता है और संचार नेटवर्क आज की दुनिया में सबसे तेजी से बढ़ती प्रौद्योगिकीयां हैं। संचार नेटवर्क में इस प्रगति ने व्यापार करने व हमारे रहन-सहन का तरीका बदल दिया है। तकनीकी प्रगति, संचार लिंक के लिए अधिक तेज़ी से संकेतों को ले जाना संभव बनाता है। हाल ही में चौथी पीढ़ी (4G) के मोबाइल संचार को मानकीकृत किया गया है, जो डाउनलिंक में एक जीबीपीएस तक उच्च ट्रांसमिशन क्षमता और अपलिंक में 100 एमबीपीएस प्रदान करने में सक्षम है। यह 4G मोबाइल नेटवर्क (यानी 4.5G, 5G) से अधिक की मांग के लिए पर्याप्त नहीं है। अगली पीढ़ी के नेटवर्क में न केवल उच्च संचरण क्षमता शामिल है बल्कि सेवा की गुणवत्ता (क्यूओएस) प्रदान करने के लिए सिस्टम की क्षमता में वृद्धि करने की भी आवश्यकता है। संचार नेटवर्क की सबसे अवांछित विशिष्टता कनेक्शन प्राप्त करने में देरी होना है। इसलिए, निष्पादन में से एक स्रोत से गंतव्य तक पैकेट संचारित करने के लिए आवश्यक औसत देरी की गणना

करना महत्वपूर्ण है। देरी को रूटिंग और प्रवाह नियंत्रण एल्गोरिथ्म द्वारा नियंत्रित किया जा सकता है। मोबाइल नेटवर्क में एक और महत्वपूर्ण प्रदर्शन उपाय स्वर कॉल और हैंडऑफ कॉल के अवरुद्ध होने की संभावना का अनुमान लगाता है। इसलिए सेलुलर मोबाइल नेटवर्क की गुणवत्ता (QOS) में सुधार करने के लिए कॉल का प्रवेश नियंत्रण भी महत्वपूर्ण भूमिका निभाता है। पंक्ति मॉडल, विलंब कम करने और अवरोध संभावनाओं के साथ यातायात मॉडल और संचार नेटवर्क के विकास में महत्वपूर्ण भूमिका निभाते हैं।

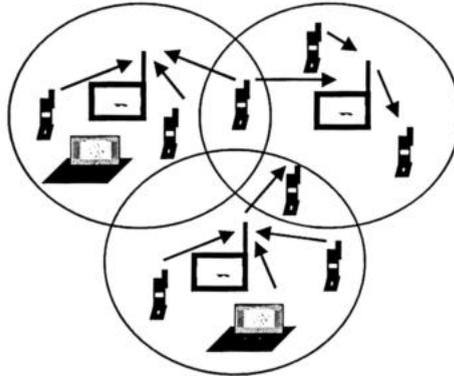
## 2. सेलुलर रेडियो नेटवर्क का विकास

मोबाइल संचार 1926 में शुरू हुआ, जब जर्मनी में बेस्टिन-हैमबर्ग मार्ग पर ट्रेन से सार्वजनिक विनिमय को बुलावा देने के लिए एक परीक्षण किया गया। स्वचालित रूप से 1970 के दशक में मैन्युअल स्विच के प्रतिस्थापित होने के बाद ये सेवाएं तेजी से विकसित हुई हैं।

पारंपरिक मोबाइल टेलीफोन की परिचालन सीमाओं का सामना करने के लिए सेलुलर मोबाइल टेलीफोन विकसित किए गए हैं। पारंपरिक मोबाइल टेलीफोन में सीमित सेवा क्षमता, खराब सेवा निष्पादन और अक्षम आवृत्ति स्पेक्ट्रम उपयोग सीमित है। पहले के रेडियो टेलीफोन सिस्टम में यदि किसी उपयोगकर्ता ने एक जोन में कॉल करना शुरू किया तो उसे नए क्षेत्र में जाने के दौरान कॉल को फिर से शुरू करना पड़ता था क्योंकि कॉल निरस्त हो जाता था। यह रेडियो टेलीफोन सिस्टम की एक अवांछनीय विशिष्टता है क्योंकि कोई गारंटी नहीं होती है कि एक कॉल उसी क्षेत्र में पूरा हो जाए, जहां शुरू हुआ है।

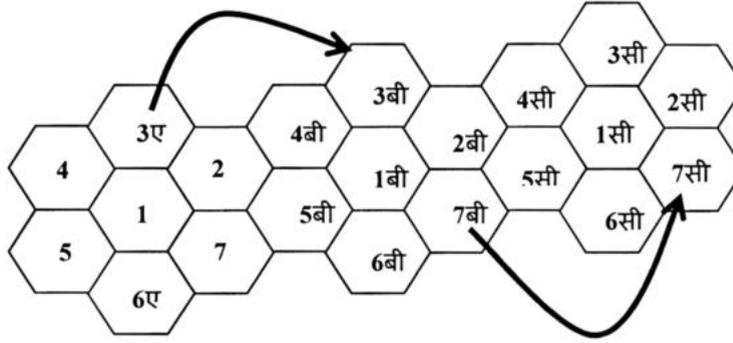
पहले, बड़ी संख्या में उपयोगकर्ता व्यस्त घंटों के दौरान उच्च अवरोधन संभावना पैदा करते थे। इसलिए मोबाइल टेलीफोन के लिए एक उच्च क्षमता प्रणाली की आवश्यकता थी। एक पारंपरिक मोबाइल टेलीफोन सिस्टम में आवृत्ति उपयोग माप को ग्राहकों की अधिकतम संख्या, जिन्हें व्यस्तता के समय एक चैनल द्वारा सेवा प्रदान की जाती है, से परिभाषित किया जाता है। चूंकि प्रत्येक चैनल एक समय में पूरे क्षेत्र में सेवा प्रदान करता है, इसलिए स्पेक्ट्रम उपयोग अक्षम है।

1971 में सेलुलर दृष्टिकोण को स्पेक्ट्रम का कुशलता से प्रयोग करने वाली प्रणाली के रूप में उपयोग किया गया था। सेलुलर प्रणाली में प्रमुख दृष्टिकोण सिंगल-साइडबैंड हैं, जो आवंटित आवृत्ति बैंड को अधिकतम चैनलों में विभाजित करते हैं।



चित्र 1: सेलुलर रेडियो नेटवर्क

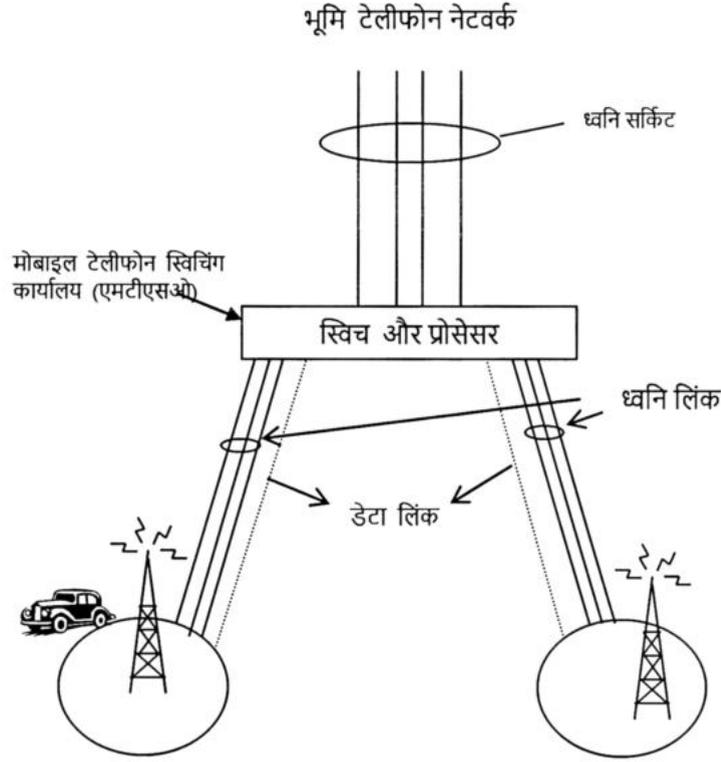
सेलुलर रेडियो नेटवर्क सेवा क्षेत्र को छोटे-छोटे क्षेत्रों में विभाजित किया गया है, जिन्हें सेल कहते हैं, जैसा कि चित्र 1 में दिखाया गया है और प्रत्येक सेल में एक बेस स्टेशन होता है। आवृत्ति बैंड का एक समूह प्रत्येक बेस स्टेशन को आवंटित किया जाता है और विभिन्न भौगोलिक स्थानों में आवंटित आवृत्तियों का पुनः उपयोग किया जाता है। चित्र 2 दर्शाता है कि सेल 3ए (7बी) में प्रयुक्त आवृत्ति बैंड ही 3बी (7सी) में भी उपयोग कर सकते हैं।



चित्र 2: आवृत्तियों का पुनः उपयोग

एक बुनियादी सेलुलर प्रणाली में तीन भाग होते हैं : एक मोबाइल इकाई, एक सेल साइट और एक मोबाइल टेलीफोन स्विचिंग कार्यालय (एमटीएसओ) जैसा कि चित्र 3 में दिखाया गया है। एमटीएसओ सेलुलर मोबाइल सिस्टम का दिल है। इसका प्रणालीर केंद्रीय समन्वय और सेलुलर प्रशासन प्रदान करता है। सेलुलर स्विच देशव्यापी टेलीफोन नेटवर्क के माध्यम से मोबाइल उपभोक्ताओं को अन्य मोबाइल ग्राहकों से जोड़ता है। रेडियो लिंक मोबाइल इकाई और सेल साइट के बीच आवाज की सिग्नलिंग करता है। हाई-स्पीड डेटा लिंक मानक टेलीफोन ट्रंक पर प्रसारित नहीं किए जा सकते हैं। इसलिए उन्हें या तो माइक्रोवेव लिंक या टी-वाहक पर प्रसारित करते हैं, जो सेल साइट और एम.टी.एस.ओ (MTSO) दोनों के बीच ध्वनि और डेटा दोनों ले जा सकते हैं।

आज विभिन्न प्रोटोकॉल का उपयोग करके उसी नेटवर्क के माध्यम से किसी भी प्रकार के ऑडियो, वीडियो डेटा को स्थानांतरित करना संभव है, जो एकीकृत सेवाओं, डिजिटल नेटवर्क (आईएसडीएन) ब्लू टूथ, असिंक्रोनस (Asynchronous) ट्रांसफर मोड (एटीएम), संज्ञानात्मक रेडियो नेटवर्क जैसे एकीकृत सेवाओं आदि का समर्थन करता है। इस प्रकार की सभी ट्रांसमिशन सेवाओं को नए लिंक जोड़े बिना एकीकृत किया जाता है। विभिन्न विशेषताओं के साथ इस विस्तृत विविधता यातायात को नियंत्रित करना बहुत मुश्किल है; इसलिए, दूरसंचार यातायात इंजीनियरी को इसे उचित तरीके से प्रबंधित करने के लिए विकसित किया गया है।



**चित्र 3: सेलुलर प्रणाली**

### 3. यातायात इंजीनियरी

यातायात इंजीनियरी नीतियों और तंत्र का एक समूह है जो नेटवर्क की विभिन्न प्रकार की सेवाओं को कुशलतापूर्वक संतुष्ट करता है। चैनल नियतन (channel assignment), प्रवेश नियंत्रण, चैनल नियंत्रण, रूटिंग नीतियां, लागत अनुकूलन इत्यादि कुछ महत्वपूर्ण मुद्दे हैं जो यातायात प्रबंधन में शामिल हैं। यातायात प्रबंधन में मुख्य मुद्दा यह है कि गुणवत्ता प्रदान करने के लिए आवश्यक विविधता और दक्षता दोनों के बीच संतुलन कैसे बनाया जाए। इस उद्देश्य को प्राप्त करने के लिए, किसी भी यातायात इंजीनियरी योजना की नेटवर्क अवरुद्धता को रोकने और बचाने के लिए पर्याप्त कुशल होना चाहिए। इस विषय में अधिक विवरण ली [1] द्वारा लिखी पुस्तक में देख सकते हैं। यातायात इंजीनियरी में मुख्य समस्या चैनल नियतन है।

**3.1 चैनल नियतन योजनाएं :** अब हम समय-समय पर इष्टतम आवंटन उद्देश्यों के लिए विकसित कुछ चैनल असाइनमेंट नीतियों पर चर्चा करेंगे।

(i) **फिक्स्ड चैनल नियतन स्कीम (एफसीए) :** फिक्स्ड चैनल नियतन (Fixed channel assignment) योजना में प्रत्येक सेल को निश्चित संख्या में चैनल आवंटित किए जाते हैं। यह योजना आमतौर पर सेलुलर रेडियो सिस्टम में उपयोग की जाती है। लेकिन इस एल्गोरिदम को नियोजित करने पर, उच्च यातायात वाले सेल अवरुद्ध होते हैं जबकि कम वाले यातायात

सेल में चैनल का कोई उपयोग नहीं हो रहा होता है। इसे हम इस प्रकार कह सकते हैं कि इस योजना में संसाधन की एक स्थान पर कमी होती है तथा दूसरे स्थान पर वह बहुतायत में होता है।

**(ii) गतिशील चैनल नियतन योजना (डीसीए):** इस गतिशील चैनल नियतन (Dynamic channel assignment) योजना में प्रत्येक सेल को कोई निश्चित संख्या में चैनल आवंटित नहीं किए जाते हैं। सभी चैनल मोबाइल इकाई को सौंपे जा सकते हैं। इसका तात्पर्य है कि सिस्टम को, सिस्टम प्रदर्शन के आधार पर सीधे मोबाइल इकाई को दिया जाता है। इस तरह से किसी भी चैनल को किसी भी बेस स्टेशन में पुनः उपयोग किया जा सकता है जब तक कि कोई चैनल हस्तक्षेप की नीति का उल्लंघन न करे (न्यूनतम पुनः उपयोग बाधा)। इस प्रकार डीसीए का सटीक विश्लेषण बेहद जटिल है।

**(iii) हाइब्रिड चैनल नियतन :** यह एफसीए और डीसीए का संयोजन है। इस, योजना में कुछ चैनलों को एफसीए के रूप में आवंटित किया जाता है और शेष डीसीए के रूप में उपयोग किए जाते हैं।

**(iv) उधार चैनल नियतन :** इस योजना के अनुसार चैनल एफसीए में आवंटित किए जाते हैं लेकिन जब सेल में सभी चैनल व्यस्त हैं तो अवरुद्ध सेल आवृत्ति पुनः उपयोग दूरी का उल्लंघन किए बिना पड़ोसी सेल से चैनल उधार ले सकता है।

**(v) अनुकूली डीसीए :** इस योजना में चैनल नीति पुरानी जानकारी के साथ-साथ सिस्टम की वर्तमान स्थिति से प्राप्त जानकारी के अनुसार अनुकूल रूप से चैनल का आबंटन करती है।

**(vi) आदेशित डीसीए :** यह एक चैनल उधार योजना है, जहां चैनल सेल को एफसीए तरीके से आवंटित किए जाते हैं। सह-चैनल-हस्तक्षेप (Co-channel inference) बाधाओं का ख्याल रखकर हम पड़ोसी सेल से चैनल उधार भी ले सकते हैं।

**(vii) निर्देशित पुनः प्रयास :** एफसीए के अनुसार, सेल में ग्राहकों को केवल खाली चैनल आबंटित किए जाते हैं जिसमें वे कनेक्शन के लिए प्रयास कर सकते हैं। यह उच्च अवरोध बनाता है। निर्देशित पुनः प्रयास योजना का उपयोग कर अवरुद्ध कॉलों की संख्या को कम किया जा सकता है। इस योजना में ग्राहक को उस सेल में एक चैनल आबंटित किया जा सकता है जिसमें वह सेवा के लिए या उस सेल के आस-पास की सेल में से एक में प्रयास करता है। यह सुविधा चैनलों की संख्या को बढ़ाती है और इस तरह चैनल उपयोग में सुधार होता है।

**(viii) सब रेटिंग :** इस योजना के अनुसार, एक पूर्ण क्षमता चैनल को दो आधा क्षमता चैनलों में विभाजित करके एक हैंडऑफ प्रयास के लिए अवरुद्ध सेल में नया चैनल बनाया जाता है; एक मौजूदा कॉल की सेवा प्रदान करने के लिए तथा अन्य हैंडऑफ प्रयास को सेवा देने के

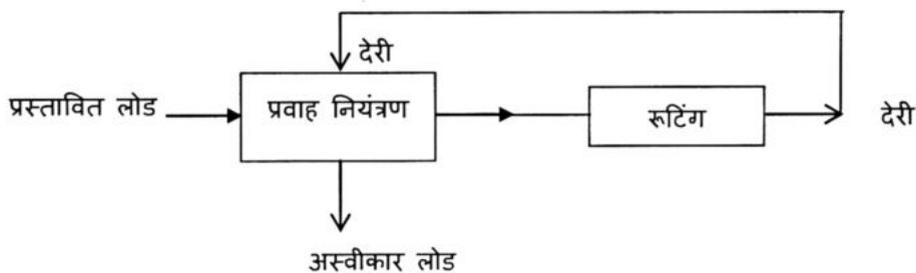
लिए प्रयोग किया जाता है। इसमें चैनल की सब रेटिंग सदस्यता से सेवा की गुणवत्ता प्रभावित होती है।

(ix) **लोड शेयरिंग** : लोड शेयरिंग निर्देशित पुनः प्रयास असाइनमेंट का एक संवर्धन है जो पड़ोसी सेल अवरुद्ध सेल को कॉल की अनुमति देता है।

**3.2 रूटिंग और प्रवाह नियंत्रण** : रूटिंग संचार प्रणालियों में यातायात प्रबंधन की एक और महत्वपूर्ण विशेषता है। इसमें जटिल एल्गोरिदम का संग्रह शामिल है जो स्वतंत्र रूप से या मिल कर काम करता है और जानकारी का आदान-प्रदान करने में सहायता करता है। हम ऐसे मार्ग का चयन करना चाहते हैं जो उच्च प्रदर्शन प्रदान कर सके। जब कुछ सेल अवरुद्ध हो जाते हैं तो इसके लिए, रूटिंग एल्गोरिथम को अपने मार्गों को संशोधित करने की आवश्यकता हो सकती है। थ्रूपुट और औसत देरी दो मुख्य निष्पादन उपाय हैं जो रूटिंग एल्गोरिथम को प्रभावित करते हैं। चित्र 4 में हम देख सकते हैं कि यदि उपयोगकर्ताओं द्वारा सिस्टम द्वारा प्रस्तावित यातायात भार अपेक्षाकृत कम है, तो यह पूरी तरह से सिस्टम में स्वीकार किया जाएगा।

इसलिए,  $\text{थ्रूपुट} = \text{प्रस्तावित लोड}$

जब लोड सीमा से अधिक हो जाता है, तो प्रवाह नियंत्रण एल्गोरिदम द्वारा एक भाग खारिज कर दिया जाता है। अतः  $\text{थ्रूपुट} = \text{प्रस्तावित लोड} - \text{अस्वीकार लोड}$



चित्र 4 : प्रवाह नियंत्रण

सिस्टम में स्वीकार किए गए यातायात में प्रति पैकेट की औसत देरी का अनुभव, रूटिंग एल्गोरिथम द्वारा चुने गए मार्ग पर निर्भर करता है। यदि रूटिंग एल्गोरिथम सही तरीके से काम करता है तो यह उच्च पैकेट की स्थिति की तहत प्रति पैकेट औसत विलंब के समान मूल्य के लिए थ्रूपुट बढ़ाता है और यदि यह ठीक से काम नहीं करता है तो यह कम और मध्यम पेशकश की गई लोड स्थितियों के तहत प्रति पैकेट में औसत देरी को कम करता है। संचार लाइनों की सीमित क्षमता या हार्डवेयर की सीमित क्षमता के कारण संचार बिंदु पर किसी भी बाधा के बावजूद यातायात के प्रवाह को नियंत्रित करने की आवश्यकता है। विभिन्न प्रकार के उपयोगकर्ताओं के पास अलग-अलग सेवा आवश्यकताएँ हो सकती हैं। कॉल अवरोधन,

पैकेट हटाना, पैकेट शेड्यूलिंग आदि यातायात के प्रवाह को नियंत्रित करने के विभिन्न तरीके हैं।

**3.3 विलंब मॉडलिंग :** विलंब एक ऐसी समस्या है, जिसका सामना हर कोई संचार प्रणालियों का उपयोग करते समय करता है। इंटरनेट से वीडियो और हाई-बैंडविड्थ ग्राफिक्स डाउनलोड करने की गति असमान है, यहाँ वीडियो का ट्रांसमिशन पैकेट में होता है। पैकेट को अवरोध के कारण देरी हो सकती है। किसी नेटवर्क के एक नोड से दूसरे नोड के बीच पैकेट की रूटिंग की वजह से विलंब हो सकता है। इसलिए यातायात नियंत्रण या रूटिंग, संचार प्रणालियों के महत्वपूर्ण मुद्दों में से एक है जो पैकेट के संचरण को तेज करने या विलंब की संभावना को कम करने के लिए है। पंक्ति सिद्धांत कॉल विलंब का विश्लेषण करने के लिए प्राथमिक पद्धति प्रदान करता है। पंक्ति सिद्धांत अधिक सामान्य गणितीय क्षेत्र का उपक्षेत्र है, अनुप्रयुक्त प्रायिकता सिद्धांत और टेलीट्रैफिक प्रबंधन, पंक्ति सिद्धांत का एक विशेष अनुप्रयोग है। समर्पित स्विचिंग और ट्रांसमिशन प्रदान करना बहुत महंगा है। इसलिए कई उपयोगकर्ताओं के लिए सुविधाओं का एक पूल प्रदान किया जाता है और इस प्रकार, इन संसाधनों की कमी को दूर किया जाता है। पंक्ति सिद्धांत कई ऐसे मुद्दों को हल करने में अत्यधिक उपयोगी है। पंक्ति सिद्धांत को एक डेनिश इंजीनियर, सांख्यिकीविद् और गणितज्ञ एग्नेर कारूप एरलांग (1878-1929) ने पहली बार प्रयोग किया था। जब वह कोपेनहेगन टेलीफोन कंपनी(1909-1922) में काम कर रहे थे, तो दूरसंचार समस्याओं पर प्रकाशित लेखों के अनुक्रम ने टेलीफोन में अवरोध की समस्याओं के उल्लेखनीय समाधान के सुझाव दिए थे। संचार प्रणालियों के प्रदर्शन मॉडलिंग के लिए, पंक्ति सिद्धांत में उपयोग की जाने वाली कुछ बुनियादी अवधारणायें निम्नानुसार हैं :

**3.3.1 कॉल उत्पत्ति प्रक्रिया :** संचार प्रणाली में कनेक्शन की मांग को कॉल (या पैकेट) कहा जाता है। कॉल के उद्गम या आगमन का तरीका कॉल उत्पत्ति प्रक्रिया कहा जाता है। कॉल उत्पत्ति के पैटर्न को दर्शाने के लिए अक्सर प्वासॉ प्रक्रिया का उपयोग किया जाता है। यहां हम कॉल की यादृच्छिक उत्पत्ति मॉडलिंग के लिए प्वासॉ प्रक्रिया की कुछ धारणाएं देते हैं।

(1) किसी कॉल के अंतराल  $(t, t + \Delta t]$  में उत्पन्न होने की प्रायिकता  $\lambda \Delta t$  है, जो कि  $t$  से स्वतंत्र होता है, जहां  $\lambda$  एक अचर राशी है।

(2) अंतराल  $(t, t + \Delta t]$  में दो या दो से अधिक कॉल उत्पन्न होने की प्रायिकता शून्य हो जाती है।

(3) कॉल एक दूसरे से स्वतंत्र उत्पन्न होती हैं।

अंतराल ( 0, t] को n उपखंडों में बांटा गया है, जहां n पर्याप्त रूप से बड़ा है और इसलिए  $\Delta t = t / n$  छोटा होता है।

वास्तव में k कॉल के विशेष उपखंड में उत्पन्न होने की प्रायिकता ( $p_k(t)$  द्वारा निर्दिष्ट)  $(\lambda \Delta t)^k (1 - \lambda \Delta t)^{n-k}$  होती है। यदि  $\Delta t \rightarrow 0$ , तो हमारे पास होता है :

$$p_k(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \binom{n}{k} \left( \frac{\lambda t}{n} \right)^k \left( 1 - \frac{\lambda t}{n} \right)^{n-k} \quad \dots(1)$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\lambda t)^k}{k!} \left( 1 - \frac{\lambda t}{n} \right)^{n-k} \frac{n(n-1)}{n} \dots \frac{(n-k+1)}{n} = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}$$

जो प्वासॉ बंटन है जहां  $\lambda$  को आगमन क्षमता या उत्पत्ति क्षमता कहा जाता है। किसी कॉल की

(0, t) में उत्पन्न नहीं होने की प्रायिकता है :

$$P_0(t) = e^{-\lambda t} \quad \dots(2)$$

इसलिए, दो कॉल के आने के बीच के अंतराल (अंतर आगमन समय) का बंटन फलन (अंतर आगमन समय अंतराल t से अधिक नहीं होने की प्रायिकता है निम्नलिखित द्वारा दिया जाता है :

$$A(t) = 1 - e^{-\lambda t} \quad \dots(3)$$

यह चरघातांकी है जिसका औसत  $\lambda^{-1}$  है। इस प्रकार, चरघातांकी, यादृच्छिक कॉल के अंतर आगमन समय की एक और विशेषता है। संचार नेटवर्क में कभी-कभी, कॉल समूह में आ सकती हैं। उदाहरण के लिये पैकेट स्विचिंग सिस्टम ( आईएसडीएन या लैन) में जहां एक संदेश को एक समय में कई छोटे भागों में बांटा जाता है, जिन्हें पैकेट कहा जाता है। इसी को कॉल के टोली या समूह में आगमन के रूप में माना जाता है।

**3.3.2 सेवा प्रक्रिया :** यह प्रक्रिया कॉल होल्डिंग समय बंटन आदि का वर्णन करती है। कॉल की अवधि को कॉल होल्डिंग समय या सेवा समय कहा जाता है। अगर हम मानते हैं कि एक कॉल को यादृच्छिक रूप से समाप्त कर दिया गया है, तो ( t, t+  $\Delta t$ ) अवधि में कॉल समाप्त होने की प्रायिकता, t से स्वतंत्र होगी। इसलिए बंटन फलन S(t), सेवा समय के t से अधिक होने की प्रायिकता दर्शाता है। फिर से, (0, t) को उपखंडों की पर्याप्त बड़ी संख्या n में विभाजित करते हैं और  $\Delta t = t/n$  लेने पर, यदि  $n \rightarrow \infty$ , तब प्रायिकता  $(1 - \mu \Delta t)^n$  होगी, तो S(t) बन जाएगा

$$S(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{\mu t}{n} \right)^n = e^{-\mu t} \quad \dots(4)$$

जो सेवा समय को चर-घातांकी बंटन के रूप में प्रस्तुत करता है जिसका औसत  $\mu^{-1}$  है, जहां  $\mu$  को सेवा क्षमता या समाप्ति क्षमता कहा जाता है। चरघातांकी बंटन में स्मृतिहीन गुण या मार्कोवियन गुण है। मार्कोवियन गुण के अनुसार भविष्य की अवस्था पिछले अवस्था पर निर्भर नहीं है, यह केवल वर्तमान अवस्था पर निर्भर करती है।

### 3.3.3 पंक्ति अनुशासन :

यह अवरोध के दौरान कॉल को संभालने का तरीका निर्दिष्ट करता है। ये FIFO, LIFO, SIRO, प्राथमिकता इत्यादि जैसे कई तरीके हैं।

(i) **फीफो, लिफो, एसआईआरओ:** फर्स्ट इन फर्स्ट आउट (एफआईएफओ) योजना में पहले आने वाली कॉल पहले सेवा पाएगी, जबकि लास्ट इन फर्स्ट आउट (लीफो) में पंक्ति में अंतिम कॉल पहले सेवा पाएगी। कुछ अनुप्रयोगों में सेवा यादृच्छिक क्रम (एसआईआरओ) में होती है। दूसरी ओर, सेवा समय पर निर्भर अनुशासन भी होता है, जिसमें पंक्तिबद्ध कॉल के बीच सबसे कम सेवा समय वाला कॉल पहले सेवा के लिए ली जाती है, इसे सब से छोटा सेवा समय सबसे पहले (एसएसटीएफ) के रूप में जाना जाता है।

(ii) **प्राथमिकता पंक्तियां :** पिछले अनुभाग में हमने कई संचार समस्याओं पर चर्चा की है, कुछ नौकरियों या अन्य वर्गों पर सेवा के ग्रेड (जीओएस) में सुधार करने के लिए प्राथमिकता दी जाती है। उदाहरण के लिए, सेलुलर रेडियो सिस्टम में हम नई कॉल पर हैंडऑफ कॉल को प्राथमिकता देंगे; एक कंप्यूटर सिस्टम बैच और टाइम शेयरिंग सेवा (टीएसएस) जॉब को संभालने में टीएसएस जॉब को उच्च प्राथमिकता की आवश्यकता होती है। प्राथमिकता मॉडल को व्यापक रूप से गैर-प्रीएम्पटिव तथा प्रीएम्पटिव प्राथमिकता मॉडलों के रूप में वर्गीकृत किया जा सकता है। गैर-प्रीएम्पटिव प्राथमिकता मॉडल में जब कोई सर्वर कम प्राथमिकता कॉल कर रहा है और उच्च प्राथमिकता कॉल आती है, तो यह कम प्राथमिकता की सेवा को बाधित नहीं करती है, जबकि प्रीएम्पटिव कम प्राथमिकता कॉल की सेवा बाधित होती है।

### 3.3.4 सेलुलर रेडियो नेटवर्क मॉडल :

जन्म-मृत्यु प्रक्रियाओं का उपयोग आम तौर पर पंक्ति मॉडलिंग के लिए किया जाता है, जो संचार प्रणालियों, सेलुलर रेडियो सिस्टम, कंप्यूटर सिस्टम आदि में कॉल/पैकेट प्रसारण के प्रवाह आदि जैसी कई वास्तविक जीवन स्थितियों में गठित होते हैं। जन्म-मृत्यु प्रक्रिया का एक संक्षिप्त विवरण निम्नानुसार है :

**जन्म मृत्यु प्रक्रिया :** एक सतत प्राचल सजातीय मार्कोव चेन  $\{X(t), t \geq 0\}$   $\{0, 1, 2, \dots\}$  को जन्म-मृत्यु प्रक्रिया के रूप में जाना जाता है जैसे कि यदि स्थिरांक  $\lambda_i$  ( $i = 0, 1, 2, \dots$ ) और  $\mu_i$  ( $i = 0, 1, 2, \dots$ ), क्रमशः  $q_k$  से  $q_k + 1$  में संक्रमण जन्म क्षमता के साथ जन्म

दर्शाता है और  $q_k$  से  $q_k - 1$  तक मृत्यु (समाप्ति) क्षमता का संकेत देता है। कई पंक्ति की अवस्थाओं का अध्ययन करने में जन्म-मृत्यु प्रक्रिया महत्वपूर्ण भूमिका निभाती है।

यदि  $P_k(t)$  समय  $t$  पर आबादी के आकार कि प्रायिकता को व्यक्त करता है तो निम्नलिखित अंतर समीकरण निकाय की गतिशीलता का प्रतिनिधित्व करते हैं:

$$\frac{dP_k(t)}{dt} = -(\lambda_k + \mu_k)P_k(t) + \lambda_{k-1}P_{k-1}(t) + \mu_{k+1}P_{k+1}(t), \quad k \geq 1 \quad \dots(5)$$

$$\frac{dP_0(t)}{dt} = -\lambda_0P_0(t) + \mu_1P_1(t) \quad \dots(6)$$

### 3.3.5 पंक्ति मॉडलों के लिए समाधान तकनीकें :

पंक्ति मॉडलों के समीकरणों को हल करने के लिए कई तकनीकों का उपयोग किया जाता है। उनमें से कुछ पर संक्षिप्त रूप से यहां चर्चा की गई है।

(i) **गुणन रूप समाधान** : जन्म-मृत्यु समीकरणों का समाधान (5) - (6) अपरिवर्ती अवस्था में गुणन रूप में दिया जा सकता है। हम अंतर समीकरणों को इस प्रकार लिख सकते हैं:

$$0 = -(\lambda_k + \mu_k)P_k + \lambda_{k-1}P_{k-1} + \mu_{k+1}P_{k+1}(t), \quad k \geq 1 \quad \dots(7)$$

$$0 = -\lambda_0P_0 + \mu_1P_1 \quad \dots(8)$$

समीकरण (8) का हल करने से हमें मिलता है-

$$\lambda_k P_k - \mu_{k+1} P_{k+1} = \lambda_{k-1} P_{k-1} - \mu_k P_k = \dots = \lambda_0 P_0 - \mu_1 P_1$$

$$\text{इस प्रकार, } P_k = \frac{\lambda_{k-1}}{\mu_k} P_{k-1}$$

$$\text{और इसलिए } P_k = P_0 \sum_{i=0}^{k-1} \frac{\lambda_i}{\mu_{i+1}} \quad k \geq 1 \quad \dots(9)$$

(ii) **जेनरेटिंग फलन विधि** : जेनरेटिंग फलन एक ऐसी तकनीक है जो प्रतिदर्श समष्टि अनंत होने पर असतत बंटन के लिए संभाव्यता मानों का सेट प्राप्त करता है। यदि मान  $p_0, p_1, \dots$  एक संभाव्यता बंटन बनाते हैं तो उसे उत्पन्न करने का कार्य करता है।

$$G(z) = E[z^i] = \sum_{i=0}^{\infty} z^i p_i, \quad |z| \leq 1 \quad \dots(10)$$

जेनरेटिंग फलन में प्रायिकताओं के बारे में सारी जानकारी होती है। हम बार-बार अवकलन का उपयोग करके किसी भी प्रायिकता के मान को निकाल सकते हैं-

$$P_j = \frac{1}{j!} \left. \frac{d^j G(z)}{dz^j} \right|_{z=0} \quad \dots(11)$$

**3.3.6 प्रदर्शन सूचकांक** : संचार नेटवर्क में पंक्ति परिस्थितियों का अध्ययन करने के लिए, निम्नलिखित प्रदर्शन सूचकांक का ज्ञान होना आवश्यक है :

(i) **सिस्टम में कॉल की औसत संख्या** : किसी विशेष समय पर सेवा की जा रही पंक्ति में प्रतीक्षा कॉल की संख्या को निकाय में कॉल की औसत संख्या कहा जाता है। विलंब विश्लेषण के माध्यम से, हम इस चर के प्रायिकता-बंटन को पता लगा सकते हैं जो संचार प्रणाली को डिजाइन करने में सहायक हो सकता है।

(ii) **औसत प्रतीक्षा समय** : यह वह अवधि है जब सेवा प्राप्त करने से पहले कॉल को कतार में इंतजार करना पड़ता है। जब सेवा समय, प्रतीक्षा समय में शामिल नहीं होता है, तो इसे पंक्ति में व्यतीत समय कहा जाता है अन्यथा इसे प्रतीक्षा समय कहा जाता है। इस निरंतर चर की प्रायिकता बंटन कॉल की प्रतीक्षा मूल्य को दर्शाता है और निकाय क्षमता का महत्वपूर्ण संकेतक भी है।

(iii) **अपेक्षित व्यस्त अवधि** : सर्वर के कार्य प्रारंभ करने से लेकर निकाय के खाली होने के समय को अपेक्षित व्यस्त अवधि कहा जाता है। व्यस्त अवधि का बंटन सर्वर के दृष्टिकोण से महत्वपूर्ण है। बहुसर्वर प्रणाली के लिए, व्यस्त अवधि को उस अवधि के रूप में वर्णित किया जाता है जिसमें सभी सर्वर व्यस्त होते हैं।

(iv) **अवरुद्ध करने की प्रायिकताएँ**: कॉल अवरुद्ध की संभावना प्रणाली के सेवा के मानको में से एक है। जब कनेक्शन के लिए अनुरोध होता है और सिस्टम में कोई खाली चैनल नहीं होता है, तो कॉल अवरुद्ध हो जाती है और नेटवर्क को अवरुद्ध नेटवर्क कहा जाता है। उपयोगकर्ता की कॉल के अवरुद्ध होने की प्रायिकता को अवरुद्ध करने की प्रायिकता कहा जाता है। गणितीय रूप से इसकी गणना इस प्रकार की जाती है:

$$B = \frac{T_0 - T_c}{T_0} \quad \dots(12)$$

जहां  $T_0$  प्रस्तावित लोड,  $T_c$  कैरिड लोड और  $B$  अवरुद्ध होने की प्रायिकता है।

(v) **बलपूर्वक समाप्ति की प्रायिकता** : सेलुलर रेडियो सिस्टम में एक हैंडऑफ विफलता के कारण इसकी प्रक्रिया के दौरान कॉल के अनुरोध को समाप्त करने की संभावना होती है, इसे मजबूर बलपूर्वक समाप्ति की प्रायिकता के रूप में जाना जाता है।

(vi) **पूर्ण कॉल (पीएनसी) की प्रायिकता** : किसी अवरुद्ध या मजबूरी के कारण कॉल समाप्त नहीं होने की प्रायिकता को पूर्ण कॉल (पीएनसी) की प्रायिकता कहते हैं।

#### 4. भारत में अनुसंधान और विकास की स्थिति की समीक्षा

प्रौद्योगिकी विकास के साथ, संचार प्रणालियों को विभिन्न प्रकार के अनुप्रयोगों (आवाज, डेटा, इंटरनेट) के लिए डिज़ाइन किया गया है जिससे संसाधनों (फ्रीक्वेंसी / बैंडविड्थ) का सर्वोत्तम रूप से उपयोग किया जा सके। कई शोधकर्ताओं ने विषम यातायात के अध्ययन के लिए गणितीय मॉडल विकसित किए। उन्होंने इन मॉडलों का समाधान दो तरीकों से, सटीक और अनुमानित तकनीकों में प्रदान किया है। सटीक तकनीक-कम्प्यूटेशनल रूप से बहुत महंगा है

क्योंकि इसमें बड़ी मैट्रिक्स और जटिलता शामिल है और कभी-कभी असंभव भी है। अनुमानित तकनीक आम तौर पर चरण मॉडल, अवस्था-निर्भर, क्वासि जन्म-मृत्यु प्रक्रिया का प्रतिनिधित्व करने के लिए बहु-आयामी मार्कोव श्रृंखला जैसे जटिल मॉडल का प्रयोग करने के लिए संसाधित की जाती है, जो स्केलर जन्म-मृत्यु प्रक्रिया का एक रचनात्मक सामान्यीकरण और सजातीय अर्द्ध जन्म-मृत्यु (quasi birth-death) की प्रक्रिया है। संचार प्रणालियों की शुरुआत के बाद से इस क्षेत्र में बहुत सारे प्रयोग किए गए हैं, हालांकि इस अनुच्छेद में हमने केवल भारत में शोधकर्ताओं द्वारा किए गए मुख्य कार्य को प्रस्तुत किया है। भारत में कुछ शोधकर्ता इस बेहद प्रतिस्पर्धी क्षेत्र में काम कर रहे हैं और जैन [2] सबसे ज्यादा उल्लेखनीय हैं। उन्होंने परिमित जनसंख्या से उत्पन्न एकीकृत यातायात के साथ सेलुलर संचार प्रणाली के प्रदर्शन के लिए एक विश्लेषणात्मक मॉडल का प्रस्ताव दिया। उन्होंने [3] अनुकरण द्वारा प्रस्तावित एल्गोरिथम की वैधता भी साबित की। प्राथमिकता आधारित चैनल असाइनमेंट योजनाओं पर चर्चा की गई। जैन [4] ने एकीकृत प्रकार के यातायात के लिए इष्टतम चैनल आवंटन के लिए भी एक एल्गोरिथम दिया था। इस शोध पत्र में हैंडऑफ कॉल की सुचारु प्रक्रिया के लिए चैनल के गतिशील आवंटन [5] को प्रस्तावित किया गया था। वायरलेस पर्सनल कम्युनिकेशन सिस्टम्स (पीसीएस) की माइक्रोसेल्युलर सिस्टम पर आवाज और डेटा यातायात के लिए भी चैनल आवंटन योजना प्रस्तुत की [6]। सेलुलर रेडियो सिस्टम में हैंडऑफ पैकेट के प्रदर्शन में सुधार के लिए निर्देशित पुनः प्रयास के साथ सबरेटिंग चैनल असाइनमेंट योजना को [7] में माना गया था। अवस्था आधारित दरों का उपयोग कर एक दूरसंचार प्रणाली का क्षणिक विश्लेषण [8] में दिया गया था। [9] में प्रतिरक्षा और रक्षा सेवा अनुशासन के साथ Geo/Geo/1 /N पंक्ति की जांच की गई थी। जैन ने विभिन्न निष्पादन उपायों के अनुमानित परिणामों को प्रदर्शित करने के लिए न्यूरो अस्फुट (Neuro fuzzy) दृष्टिकोण को नियोजित किया। जैन आदि [10] द्वारा वायरलेस मोबाइल नेटवर्क के लिए कॉल प्रवेश नियंत्रण (सीएसी) हेतु दो योजनाएं प्रस्तुत की हैं, (i) प्राथमिक कॉल प्रवेश नियंत्रण (पीसीएसी) योजना (एस 1) और (ii) रिलीजिंग फलन (एस 2) के साथ प्राथमिक कॉल प्रवेश नियंत्रण योजना। [11] में उन्होंने सीडीएमए (CDMA) नेटवर्क में मृदु हैंडऑफ (Soft handoff) के लिए सीएसी दिया।

गोस्वामी और सामंत [12] ने समूह के लिए पहुंच के साथ एक अलग-अलग एकल और समूह सेवा हेतु अनंत और परिमित बफर पंक्ति निकाय की जांच की। स्थिर दशा की संभावनाएं और ग्राहकों की औसत संख्या, औसत प्रतीक्षा समय, सर्वर के निष्क्रिय होने के लंबे समय के अनुपात, अपेक्षित व्यस्त अवधि की गणना पहली प्रबंधन नीति के लिए की गई थी। गोस्वामी और स्वैन [13] ने कॉल प्रवेश नियंत्रण (सीएसी) प्रोटोकॉल दिया है जो सेवा की गुणवत्ता (QOS) की गारंटी का समर्थन करने के लिए चुनौती को पूरा करता है। प्रस्तावित नीति से पता चला है कि परिमित आबादी, सीमित आंशिक गार्ड चैनल (एफपीएलएफजीसी) योजना सीमित जनसंख्या गार्ड चैनल योजना की तुलना में सीमित चैनल संसाधनों का बेहतर उपयोग की स्थिति प्रदान करती है। उन्होंने [14] सेलुलर सिस्टम में कॉल प्रवेश नियंत्रण योजना का उपयोग

करते हुए, नई कॉल की अवरुद्ध प्रायिकता और हैंडऑफ कॉल की संभावित प्रायिकता सकी गणना करने के लिए दो मॉडल प्रस्तावित किए। धर्मराजा आदि [15] ने आगमन प्रक्रिया के लिए सहसंबंध के साथ मार्कोवियन आगमन प्रक्रिया का उपयोग कर ध्वनि, वीडियो और डेटा यातायात का समर्थन करने वाले सेलुलर नेटवर्क के लिए एक विश्लेषणात्मक मॉडल प्रस्तुत किया। मोबाइल संचार में कुल समय का विश्लेषण करना महत्वपूर्ण है, जिसमें सिस्टम में कॉल अनुरोध संदेश द्वारा व्यतीत समय और प्रसंस्करण समय शामिल है। यदि कुल समय अनुमानित विलंब से अधिक है, तो कॉल अवरुद्ध कर दिया जाता है। इससे, सेवा की गुणवत्ता कम होती है जो सेवा प्रदाताओं को स्वीकार्य नहीं है। इसके अलावा, विफलताओं (हार्डवेयर और सॉफ्टवेयर से संबंधित) और उनके ठीक होने में देरी बढ़ जाती है। धर्मराजा आदि [16] द्वारा इस स्थिति का अध्ययन किया गया था। दो मामलों के लिए कॉल अनुरोध संदेश द्वारा अनुभव देरी के विश्लेषण के लिए पंक्ति मॉडलों के रूप में सबसे पहले, बेस स्टेशन (बीएस) की सेवाएं बाधित नहीं होती हैं और दूसरी, बीएस में असफलताओं की घटना के कारण सेवाओं में बाधा आती है। जिंदल और धर्मराजा [17] ने सेलुलर नेटवर्क के मात्रात्मक मूल्यांकन हेतु, मार्कोव चेन का उपयोग करके एक विश्लेषणात्मक मॉडल विकसित किया। एक स्टोकास्टिक प्रतिफल पारितोषिक नेट मॉडल सीटीएमसी के सहयोग से विकसित किया है। इस अध्ययन में कॉल अवरुद्धन संभावनाओं के मामले में जीवंतता आव्यूह और असफलताओं के कारण अतिरिक्त देरी की गणना की है। उन्होंने प्री-एंपटिव प्राथमिकता और सर्वर ब्रेक डाउन के साथ गैर मार्कोवियन हानि सिस्टम (loss system) के माध्यम से वॉयस ओवर इंटरनेट प्रोटोकॉल (वीओआईपी) का प्रदर्शन विश्लेषण भी [18] किया। प्री-एंपटिव प्राथमिकता और सर्वर ब्रेक डाउन के साथ गैर-मार्कोवियन हानि प्रणाली के माध्यम से वॉयस ओवर इंटरनेट प्रोटोकॉल के प्रदर्शन उपायों को संदर्भ [19] में लिया गया है। शर्मा आदि [20] ने एक बेस स्टेशन पर एक पंक्ति के स्थान पर सेल में प्रत्येक ट्रान्सीवर पर एक पंक्ति को मान कर नया मॉडल प्रस्तुत किया था और दिखाया कि उनका मॉडल अधिक यथार्थवादी है और कॉल की अवरुद्ध प्रायिकताओं को कम करता है। राखी आदि [21] ने एक अलग समय के लिए जी-पंक्ति के लिए एक मॉडल प्रस्तुत किया जिसमें दो प्रकार के स्वतंत्र आगमन, अर्थात् सकारात्मक और नकारात्मक थे। पंक्ति निकाय के लिए नकारात्मक ग्राहक का आगमन पंक्ति (आरसीएच) के आगे के सिरे से एक ग्राहक को हटा देता है, जिससे सर्वर खराब हो जाता है। अवरुद्धता की प्रायिकता का अनुमान लगाने के लिए आव्यूह ज्यामितीय विधि का उपयोग किया गया है।

## 5. निष्कर्ष

इस आलेख में हमने सेलुलर रेडियो नेटवर्क, उनके मूल प्रारूप और प्रमुख विशेषताओं पर एक अवलोकन प्रस्तुत किया है। सेलुलर रेडियो नेटवर्क के प्रदर्शन विश्लेषण के क्षेत्र में भारत में किए गए कार्यों पर भी चर्चा की है।

## संदर्भ

1. Lee WCY (1993) Mobile Communications Design Fundamentals. John Wiley & Sons, Canada.
2. Jain M (1999a) Finite population cellular radio systems with directed retry. Applied Mathematical Modelling 23:77-86.
3. Jain M, Rakhee (2003) Priority based channel assignment schemes for PCS with integrated traffic. Computer Science and Informatics 33(2):8-18.
4. Jain M, Priya K, Rakhee (2003) Optimal channel allocation in cellular systems. Journal of Information and Communication Technology 2(2):41-64.
5. Jain M, Sharma GC, Saraswat VK, Rakhee (2004) Dynamic channel assignment scheme for cellular radio system with integrated traffic. Journal of Rajasthan Academy of Physical Sciences 3(3):197-203.
6. Jain M (2005) Channel allocation policy in cellular radio network. Applied Mathematical Modelling 29(1):65-83.
7. Jain M, Rakhee (2005) A subrating channel assignment scheme for cellular radio network with direct retry. Computers & Operations Research 32(9):2407-2417.
8. Jain M, Sharma GC, Saraswat VK, Rakhee (2009) Transient analysis of a telecommunication system using state dependent markovian queue under Bi-level control policy. King Abdulaziz University Journal 20(1):77-90.
9. Jain M, Sharma GC, Chakrawarti S (2012) Geo/Geo/1/N Queue with In-Immune and Immune Service Killing Discipline. Journal of King Abdulaziz University: Engineering Sciences 23(1):129-148.
10. Jain M, Sharma GC, Mittal R (2013) Performance analysis of prioritized call admission control schemes for integrated traffic in wireless network. International Journal of Electronics Communication and Computer Engineering 4(1):283-291.
11. Goswami V, Samanta SK (2009) Discrete-time bulk-service queue with two heterogeneous servers. Computers & Industrial Engineering, 56(4):1348-1356.

12. Goswami V, Swain PK (2012) Analysis of Finite Population Limited Fractional Guard Channel Call Admission Scheme in Cellular Networks. *Procedia Engineering*, 30:759-766.
13. Goswami V, Swain PK (2012) Analytical modeling for handling poor signal quality calls in cellular network. *International Journal of Networks and Communications* 2(4): 47-54.
14. Swain, PK, Goswami V. (2013) Performance analysis of finite population cellular system using channel sub-rating policy. *Universal Journal of Communications and Network* 1(2):74-80.
15. Dharmaraja S, Jindal V, Alfa AS (2008) Phase type models for cellular networks supporting voice, video and data Traffic. *Mathematical and Computer Modelling* 47: 1167-1180.
16. Madan BB, Dharmaraja S, Trivedi KS (2008) Combined guard channel and mobile assisted handoff for cellular networks. *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 57: 502-510.
17. Jindal V, Dharmaraja S (2009) Call processing delay analysis in cellular networks: a queueing model approach. *OPSEARCH* 46:289-302.
18. Jindal V, Dharmaraja S, Trivedi KS (2011) Markov modeling approach for survivability analysis of cellular networks. *International Journal of Performability Engineering* 7: 429 - 440.
19. Vadivu S, Vinayak R, Dharmaraja S, Arumuganathan R (2014) Performance analysis of voice over internet protocol via non markovian loss system with preemptive priority and server break down. *OPSERCH* 51:50-75.
20. Sharma G, Purohit GN, Rakhee (2012) Analysis of multiple queue model in cellular networks with sub-rating of channels. *King Abdulaziz University Journal* 23(1):85-128.
21. Rakhee, Sharma G, Priya K (2013) Analysis of G-queue with unreliable server.

## वायरलेस संचार नेटवर्क के यातायात अभिलक्षण और क्षमता प्रदर्शन मॉडलिंग

मधु जैन

गणित विभाग, भारतीय प्रौद्योगिकी संस्थान रुड़की, रुड़की

### सार

यह आलेख पंक्ति सैद्धांतिक दृष्टिकोण के माध्यम से सेलुलर रेडियो नेटवर्क की क्षमता घोषित करने से संबंधित है। यहाँ उप दर के साथ प्राथमिकता चैनल नियतन योजना पर विचार किया गया है जिसमें चल रही वार्ता के लिए एक निश्चित संख्या में चैनल आरक्षित हैं और भारी यातायात के मामले में इन आरक्षित चैनलों को अधिक चल रही वार्ताओं को समायोजित करने हेतु समान आवृत्ति की दो चैनलों में बांटा गया है। जन्म-मृत्यु प्रक्रिया के गुणन प्रकार के हल द्वारा विभिन्न क्षमताओं को जात किया गया है और संख्यात्मक प्रयोग करके उसकी सहायता से उन्हें दर्शाया गया है। इसके अलावा एकीकृत यातायात वाले सेलुलर नेटवर्क में आरक्षित और अनारक्षित चैनलों की इष्टतम संख्या निर्धारित की गई है।

### 1. प्रस्तावना

वायरलेस प्रौद्योगिकी के विकास के परिणामस्वरूप संवाद के तरीके के प्रतिमान में बड़ी संख्या में बदलाव हुए हैं। इन विभिन्न परिवर्तनों में से, प्रमुख घटक तार के माध्यम से निश्चित स्थान-से दूसरे स्थान तक संचार को वायरलेस मोबाइल द्वारा एक व्यक्ति-से दूसरे व्यक्ति तक संचार में परिवर्तन है। यह परिवर्तन मोबाइल प्रौद्योगिकियों के तेज़ी से विकास से स्पष्ट है, उदाहरण के लिए सेलुलर मोबाइल रेडियो बिना तार के वास्तविक रूप में दो तरफ़ा आवाज और डेटा सेवाएं प्रदान करता है। सेलुलर नेटवर्क की क्षमता मोबाइल स्विचिंग सेंटर (एमएससी) और आधार स्टेशन (बीएस) की क्षमता से काफी प्रभावित होती है जो एमएससी से जुड़ी शाखाओं की संख्या और प्रत्येक आधार स्टेशन को आवंटित रेडियो चैनलों की संख्या पर निर्भर करती है। नेटवर्क में यातायात स्वरूप सेलुलर नेटवर्क की क्षमता को भी प्रभावित करता है। सेलुलर नेटवर्क में प्रमुख समस्याओं में से एक यह है कि प्रत्येक सेल को आवंटित आवृत्ति चैनलों की संख्या नियत करना तय करें ताकि जीओएस का पूर्व-निर्दिष्ट स्तर प्राप्त किया जा सके।

कई शोधकर्ताओं ने सेलुलर सिस्टम में चैनल नियतन की समस्या का समाधान किया है। चल रही वार्ता के अवरुद्ध होने की प्रायिकता को कम करने के लिए कुछ शोधकर्ताओं ने एक सबरेटिंग योजना का प्रस्ताव दिया है। इस योजना के अनुसार आरक्षित चैनलों को एक से अधिक कॉल करने के लिए दो आधा क्षमता चैनलों में विभाजित किया जाता है। जैन और

राखी (2001) ने एकीकृत आवाज / डेटा सेलुलर यातायात मॉडल हेतु पीसीएस नेटवर्क के लिए सबरेटिंग चैनल नियतन का सुझाव दिया। जैन आदि (2003) ने हैंड ओवर योजना भी दी। पुनः जैन (2005) ने कटऑफ प्राथमिकता योजना के साथ एक पंक्ति निदर्शन विकसित किया, जिसमें गार्ड चैनलों के सबरेटिंग को अधिक हैंडओवर वॉयस कॉल्स समायोजित करने के लिए प्रदान किया गया। इस दिशा में हाल ही में उल्लेखनीय काम तांग और ली (2007), कृष्ण और आयंगार (2008), चौधरी आदि (2009) और कई अन्य ने किया हैं।।

इस आलेख में सेलुलर रेडियो नेटवर्क के प्रत्येक सेल को आवंटित किए जाने वाले चैनलों की इष्टतम संख्या की एक पुनरावर्तक एल्गोरिथ्म का उपयोग करके गणना की जाती है, जो एक अरैखिक पूर्णांक-प्रोग्रामिंग समस्या को हल करके हैंडऑफ कॉल की समग्र अवरोध प्रायिकता को कम करता है। सभी योजनाओं की तुलना, चल रही वार्ता और नई कॉल, समग्र अवरोध प्रायिकता और संख्यात्मक चित्रों का उपयोग करके भार को अवरुद्ध करने की प्रायिकताओं के संदर्भ में की जाती है।

## 2. यातायात निदर्श

इस अनुच्छेद में हम प्राथमिकता वाली कुछ चैनल योजनाओं का प्रस्ताव देने के लिए एक सेलुलर रेडियो सिस्टम का यातायात मॉडल विकसित कर रहे हैं जिसमें कुछ निश्चित चैनल विशेष रूप से आरक्षित होते हैं। वायरलेस प्रौद्योगिकी के विकास के परिणामस्वरूप संवाद के तरीके के प्रतिमान में बहुत बदलाव हुए हैं। इन विभिन्न परिवर्तनों में से, प्रमुख घटक तार द्वारा एक निश्चित स्थान से दूसरे स्थान के संचार को वायरलेस मोबाइल द्वारा एक व्यक्ति से दूसरे व्यक्ति तक संचार में परिवर्तन है। यह परिवर्तन मोबाइल प्रौद्योगिकियों के तेजी से विकास से स्पष्ट है। उदाहरण के लिए सेलुलर मोबाइल रेडियो बेतार द्वारा दो प्रकार की नामतः आवाज और डेटा सेवाएं प्रदान करता है। सेलुलर नेटवर्क का प्रदर्शन मोबाइल स्विचिंग सेंटर (एमएससी) और बेस स्टेशन (बीएस) की क्षमता से काफी प्रभावित होता है जो एमएससी से जुड़ी शाखाओं की संख्या और प्रत्येक आधार स्टेशन को आवंटित रेडियो चैनलों की संख्या पर निर्भर करता है। नेटवर्क में यातायात पैटर्न सेलुलर नेटवर्क के क्षमता प्रदर्शन को भी प्रभावित करता है। सेलुलर नेटवर्क में प्रमुख समस्याओं में से एक यह है कि प्रत्येक सेल को आवंटित आवृत्ति चैनलों की संख्या नियत करना तय करें ताकि जीओएस का पूर्व-निर्दिष्ट स्तर प्राप्त किया जा सके। कई शोधकर्ताओं ने चैनल नियतन की समस्या को संबोधित किया है।

भारी ट्रैफिक के मामले में अधिक हैंडऑफ कॉल की सेवा के लिए इन आरक्षित चैनलों को समान बैंडविड्थ के दो चैनलों में विभाजित करके सबरेटिंग किया जा सकता है। असीमित और सीमित संख्या में ग्राहकों से निपटने वाले दो मॉडलों पर विचार किया गया है। नई और हैंडऑफ कॉल की अवरुद्ध प्रायिकताओं की विश्लेषणात्मक रूप से गणना की गई है।

सभी कॉलों की आगमन क्षमता को प्वासॉ माना गया है और सेवा के समय को घातांकी बंटन से वितरित किया गया है। औसत कॉल होल्डिंग समय और कॉल विराम समय भी चर घातांकी बंटन का अनुसरण करते हैं।

विश्लेषणात्मक मॉडल के गणितीय सूत्रण के लिए निम्नलिखित संकेतन का उपयोग किया गया है :

M	ग्राहकों की संख्या
C	सेलुलर प्रणाली में चैनलों की कुल संख्या
r	हैंडऑफ कॉल के लिए आरक्षित चैनलों की संख्या
$1/\mu$	औसत कॉल होल्डिंग समय
$1/\eta$	प्रत्येक पोर्टेबल का औसत सेल विराम समय
$\lambda_n$	नई कॉल की आगमन दर
$\lambda_h$	हैंडऑफ कॉल की आगमन दर
$\lambda$	कॉल की आगमन दर; $\lambda = \lambda_n + \lambda_h$
$P_i$	स्थिर स्थिति प्रायिकता जबकि सिस्टम में i कॉल हैं
$B_n$	नई कॉल की अवरुद्ध प्रायिकता
$B_h$	हैंडऑफ कॉल की अवरुद्ध प्रायिकता

### 3. प्राथमिक चैनल नियतन नीतियाँ

हम प्राथमिकता वाली चैनल योजनाओं के साथ एक सेलुलर सिस्टम पर विचार करते हैं, जिसमें एक निश्चित संख्या में चैनल चल रही वार्ता के लिए विशेष रूप से आरक्षित हैं। भारी यातायात की स्थिति से निपटने के लिए, ये आरक्षित चैनल भी सब-रेटेड किए जा सकते हैं अर्थात एक आरक्षित चैनल बराबर आवृत्ति के दो चैनलों में बांटे जा सकते हैं।

#### [ए] अनंत ग्राहकों के साथ मॉडल (आईएसएम)

इस मॉडल में सिस्टम में ग्राहकों की संख्या को असीमित माना गया है। स्थाई स्थिति प्रायिकताएँ गुणन प्रकार के हल का उपयोग करके प्राप्त की गई हैं :

$$P_i = \begin{cases} \frac{\lambda^i}{i!(\mu + \eta)^i} P_0, & 0 \leq i \leq c - r \\ \frac{\lambda^{c-r} \lambda_h^{i-(c-r)}}{i!(\mu + \eta)^i} P_0, & c - r + 1 \leq i \leq c + r \end{cases} \quad \dots (1)$$

जहां सामान्यीकरण स्थिति का उपयोग करके  $P_0$  की गणना की गई है

$$P_0 = \left[ \sum_{i=0}^{c-r} \frac{\lambda^i}{i!(\mu + \eta)^i} + \sum_{i=c-r+1}^{c+r} \frac{\lambda^{c-r} \lambda_h^{i-(c-r)}}{i!(\mu + \eta)^i} \right]^{-1} \quad \dots (2)$$

**[बी] ग्राहकों की सीमित संख्या के साथ मॉडल (एफएसएम)**

इस मॉडल में ग्राहकों की संख्या सीमित के रूप में ली गई है, तथा स्थाई स्थिति M की प्रायिकता निम्नलिखित समीकरणों द्वारा दी जाती हैं :

$$P_i = \begin{cases} \frac{\binom{M}{i} \lambda^i}{(\mu + \eta)^i} P_0, & 0 \leq i \leq c-r \\ \frac{\binom{M}{i} \lambda^{c-r} \lambda_h^{i-(c-r)}}{(\mu + \eta)^i} P_0, & c-r+1 \leq i \leq c+r \end{cases} \quad \dots (3)$$

$$\text{जहाँ } P_0 = \left[ \sum_{i=0}^{c-r} \frac{\binom{M}{i} \lambda^i}{(\mu + \eta)^i} + \sum_{i=c-r+1}^{c+r} \frac{\binom{M}{i} \lambda^{c-r} \lambda_h^{i-(c-r)}}{(\mu + \eta)^i} \right]^{-1} \quad \dots (4)$$

दोनों मॉडलों के लिए नए और हैंड ऑफ कॉल की अवरुद्ध प्रायिकता की गणना निम्नलिखित द्वारा की गई है

$$B_n = \sum_{i=c-r}^{c+r} P_i \text{ और } B_h = P_{c+r} \quad \dots (5)$$

#### 4. सेलुलर नेटवर्क में इष्टतम चैनल आबंटन

पिछले अनुच्छेद में हमने सेलुलर नेटवर्क पर केवल एक प्रकार के यातायात के साथ चर्चा की है। अब, हम एकीकृत यातायात के साथ सेलुलर सिस्टम पर ध्यान केंद्रित करेंगे। इस अनुभाग का उद्देश्य एकीकृत ट्रैफिक वाले सेलुलर नेटवर्क में विभिन्न कॉल के लिए सेल में आवंटित चैनलों की इष्टतम संख्या के निर्धारण का लक्ष्य है। चार प्राथमिकता चैनल नियतन योजनाओं पर विचार किया गया है जिसके लिए इष्टतम चैनल आबंटन किया गया है। योजना 1 में एक निश्चित संख्या में चैनल हैंड-ऑफ कॉल के लिए विशेष रूप से आरक्षित हैं। अधिक से अधिक हैंड-ऑफ वॉयस कॉल उपयोगकर्ताओं को समायोजित करने और इन कॉलों को अवरुद्ध होने से रोकने के लिए, योजना 2 में हैंड-ऑफ वॉयस प्रयासों के लिए सीमित ठहराव (बफर) का प्रावधान

है। योजना 3 में हैंड ऑफ कॉल के लिए आरक्षित चैनल यदि उपलब्ध हो तो कम हैंड-ऑफ यातायात की स्थिति में नई कॉलों के लिए भी प्रयोग की जा सकती हैं। योजना 4 में अधिक आवाज (वॉइस) कॉलों को समायोजित करने के लिए आरक्षित चैनलों की सब-रेटिंग, की गई है। हम सेलुलर नेटवर्क में एक समान आकार के हेक्सागोनल (षटकोणीय) कोशिकाओं के समूह पर विचार करते हैं। नेटवर्क में यातायात समान वितरित नहीं है और इसमें दो प्रकार की कॉल शामिल हैं, नामतः वॉयस कॉल और डेटा कॉल। सभी कॉलों की आगमन क्षमता को प्वासॉ माना गया है और सेवा के समय को चरघातांकी आबंटित किया गया है। साथ ही, औसत कॉल होल्डिंग समय, कॉल गिरावट का समय और कॉल रुकावट समय चर घातांकी वितरण का पालन करते हैं।

गणितीय मॉडल को तैयार करने के लिए निम्नलिखित संकेतों का उपयोग किया गया है:

C	किसी सेल को आबंटित चैनलों की संख्या
TC	क्लस्टर को आबंटित चैनलों की संख्या
r	हैंडऑफ कॉल के लिए आरक्षित चैनलों की संख्या
s	दोनों प्रकार की कॉलों की सेवा करने वाले चैनलों की संख्या
N	हैंडऑफ वॉइस कॉल के लिए बफर आकार
$1/\mu_0$	औसत कॉल होल्डिंग समय
$1/\mu_D$	औसत कॉल-गिरावट का समय
$1/\eta$	प्रत्येक पोर्टेबल का औसत सेल निवास समय
$\lambda_{j,nv}$ ( $\lambda_{j,nd}$ )	'j' सेल में नई आवाज़ (नया डेटा) कॉल के लिए आगमन दर, (j = 1,2,...,K)
$\lambda_{j,hv}$ ( $\lambda_{j,hd}$ )	j, (j=1,2,...,K) सेल में हैंड ऑफ वॉयस (हैंड ऑफ डेटा) के लिए आगमन दरें कॉल करती हैं
$\Lambda_{j,n}$	नई कॉल की आगमन दर, $\Lambda_{j,n}=\lambda_{j,nv} +\lambda_{j,nd}$ , (j=1,2,...,K)
$\Lambda_{j,h}$	हैंड ऑफ कॉल की आगमन दर, $\Lambda_{j,h}=\lambda_{j,hv} +\lambda_{j,hd}$ , (j=1,2,...,K)
$\Lambda_j$	'j' सेल में कॉल की आगमन दर; $\Lambda_j=\Lambda_{j,n}+ \Lambda_{j,h}$ , (j=1,2,...,K)
$P_{j,0}$	स्थिर स्थिति 'j' की प्रायिकता जबकि सेल में कोई कॉल नहीं है
$P_{j,n}$	स्थिर स्थिति 'j' की प्रायिकता जबकि सेल में 'n' कॉल हैं
$B_{j,n}$	'j' सेल में नई कॉल की अवरुद्ध होने की प्रायिकता, (j=1,2,...,K)
$B_{j,h}$	'j' सेल में हैंडऑफ डेटा कॉल की अवरुद्ध होने की प्रायिकता, (j=1,2,...,K)
$B_{j,h}$	'j' सेल में हैंडऑफ वॉयस कॉल की अवरुद्ध होने की प्रायिकता, (j=1,2,...,K)
B	कुल मिलाकर अवरुद्ध होने की प्रायिकता
CL	कैरी लोड

सरलता के लिए, हमने प्रत्यय 'j' (suffice) हटा दिया है।

#### 4.1 चैनल नियतन स्कीम

इस अनुच्छेद में हम सभी चार प्राथमिकता चैनल नियतन योजनाओं पर चर्चा करेंगे।

##### चैनल नियतन स्कीम 1 (सीएस 1)

सेलुलर संचार प्रणालियों में नई कॉल की तुलना में चल रही कॉल को प्राथमिकता देना महत्वपूर्ण है। इस योजना में कुल  $c$  चैनलों में  $r$  चैनल केवल हैंड-ऑफ कॉल की सेवा के लिए आरक्षित हैं। शेष  $s = c-r$  चैनल नए और हैंड-ऑफ कॉल दोनों की सेवा करते हैं। इस योजना के लिए स्थाई स्थिति प्रायिकताएँ नीचे दी गई हैं:

$$P_n = \begin{cases} \frac{\Lambda^n}{n!(\mu_0 + \eta)^n} P_0, & 0 \leq n \leq s \\ \frac{\Lambda^s \Lambda_h^{n-s}}{n!(\mu_0 + \eta)^n} P_0, & s+1 \leq n \leq C \end{cases} \quad \dots (6)$$

जहाँ

$$P_0 = \left[ \sum_{n=0}^s \frac{\Lambda^n}{n!(\mu_0 + \eta)^n} + \sum_{n=s+1}^C \frac{\Lambda^s \Lambda_h^{n-s}}{n!(\mu_0 + \eta)^n} \right]^{-1} \quad \dots (7)$$

इस योजना के लिए अवरुद्ध प्रायिकताएँ और संवाहित भार (carried load) निम्नानुसार प्राप्त किए गए हैं :

- नई कॉल की अवरुद्ध प्रायिकता :

$$B_n = \sum_{n=s}^C P_n \quad \dots (8)$$

- हैंड ऑफ डेटा और वॉइस कॉल की अवरुद्ध प्रायिकताएँ हैं

$$B_{hd} = B_{hv} = B_h = P_C \quad \dots (9)$$

- कुल अवरुद्ध कॉल की प्रायिकता :

$$B = \frac{\Lambda_n B_n + \Lambda_h B_h}{\Lambda} \quad \dots (10)$$

- संवाहित भार :

$$CL = \frac{\Lambda_n(1 - B_n) + \Lambda_h(1 - B_h)}{\Lambda} \quad \dots (11)$$

##### चैनल नियतन स्कीम 2 (सीएस 2)

इस योजना में आकार  $N$  के एक सीमित बफर, दोनों प्रकार के हैंड-ऑफ कॉल के लिए  $r$  चैनलों को आरक्षित करने के साथ-साथ हैंड-ऑफ वॉइस कॉल को अवसर प्रदान किया जाता है। हैंड-ऑफ कॉल, सीमित बफर में प्रतीक्षा करते हैं जब तक कि चैनल मुक्त न हो जाए। डेटा कॉल को बफर में संग्रहीत करने की अनुमति नहीं है। सीएस 2 के लिए स्थिर स्थिति प्रायिकता निम्नलिखित है :

$$P_n = \begin{cases} \frac{\Lambda^n}{n!(\mu_0 + \eta)^n} P_0, & 0 \leq n \leq s \\ \frac{\Lambda^s \Lambda_h^{n-s}}{n!(\mu_0 + \eta)^n} P_0, & s+1 \leq n \leq C \\ \frac{\Lambda^s \Lambda_h^r \lambda_{hv}^{n-C}}{C!(\mu_0 + \eta)^C \prod_{j=0}^{n-C} [C(\mu_0 + \eta) + j(\mu_D + \eta)]} P_0, & C+1 \leq n \leq C+N \end{cases} \quad \dots(12)$$

जहां पर

$$P_0 = \left[ \sum_{n=1}^s \frac{\Lambda^n}{n!(\mu_0 + \eta)^n} + \sum_{n=s+1}^C \frac{\Lambda^s \Lambda_h^{n-s}}{n!(\mu_0 + \eta)^n} + \frac{\Lambda^s \Lambda_h^r}{C!(\mu_0 + \eta)^C} \sum_{n=C+1}^{C+N} \frac{\lambda_{hv}^{n-C}}{\prod_{j=0}^{n-C} [C(\mu_0 + \eta) + j(\mu_D + \eta)]} \right]^{-1} \quad \dots(13)$$

अब, हम क्षमता सूचकांक निम्नानुसार प्राप्त करते हैं:

- नई कॉल को अवरुद्ध करने की प्रायिकता है -

$$B_n = \sum_{n=s}^{C+N} P_n \quad \dots (14)$$

- हैंडऑफ डेटा कॉल के अवरुद्ध होने की प्रायिकता है -

$$B_{hd} = \sum_{n=C}^{C+N} P_n \quad \dots(15)$$

- हैंडऑफ वॉइस कॉल की अवरुद्ध होने की प्रायिकता है -

$$B_{hv} = P_{C+N} \quad \dots(16)$$

- कॉल अवरुद्ध होने की कुल प्रायिकता है -

$$B = \frac{\Lambda_n B_n + \lambda_{hd} B_{hd} + \lambda_{hv} B_{hv}}{\Lambda} \quad \dots(17)$$

- संवाहित भार निम्न से दिया जाता है-

$$CL = \frac{\Lambda_n (1 - B_n) + \lambda_{hd} (1 - B_{hd}) + \lambda_{hv} (1 - B_{hv})}{\Lambda} \quad \dots (18)$$

**चैनल नियतन योजना 3 (सीएस 3)**

जब नेटवर्क पर भारी ट्रैफिक होता है और संवाहित यातायात में समाहित करना कठिन हो जाता है, तो अलग-अलग प्रकार से नई कॉलों की सेवा करने के लिए आवश्यकता हो जाती है। इस योजना में हैंडओवर कॉल के कम यातायात के मामले में नई कॉल  $r$  आरक्षित चैनलों का भी उपयोग कर सकती हैं। इस उद्देश्य के लिए, निम्न आरक्षित चैनल उपलब्धता फलन का उपयोग किया गया है-

$$f(i) = \frac{1}{2\sqrt{i}}, \text{ जहां } i = 1, 2, \dots, r.$$

अब, हमें प्राप्त होता है :

$$P_n = \begin{cases} \frac{\Lambda^n}{n!(\mu_0 + \eta)^n} P_0, & 0 \leq n \leq s \\ \frac{\Lambda^s \prod_{i=s+1}^n \{\Lambda_h + f(i-s)\Lambda_n\}}{n!(\mu_0 + \eta)^n} P_0, & s+1 \leq n \leq C \\ \frac{\Lambda^s \prod_{i=s+1}^C \{\Lambda_h + f(i-s)\Lambda_n\} \lambda_{hv}^{n-C}}{C!(\mu_0 + \eta)^C \prod_{j=0}^{n-C} [C(\mu_0 + \eta) + j(\mu_D + \eta)]} P_0, & C+1 \leq n \leq C+N \end{cases} \dots(19)$$

प्रायिकता का उपयोग करके, नई कॉल की अवरुद्धता प्राप्त होती है :

$$B_n = \sum_{n=s}^C P_n \{1 - f(n-s)\} + \sum_{n=C+1}^{C+N} P_n \dots(20)$$

योजना क्षमता सीएएस 2 के अनुसार दिए गए समान सूत्रों का उपयोग करके अन्य क्षमता उपायों को प्राप्त किया गया है।

#### चैनल नियतन योजना 4 (सीएएस 4)

इस योजना में पिछली योजना (सीएएस 3) में चलती हुई वार्ता के प्रयासों की सेवा करने की अपनी क्षमता को और अधिक बढ़ाकर बेहतर किया गया है। योजना सीएएस 4, योजना सीएएस 3 में सबरेटिंग को सम्मिलित करने का परिणाम है। यहां, एक आरक्षित चैनल बराबर आवृत्ति के दो चैनलों में बांटा गया है, इस प्रकार एक नया चैनल बन जाता है, जो अपर्याप्त लेकिन स्वीकार्य गुणवत्ता पर चलती हुई वार्ता को समाहित करता है। नया चैनल तभी बनाया जाता है जब सभी  $c$  चैनल व्यस्त होते हैं और एक नई चलती हुई वार्ता को समाहित करने का प्रयास किया जाता है।

$$P_n = \begin{cases} \frac{\Lambda^n}{n!(\mu_0 + \eta)^n} P_0, & 0 \leq n \leq s \\ \frac{\Lambda^s \prod_{i=s+1}^n \{\Lambda_h + f(i-s)\Lambda_n\}}{n!(\mu_0 + \eta)^n} P_0, & s+1 \leq n \leq C \\ \frac{\Lambda^s \prod_{i=s+1}^C \{\Lambda_h + f(i-s)\Lambda_n\} \prod_{l=C+1}^n \{\lambda_{hv} + f(l-C)\lambda_{nv}\}}{n!(\mu_0 + \eta)^n} P_0, & C+1 \leq n \leq C+r \\ \frac{\Lambda^s \prod_{i=s+1}^C \{\Lambda_h + f(i-s)\Lambda_n\} \prod_{l=C+1}^{C+r} \{\lambda_{hv} + f(l-C)\lambda_{nv}\} \lambda_{nv}^{n-C-r}}{(C+r)!(\mu_0 + \eta)^{(C+r)} \prod_{j=0}^{n-C} [(C+r)(\mu_0 + \eta) + j(\mu_D + \eta)]} P_0, & C+r+1 \leq n \leq C+r+N \end{cases} \quad \dots (21)$$

यहां  $P_0$  की गणना निम्न सामान्यीकरण प्रतिबद्धता का उपयोग करके की गई है :

$$\sum_{n=1}^{C+r+N} P_n = 1 \quad \dots (22)$$

इस योजना में हम विभिन्न क्षमता सूचकांक निम्नानुसार प्राप्त करते हैं:

- नई कॉल की अवरुद्धता की प्रायिकता है -

$$B_n = \sum_{n=s}^C P_n \{1 - f(n-s)\} + \sum_{n=C+1}^{C+r} P_n \{1 - f(n-C)\} + \sum_{n=C+r+1}^{C+r+N} P_n \quad \dots (23)$$

- हैंडऑफ डेटा कॉल और हैंडऑफ वॉइस कॉल को अवरुद्ध करने की क्रमशः प्रायिकता

$$B_{hd} = \sum_{n=C}^{C+r+N} P_n \quad \text{और} \quad B_{hv} = P_{C+r+N} \quad \text{है।} \quad \dots (24)$$

## 4.2 इष्टतम चैनल आबंटन

हम प्रत्येक सेल में चैनलों की इष्टतम संख्या की गणना करने के लिए एक अरेखीय पूर्णाकीय प्रोग्रामिंग समस्या (एनएलआईपीपी) तैयार करते हैं जो कुल चलती वार्ता के अवरुद्ध होने की प्रायिकता को कम करती है :

NLIPP:

$$\text{न्यूनतम BH} = \sum_{j=1}^K \frac{\lambda_{j,hv}}{\Gamma} B_{j,hv}(s_j, r_j) + \sum_{j=1}^K \frac{\lambda_{j,hd}}{\Gamma} B_{j,hd}(s_j, r_j) \quad \dots (25)$$

$$\text{जहां प्रतिबंध हैं, } B_{j,n}(s_j, r_j) \leq B_{\max} \quad j = 1, 2, \dots, k \quad \dots (26)$$

$$\sum_{j=1}^K (s_j + r_j) \leq TC \quad \dots (27)$$

$s_j, r_j \geq 0, s_j, r_j$  ( $j = 1, 2, \dots, K$ ) पूर्णांक हैं।

यहां  $B_{max}$  सेवा के ग्रेड (जीओएस) का न्यूनतम स्तर दोनों प्रकार की कॉल को संतुष्ट होने के लिए है। NLIPP को हल करने के लिए हमने ह्यूरिस्टिक दृष्टिकोण के आधार पर पृथक आबंटन योजना का उपयोग किया है।

## 5. संख्यात्मक चित्रण

हम विश्लेषणात्मक परिणामों का उपयोग करके मॉडल आईएसएम और एफएसएम के क्षमता उपायों का निर्धारण करते हैं। उदाहरण के लिए, हम  $C = 30$ ,  $r = 2$  मान रहे हैं और चलती हुई वार्ता की आगमन क्षमता नई कॉल की क्षमता का 20% है, अर्थात्  $\lambda_n = 20\% \lambda_n$  आईएसएम के लिए हमने  $\mu$  को 0.015 और  $\eta$  को 0.006 माना है। एफ एस एम के लिए  $\eta = 0.6$ ,  $\mu = 0.15$  और  $M = 46$  माने गये हैं।

चित्र 1 (a) और 1 (b) क्रमशः आईएसएम के  $B_n$  और  $B_h$  के लिए विश्लेषणात्मक परिणाम प्रदर्शित करते हैं। इसी प्रकार, एफएसएम के लिए  $B_n$  और  $B_h$  चित्र 2 (a) और 2 (b) में दिखाए गये हैं। इन चित्रों में न्यूरो अस्फुट ग्राफ को भी दर्शाया गया है।

स्पष्ट है, दोनों मॉडलों के लिए  $B_n$  और  $B_h$  दोनों में  $\lambda_n$  साथ में वृद्धि हुई है।

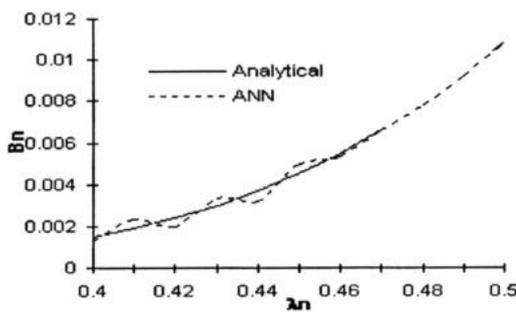
चित्र 3 (a) - 3 (d)  $C$  और  $r$  के विभिन्न मानों के लिए ISM और FSM के लिए  $B_n$  और  $B_h$  के संख्यात्मक परिणाम प्रदर्शित करते हैं। हम देखते हैं कि दोनों मॉडल ISM और FSM के लिए,  $B_n$ , कुल चैनलों की संख्या  $C$  के साथ घटता है और  $r$  के साथ बढ़ता है। इसके अलावा,  $B_h$ ,  $r$  के साथ घटता है और  $C$  के साथ लगभग स्थिर है।

$\eta = 0.4$  और  $n = 10$  लेकर हैंड ऑफ डेटा कॉल और चलती वार्ता के अन्तर की अवरुद्धता प्रायिकता की गणना सात कोशिकाओं के सेलुलर क्लस्टर के लिए अर्थात्,  $k = 7$  के लिए की गई है। प्रत्येक सेल में नई कॉल की आगमन क्षमता यादृच्छिक रूप से उत्पन्न होती है और चलती वार्ता की आगमन क्षमता नए कॉलों की क्षमता के 10% के रूप में ली गई है। हम चैनलों की कुल संख्या के विभिन्न मानों के लिए, तालिका 1-2  $B_{max} = 2\%$  के लिए क्रमशः सीएस 3 एवं सीएस 4 के लिए इष्टतम आबंटन योजना का उपयोग करके प्रत्येक सेल में आबंटित चैनलों (अनारक्षित चैनल + आरक्षित चैनल) की इष्टतम संख्या ज्ञात करते हैं। चित्र 4 हैंड ऑफ डेटा कॉल की अवरुद्ध प्रायिकता पर TC के प्रभाव को दर्शाता है। हमें पता चलता है कि  $B_{hd}$  सीएस 1-सीएस 4 की सभी चार योजनाओं में TC बढ़ने के कारण घट जाती है जो काफी स्पष्ट है। इसके अलावा, यह देखा जा सकता है कि सीएस 1 और सीएस 2 के लिए ग्राफ एक दूसरे के साथ मेल खाते हैं। यही कारण है कि सीएस 2 में हैंड ऑफ डेटा कॉल की अच्छी तरह सर्विस दी जाती है।

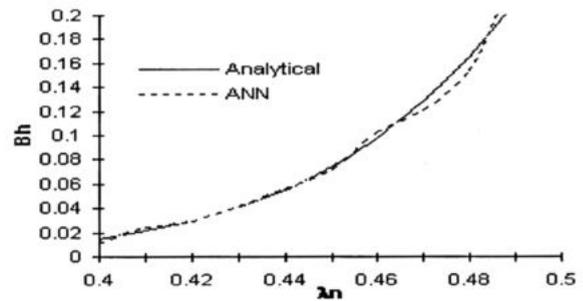
इसी प्रकार बफर को केवल सीएएस 2 में हैंड ऑफ वॉइस कॉल के लिए प्रदान किया जाता है। इसलिए, सीएएस 2 में हैंड-ऑफ डेटा प्रयासों को अवरुद्ध करने में कोई बदलाव नहीं है। हम यह भी देखते हैं कि  $B_{hd}$  के एक विशेष मान के लिए  $B_{hd}$  (सीएएस 1) =  $B_{hd}$  (सीएएस 2) <  $B_{hd}$  (सीएएस 3) <  $B_{hd}$  (सीएएस 4)। ऐसा इसलिए है क्योंकि सीएएस 3 में सीमित बफर प्रदान करके वॉइस कॉल को प्राथमिकता दी जाती है, जो उनके अवरोध को कम करता है और साथ ही हैंड ऑफ डेटा कॉल को अवरुद्ध करता है। सीएएस 4 योजना में इस अवरोध को और बढ़ाया गया है। परिणामस्वरूप हैंड-ऑफ डेटा कॉल को अवरुद्ध करने में उल्लेखनीय वृद्धि हुई है।

## 6. निष्कर्ष

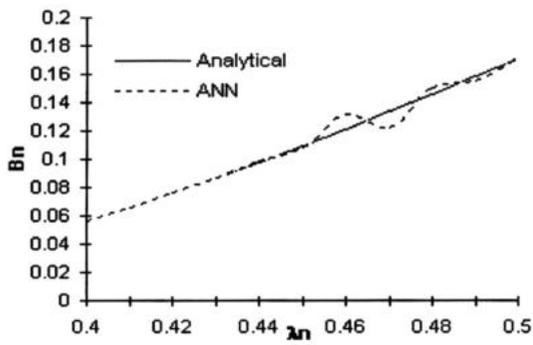
इस अध्ययन में हमने सेलुलर नेटवर्क के क्षमता प्रदर्शन से संबंधित कुछ महत्वपूर्ण मुद्दों पर चर्चा की है। इसके अलावा, एकीकृत आवाज और डेटा यातायात वाले सेलुलर नेटवर्क में हैंड ऑफ कॉल के लिए आरक्षित होने वाले चैनलों की इष्टतम संख्या निर्धारित करने के लिए एक पुनरावृत्त एल्गोरिथ्म का सुझाव दिया है। एक सेल में आरक्षित और अनारक्षित चैनलों का इष्टतम आबंटन क्लस्टर में हैंड ऑफ कॉल की समग्र अवरोध संभावना को कम करने के लिए किया गया है। इस उद्देश्य के लिए, चार प्राथमिकता चैनल आबंटन योजनाओं पर विचार किया गया है। सभी योजनाओं को हैंड ऑफ कॉलों की अच्छी गुणवत्ता प्रदान करने के लिए रीयल टाइम वायर लेस सिस्टम में सफलता पूर्वक नियोजित किया जा सकता है क्योंकि सभी योजनाएं केवल हैंड ऑफ कॉल प्रयासों को पूरा करने के लिए चैनलों की एक निश्चित संख्या आरक्षित करती हैं। भारी यातायात की स्थिति से निपटने के लिए, योजनाएं सीएएस 3 और सीएएस 4 का उपयोग यहां से किया जा सकता है, जिसमें नए कॉल में आरक्षित चैनलों का उपयोग करने की सुविधा भी है। यह निष्कर्ष निकाला गया है कि योजना सीएएस 4 सभी योजनाओं में सबसे अच्छी है क्योंकि यह हल्के और भारी यातायात दोनों के साथ कुशलता से निपट सकती है और दोनों प्रकार की हैंड-ऑफ कॉल को एक वांछनीय सीमा तक अवरुद्ध कर सकती है।



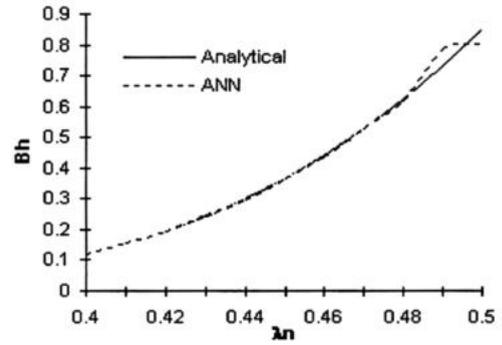
चित्र 1(a): आई.एस.एम. (ISM) के लिए  $B_n$  बनाम  $\lambda_n$



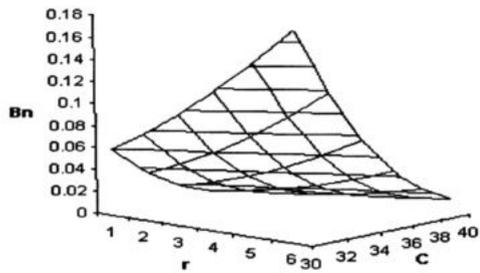
चित्र 1(b): ISM के लिए  $B_h$  बनाम  $\lambda_n$



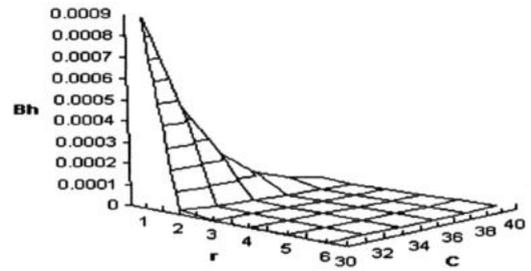
चित्र 2(a): एफ.एस.एम. (FSM) के लिए  $B_n$  बनाम  $\lambda n$



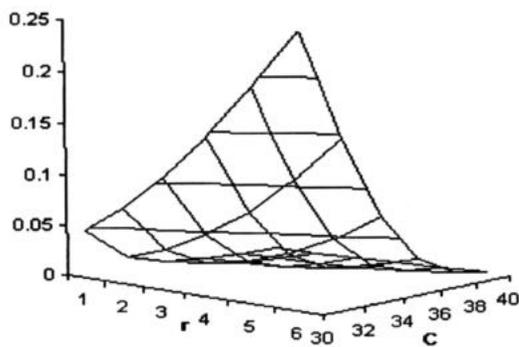
चित्र 2(b): ISM के लिए  $B_h$  बनाम  $\lambda n$



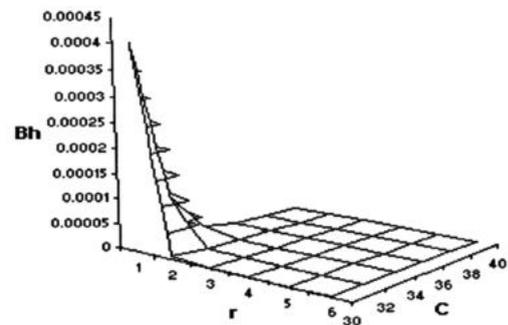
चित्र 3(a): ISM के लिए  $B_n$  बनाम  $c$  और  $r$



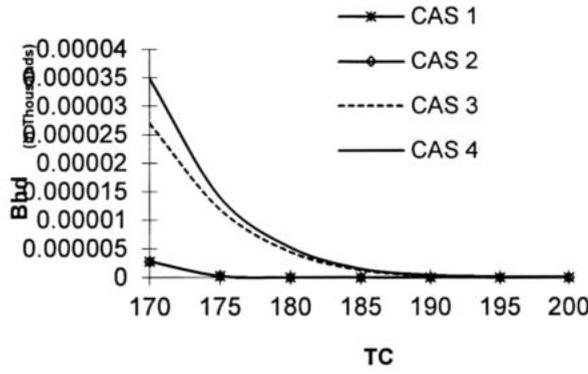
चित्र 3(b): ISM के लिए  $B_h$  बनाम  $c$  और  $r$



चित्र (c): FSM के लिए  $B_n$  बनाम  $c$  और  $r$



चित्र (d): FSM के लिए  $B_h$  बनाम  $c$  और  $r$



चित्र 4: विभिन्न योजनाओं के लिए  $B_{hd}$  बनाम TC

तालिका 1: सीएस 3 (CAS 3) के लिए इष्टतम चैनल आवंटन और प्रदर्शन सूचकांक

TC	(s*,r*)	$B_n$	$B_{hd}$	$B_{nv}$	B	CL
170	(25,2)	0.01817	1.34E-03	2.19E-22	0.01659	0.98572
	(27,1)	0.00205	4.08E-03	5.33E-20	0.00202	0.98303
	(19,1)	0.00265	5.29E-03	1.35E-20	0.00263	0.98437
	(22,1)	0.00287	5.73E-03	1.00E-21	0.00293	0.98391
	(15,1)	0.00259	5.16E-03	2.80E-20	0.00252	0.98350
	(25,2)	0.00324	1.24E-03	5.04E-20	0.00298	0.98657
	(28,1)	0.00207	4.14E-03	2.11E-20	0.00207	0.98315
180	(25,3)	0.01837	2.85E-04	3.31E-23	0.01671	0.98572
	(27,2)	0.00272	1.05E-03	9.83E-21	0.00251	0.98303
	(19,2)	0.00344	1.24E-03	2.05E-21	0.00318	0.98438
	(23,2)	0.00225	8.26E-04	6.70E-23	0.00210	0.98391
	(16,2)	0.00167	5.34E-04	1.04E-21	0.00153	0.98350
	(25,3)	0.00342	2.63E-04	7.56E-21	0.00312	0.98657
	(28,3)	0.00292	2.32E-04	6.30E-22	0.00267	0.98315
190	(25,4)	0.01841	5.28E-05	4.39E-24	0.01673	0.98572
	(27,4)	0.00290	4.15E-05	2.06E-22	0.00264	0.98303
	(19,4)	0.00364	3.96E-05	2.85E-23	0.00331	0.98438
	(23,4)	0.00239	2.80E-05	1.11E-24	0.00217	0.98391
	(16,3)	0.00173	8.74E-05	1.06E-22	0.00158	0.98350
	(25,4)	0.00346	4.83E-05	9.98E-22	0.00314	0.98657
	(28,4)	0.00296	4.37E-05	8.75E-23	0.00269	0.98315
200	(25,6)	0.01841	1.31E-06	5.80E-26	0.01674	0.98572
	(27,5)	0.00291	6.90E-06	2.53E-23	0.00265	0.98303

	(19,5)	0.00365	5.82E-06	2.84E-24	0.00331	0.98438
	(23,5)	0.00239	4.27E-06	1.20E-25	0.00218	0.98391
	(16,4)	0.00174	1.22E-05	9.39E-24	0.00158	0.98351
	(25,6)	0.00346	1.18E-06	1.30E-23	0.00315	0.98659
	(28,6)	0.00296	1.14E-06	1.27E-24	0.00269	0.98315

तालिका 2: सीएस 4 (CAS 4) के लिए इष्टतम चैनल आवंटन और प्रदर्शन सूचकांक

TC	(s*,r*)	B <sub>n</sub>	B <sub>hd</sub>	B <sub>nv</sub>	B	CL
170	(25,2)	0.01826	1.52E-03	1.30E-24	0.01669	0.98572
	(27,1)	0.00244	4.87E-03	7.47E-21	0.00240	0.98303
	(19,1)	0.00309	6.17E-03	1.47E-21	0.00306	0.98438
	(22,1)	0.00323	6.46E-03	8.66E-23	0.00330	0.98391
	(16,0)	0.00002	9.42E-03	5.11E-20	0.00032	0.98350
	(25,2)	0.00340	1.56E-03	9.00E-22	0.00313	0.98658
	(28,1)	0.00243	4.86E-03	2.72E-21	0.00243	0.98315
180	(25,3)	0.01839	3.23E-04	1.01E-26	0.01673	0.98572
	(27,2)	0.00283	1.27E-03	1.36E-22	0.00262	0.98303
	(19,2)	0.00356	1.46E-03	1.67E-23	0.00329	0.98438
	(23,2)	0.00231	9.31E-04	3.31E-25	0.00215	0.98391
	(16,2)	0.00172	6.32E-04	8.01E-24	0.00158	0.98350
	(25,3)	0.00345	3.28E-04	1.21E-23	0.00315	0.98657
	(28,3)	0.00295	2.76E-04	5.37E-25	0.00269	0.98315
190	(25,4)	0.01841	5.95E-05	5.81E-29	0.01674	0.98572
	(27,4)	0.01447	5.01E-05	3.61E-25	0.01315	0.98303
	(19,4)	0.00365	4.61E-05	6.83E-28	0.00332	0.98438
	(23,4)	0.00239	3.13E-05	1.00E-29	0.00218	0.98391
	(16,3)	0.00174	1.03E-04	4.63E-26	0.00158	0.98350
	(25,4)	0.00346	5.98E-05	1.20E-25	0.00315	0.98657
	(28,4)	0.01455	5.87E-05	3.31E-24	0.01323	0.98315
200	(25,6)	0.01841	1.48E-06	3.85E-29	0.01674	0.98572
	(27,5)	0.01447	1.44E-05	4.31E-24	0.01316	0.98303
	(19,6)	0.00365	8.85E-07	9.75E-33	0.00332	0.98438
	(23,5)	0.00239	4.76E-06	3.69E-32	0.00218	0.98391
	(16,5)	0.00174	1.75E-06	6.21E-31	0.00158	0.98350
	(25,6)	0.01729	1.60E-06	2.36E-25	0.01572	0.98657
	(28,4)	0.01455	5.87E-05	3.31E-24	0.01323	0.98315

## संदर्भ

1. Chowdhury KR, Nandiraju N, Chanda P, Agrawal DP Zeng Q (2009) Channel allocation and medium access control for wireless sensor networks. *Ad Hoc Networks* 7(2):307-321.
2. Jain M (2003) Prioritized handover request in cellular radio system with subrating for intrgrated voice/data traffic. *IETE Journal of Research* 49(6):378-398.
3. Jain M (2005) Channel allocation policy in cellular radio network. *Applied Mathematical Modelling* 29(1):65-83.
4. Jain M, Rakhee (2001) Queueing analysis for PCS with integrated traffic and subrating channel assignment scheme. *J Comput Sci Inform* 31(2):1-8.
5. Jain M, Rakhee (2003) Priority based channel assignment scheme for PCS with integrated traffic. *J Comput Sci Inform* 33(1):8-18.
6. Jain M Kriti Priya and Rakhee (2003) Optimal channel allocation in cellular systems. *J Infor Commun Tech* 2(2):41-64.
7. Jain M, Sharma GC, Saraswat VK (2003) Channel assignment schemes for PCS with cutoff priority and subrating. *Int J Inform Comp Sci* 6 (2):46-56.
8. Krishna PV, Iyengar NCSN (2008) Optimal channel allocation algorithm with efficient channel reservation for cellular networks. *Int J Commun Networks Distri Syst* 1(1):33-51.
9. Tang S, Li W (2007) Performance analysis of a channel allocation scheme for multi-service mobile cellular networks. *Int J Commun Syst* 20:177-205.

## सॉफ्टवेयर विकास परिवेश में स्क्रम (Scrum) की महत्ता व उपयोगिता

आशीष अग्रवाल

कंप्यूटर साइन्स विभाग

श्री राम मूर्ति स्मारक कॉलेज ऑफ इंजीनियरिंग एवं टेक्नोलॉजी, बरेली

agarwal.ashish01@gmail.com

### सार

स्क्रम, एजाइल सॉफ्टवेयर विकास का एक तरीका है जो आज लोगों और पेशेवरों के बीच चर्चा का विषय है। कई अन्य सॉफ्टवेयर विकास और प्रबंधन प्रक्रियाओं के विपरीत, स्क्रम एक ढांचा है जो एक पुनरावर्तक और वृद्धिशील दृष्टिकोण का समर्थन करता है। ग्राहकों की बदलती आवश्यकताओं को ध्यान में रखते हुए स्क्रम विधि को बनाया गया था, और इसलिए स्क्रम ने न केवल सॉफ्टवेयर विकास में हाल में आवश्यकताओं के इष्टतमता का समर्थन किया है बल्कि यह स्वयं संगठित तरीके के काम का भी समर्थन करता है। स्क्रम की उपयोगिता को देखते हुए लेखक ने इस लेख में स्क्रम कार्यान्वयन में वर्तमान कार्य और अनुकूलन को खोजने के लिए स्क्रम पर समीक्षा की है। यह लेख स्क्रम और ऐसी ही अन्य विधियों के विकास में रुचि रखने वाले अन्य पेशेवरों के लिए उपयोगी होगा।

**कुंजी शब्द :** स्क्रम विधि, एजाइल सॉफ्टवेयर, कैनबेन।

### 1. प्रस्तावना

सॉफ्टवेयर गुणवत्ता हमेशा सॉफ्टवेयर डेवलपर्स और ग्राहकों के लिए मुख्य विषय रहा है। यह केवल तभी प्राप्त किया जा सकता है जब हमारा सॉफ्टवेयर प्रोजेक्ट प्रबंधन ढांचा एक दम उपयुक्त हो और पुराने ढांचे में सुधार के लिए नए विचार दिन-प्रतिदिन आएँ। स्क्रम [1],[3] इन नए विचारों में से एक है। 2001 [2] से एजाइल घोषणापत्र की घोषणा के साथ, स्क्रम ने सॉफ्टवेयर उद्योग के साहित्य में अपनी स्थिति बनाई है। स्क्रम

उन परिस्थितियों में परियोजना प्रबंधन पर केंद्रित है जहां आगे की योजना बनाना मुश्किल है। सॉफ्टवेयर को एक स्व-आयोजन टीम द्वारा, वृद्धि (जिसे 'स्पिंट' कहा जाता है) द्वारा विकसित किया जाता है, जो योजना बनाने से शुरू और समाप्त होने पर समीक्षा करने के पश्चात पूर्णतः समाप्त होता है। निकाय में लागू होने वाली विशेषताएं बैकलॉग में पंजीकृत होती हैं फिर उत्पाद मालिक निर्णय लेता है कि निम्नलिखित स्पिंट में कौन सी बैकलॉग आइटम विकसित की जानी चाहिए। टीम के सदस्य रोज़ाना स्टैंड-अप

मीटिंग में अपने काम को समन्वित करते हैं। दैनिक स्क्रम बैठक पारदर्शिता लाती है और वितरित हितधारकों के बीच अनौपचारिक संचार को प्रोत्साहित करती है। स्पिंट्स लगातार ऑफसाइट काम की निगरानी का अवसर प्रदान करते हैं; स्पिंट प्लानिंग मीटिंग्स सामान्य लक्ष्यों की साझा समझ प्रदान करती हैं और कार्य जागरूकता में सुधार करती हैं और तथा स्पिंट 'डेमो' हितधारकों के मध्य पारदर्शिता लाता है और समस्याओं को जल्दी रोकने का प्रयत्न करता है [4]। टीम के सदस्यों के बीच एक खुली स्पिंट योजना प्रत्येक टीम के व्यक्ति को पूर्ण अवलोकन और ज्ञान प्रदान करती है।

राइजिंग और जान ऑफ [5] के मुताबिक, विवादित हितों की अराजकता को नियंत्रित करने के लिए एक टीम आधारित दृष्टिकोण चाहिए और इसके लिए स्क्रम जैसी एक अच्छी प्रक्रिया की जरूरत है। जब आवश्यकताएं तेजी से बदल रही हैं तो सिस्टम और उत्पादों को बढ़ाना आवश्यक है। स्क्रम संचार में सुधार और सहयोग को अधिकतम कर सकते हैं। यह विधि छोटी एकल परियोजनाओं से पूरे संगठनों [5] तक स्केलेबल है।

एक जटिल प्रणाली विकास परियोजना की सफलता के लिए इसे छोटे चरणों में लागू किया जाना चाहिए। प्रत्येक सफल उपलब्धि के स्पष्ट उपाय के साथ और विफलता की स्थिति में पिछले सफल कदम पर वापस रोल करने के विकल्प के साथ [6], इसे निम्नलिखित स्क्रम की गतिविधियों के साथ किया जा सकता है।

एजाइल पद्धतियों ने लोगों और उनकी प्रतिभा, कौशल और ज्ञान पर बड़ा जोर दिया,

यह सुझाव दिया कि फुर्तीले विकास के लिए प्रभावी टीम के सदस्य उत्तरदायी, सक्षम और सहयोगी होने चाहिए [7],[8],[9]। तालिका 1 में कुछ एजाइल की कुछ विधियों और उनके एक पंक्ति विवरण को दिखाया गया है-

तालिका 1. एजाइल तरीके और उनके विवरण [10]

पूरी टीम का विकास	हर किसी के विचारों का सम्मान करते हैं और प्रत्येक सदस्य को शामिल करते हैं।
जोड़ी प्रोग्रामिंग	एक कोडर और एक ही मॉड्यूल पर एक परीक्षक। 'दो दिमाग एक से बेहतर हैं।'
स्क्रम	वृद्धिशील दृष्टिकोण जो ग्राहक की बदलती आवश्यकताओं का स्वागत करते हैं।
चरम प्रोग्रामिंग (एक्सपी)	सभी स्तरों पर निरंतर एकीकरण और परीक्षण और जोखिम अनुमान।
कैनबेन	एक विशेष गतिविधि समय पर है और एक उत्पाद प्रदान करेगी।
नियोजन पोकर समूह गतिविधि (प्लानिंग पोकर)	किसी के विचारों को प्रभावित किए बिना परियोजना के दायरे का अनुमान लगाती है।
कोड रिफैक्टरिंग	बेहतर आउटपुट प्राप्त करने के लिए कोड की आंतरिक संरचना में सुधार करें।

स्क्रम की कुछ महत्वपूर्ण विधियाँ यहाँ परिभाषित की गई हैं-

**स्क्रम मास्टर-** यह "स्क्रम का मास्टर" नहीं है बल्कि ढांचे के भीतर एक भूमिका है। कुछ लोग गलत समझ सकते हैं, खासकर जब यह उत्पाद स्वामी की भूमिका से संबंधित है। स्क्रम मास्टर को यह सुनिश्चित करने के लिए जिम्मेदार माना जाता है कि स्क्रम मूल्यों और प्रथाओं को प्रोत्साहित किया जा रहा है और परियोजना की प्रगति को प्रभावित करने वाली बाधाओं को टीम से हटा दिया जाता है। यह व्यक्ति निर्देशन और नियंत्रण के बजाय कोचिंग और सुविधाएँ प्रदान करता है।

**उत्पाद स्वामी (प्रॉडक्ट ऑनर)-** यह एक विशिष्ट व्यक्ति होता है जिसके पास आमतौर पर उत्पाद बैकलॉग के माध्यम से परियोजनाओं के लिए व्यावसायिक प्राथमिकताओं को निर्धारित करने का अधिकार होता है। यह व्यक्ति आमतौर पर सीधे ग्राहक के साथ काम करता है।

**स्क्रम टीम-** इस टीम में आमतौर पर लोगों की संख्या 4 से 9 होती है और क्रॉस-फ़ंक्शनल और स्वयं-आयोजित होने की अपेक्षा की जाती है। स्प्रिंट बैकलॉग, स्प्रिंट प्लानिंग मीटिंग का एक आउटपुट है। इसमें उत्पाद बैकलॉग से प्राप्त स्प्रिंट के लिए कार्य शामिल हैं। यह "पूर्ण" परिभाषित करता है कि जब स्प्रिंट में उत्पाद बैकलॉग आइटम "करने" के लिए टीम का मतलब क्या होता है। स्प्रिंट बैकलॉग बर्न-डाउन स्प्रिंट में छोड़े गए समय में एक स्प्रिंट में स्प्रिंट बैकलॉग कार्य की मात्रा का एक ग्राफ है।

**स्प्रिंट-** स्प्रिंट एक महीने या उससे कम की एक पुनरावृत्ति है जो पूरे विकास प्रयासों का

विवरण है। केवल उत्पाद स्वामी के पास स्प्रिंट को रद्द करने का अधिकार है।

**स्प्रिंट योजना मीटिंग-** इसमें उत्पाद के मालिक, स्क्रम मास्टर और संपूर्ण स्क्रम टीम द्वारा भाग लिया जाता है। स्प्रिंट योजना मीटिंग के दौरान, उत्पाद स्वामी टीम को उच्च प्राथमिकता वाली विशेषताओं का वर्णन करता है। टीम पर्याप्त प्रश्न पूछती है ताकि वे उत्पाद बैकलॉग के उच्च स्तरीय उपयोगकर्ता के स्प्रिंट बैकलॉग को अधिक विस्तृत कार्यों में बदल सकें।

**स्प्रिंट रेट्रोस्पेक्टिव मीटिंग-** एक समय वाली बैठक है जहां टीम चर्चा करती है कि अंतिम स्प्रिंट में क्या अच्छा रहा और अगले स्प्रिंट के लिए क्या सुधार किया जा सकता है।

**दैनिक स्टैंड-अप मीटिंग-** यह प्रतिदिन एक समय पर होने वाली मीटिंग है स्प्रिंट लक्ष्य की ओर प्रगति का निरीक्षण करने की और अगले कार्य दिवस के मान को इष्टतम करने की वार्ता के लिए 15 मिनट की बैठक का उपयोग किया जाता है।

इस समीक्षा में निष्कर्ष निकाला गया है कि स्क्रम आज के युग की अवधारणा के बारे में सबसे ज्यादा महत्वपूर्ण बातों में से एक है। यह विधि न केवल कार्य करने का एक महत्वपूर्ण तरीका प्रदान करती है बल्कि स्वयं संगठित टीमों के समर्थन के साथ काम के लिए एक अच्छा वातावरण भी प्रदान करती है।

भविष्य में स्क्रम विधियों में अधिक परिवर्तन शोधकर्ता अन्य डोमेन पर स्क्रम लागू कर सकते हैं।

## संदर्भ

1. Hansen MT, Baggesen H (2009) From CMMI and isolation to Scrum, Agile Lean and collaboration. In Proceedings of Agile, 283-288.
2. Schwaber K, Beedle M (2001) Agile Software Development with Scrum, Prentice Hall, Upper Saddle River.
3. Paasivaara M, Durasiewicz S, Lassenius C (2009) Distributed Agile development: Using Scrum in a large project. Proceedings of ICGSE 195-204.
4. Tore Dyba, Torgeir Dingsøy (2008) Empirical studies of agile software development: A systematic review. Elsevier publications.
5. Rising L, Janoff N (2000) The Scrum software development process for small teams. IEEE Software, 17(4), 26-32.
6. Larman C, Basili VR (2003) Iterative and incremental development: A Brief History. IEEE Computer, 36(6):47-56.
7. Boehm B (2002) Get ready for agile methods, with care. IEEE Computer, 35(1):64-69.
8. Cockburn A, Highsmith J (2001) Agile software development: The people factor. IEEE Computer 34(11):131-133.
9. The State of Scrum (2013) Benchmarks and Guidelines, Scrum Alliance.
10. Agrawal A, Singh S, Tripathi M, Maurya LS (2014) Implementing agile in small organizations, IJICT, 4(7):687-692.

## सॉफ्टवेयर विश्वसनीयता विकास निदर्श के लिए इष्टतम परीक्षण समय

**मधु जैन**  
भारतीय प्रौद्योगिकी संस्थान,  
रुड़की  
madhufma@iitr.ernet.in

**प्रियंका अग्रवाल**  
एसआरएमआईएसटी, एनसीआर  
कैंपस, गाजियाबाद  
priyanka1354@gmail.com

**राहुल सोलंकी**  
एसआरएमआईएसटी, एनसीआर  
कैंपस, गाजियाबाद  
rs.solanki.78@gmail.com

### सार

सॉफ्टवेयर की जटिलता के कारण एक मॉड्यूल पर आधारित सॉफ्टवेयर परीक्षण किया जाना उचित नहीं है। सॉफ्टवेयर निकाय के पूरे घटकों के लिए, निकाय-परीक्षण समस्या की इष्टतमता हल करने हेतु औसत मूल्य कार्य, लागत, विश्वसनीयता, प्रयासों और सॉफ्टवेयर निकाय के अन्य सूचकांकों पर विचार किया जाता है। वर्तमान शोधपत्र में हम इष्टतम परीक्षण समय निर्धारित करने के मुद्दे को संबोधित करते रहे हैं ताकि सॉफ्टवेयर की कुल रखरखाव लागत को कम किया जा सके और विश्वसनीयता का वांछित स्तर प्राप्त किया जा सके। चूंकि सॉफ्टवेयर रखरखाव एक उपयोगी प्रक्रिया है जो सॉफ्टवेयर को उपयोगी रखने के लिए आवश्यक है, सॉफ्टवेयर की विमोचन (delivery) लागत निर्धारित करने के लिए एक संशोधित दृष्टिकोण पर चर्चा की गई है, जबकि रखरखाव चरण में किए गए खर्च के दौरान वारंटी प्रदान की जाती है और उसका विकास करने वाले व्यक्ति द्वारा भुगतान किया जाता है। संख्यात्मक आलेख विश्लेषणात्मक परिणामों की वैधता का समर्थन करते हैं।

**कुंजी शब्द:** सॉफ्टवेयर विकास, इष्टतम परीक्षण समय, वारंटी, विश्वसनीयता, अनुमान।

### 1. प्रस्तावना

जीवन के हर क्षेत्र में सॉफ्टवेयर की बढ़ती भूमिका पहले से अधिक विश्वास करने में सक्षम बनने के लिए आवश्यकताओं और अधिक लोगों के लिए यह जानना कि वे अपने सॉफ्टवेयर पर कितना भरोसा कर सकते हैं, दोनों को उत्पन्न करती है। सॉफ्टवेयर विश्वसनीयता और परीक्षण में शोध का महत्व आश्चर्यजनक नहीं है क्योंकि सॉफ्टवेयर के विकास में निरंतर वृद्धि के कारण उपयोगकर्ताओं के पास सॉफ्टवेयर के नए और अद्यतन संस्करण हैं। सॉफ्टवेयर से हमारा जीवन बहुत आसान हो गया है लेकिन सॉफ्टवेयर विकसित करना बहुत कठिन प्रक्रिया है। इसकी जटिलता के कारण, एक ही वातावरण में इसका परीक्षण संभव नहीं है। स्वतंत्र टीमों

को आधुनिक जटिल सॉफ्टवेयर निकाय के विभिन्न मॉड्यूल का परीक्षण करने के लिए नियुक्त किया जाता है।

सॉफ्टवेयर विश्वसनीयता विकास मॉडल की सहायता से सॉफ्टवेयर की भविष्य की विश्वसनीयता की भविष्यवाणी करने के लिए एक महत्वपूर्ण भूमिका निभाती हैं। देखा गया है कि सॉफ्टवेयर के मौजूदा दोष समाप्त हो रहे हैं किंतु वर्तमान विश्वसनीयता कम हो रही है। पॉपस्टोजनोवा और त्रिवेदी (2001) ने यह मानकर कि एसआरजीएम (SRGM) विभिन्न मॉड्यूल के लिए मिश्रित बंटन चरघातांकी एवं रेले का पालन करता है, इष्टतम सॉफ्टवेयर परीक्षण समय का आकलन करने के लिए आर्किटेक्चर आधारित दृष्टिकोण प्रस्तुत किया है। मॉड्यूलर आधारित सॉफ्टवेयर निकाय की लागत और विश्वसनीयता के लिए इष्टतम विमोचन नीतियों पर समय-समय पर कई शोधकर्ताओं (जैन एवं प्रिया, 2002; हुआंग, 2005; हुआंग एवं लो, 2006) द्वारा चर्चा की गई है। 2017 में किओयिंग और फॉम ने एक परीक्षण कवरेज फ़ंक्शन का उपयोग किया जिसमें अपूर्ण डिबगिंग और परिचालन पर्यावरण कारक शामिल थे। उन्होंने असली डेटा सेट का उपयोग करने का आग्रह किया क्योंकि ऑपरेटिंग वातावरण परीक्षण वातावरण में बदल दिया गया है। हाल ही में ज़हु और फॉम (2018) ने एक बहुत यथार्थवादी दृष्टिकोण पर चर्चा की कि सभी दोष संसाधनों की सीमाओं, परीक्षकों के कौशल की सीमा आदि के कारण पूरी तरह से हटाए नहीं जा सकते हैं।

सॉफ्टवेयर परीक्षण का लक्ष्य सॉफ्टवेयर का उत्पादन है जो जितना संभव हो सके त्रुटि मुक्त होना चाहिए। हालांकि, विकास करने वालों (डेवलपर्स) के लिए अत्यधिक विश्वसनीय सॉफ्टवेयर निकाय का उत्पादन करना मुश्किल है। विश्वसनीयता, लागत और विमोचन समय के मामले में सॉफ्टवेयर को नियंत्रित करना आवश्यक है। सॉफ्टवेयर निकाय की गुणवत्ता, परीक्षण समय की लंबाई और किस प्रकार के परीक्षण विधियों का उपयोग किया गया है, पर निर्भर करती है। लंबे परीक्षण समय से हम अधिक विश्वसनीय सॉफ्टवेयर की अपेक्षा करते हैं, लेकिन यह बहुत महंगा हो सकता है और परिणाम देर से विमोचित हो सकते हैं। दूसरी तरफ, लघु परीक्षण अविश्वसनीय सॉफ्टवेयर देता है और नतीजतन यह परिचालन चरण के दौरान लागत में वृद्धि कर सकता है। इसलिए, यह सुनिश्चित करना बहुत महत्वपूर्ण है कि परीक्षण को कब रोकना है या सॉफ्टवेयर को कब विमोचित करना है ताकि कुछ सिस्टम शेड्यूल और संसाधन बाधाओं के संबंध में कुल निकाय लागत कम हो। कई शोधकर्ताओं ने सॉफ्टवेयर विमोचन की समस्या पर चर्चा की है और विभिन्न नीतियां प्रस्तुत की हैं (ओकुमोटो एवं गोयल, 1980; यमादा एवं ओसाकी, 1986)। कई शोधकर्ताओं द्वारा वारंटी चरण पर विचार करने वाले इष्टतम सॉफ्टवेयर विमोचन समस्याओं पर चर्चा की गई है और परिणाम कई व्यावहारिक स्थितियों (यमादा, 1994; फॉम एवं ज़हाँग, 1999, किमूरा आदि, 1999) पर लागू किए गए हैं। विलियम्स एवं विवेकानंदन (2005) ने छूट क्षमता और अपूर्ण डिबगिंग अवधारणा के साथ जीवन-समय वारंटी लागत का उपयोग करके एक संशोधित एसआरजीएम (SRGM) विकसित किया। पिछले डेटा सेट के आधार पर वास्तविक और माने गए मानों के बीच लॉगरिथमिक

अंतरों को फिट करने के लिए चरघातांकी बंटन का उपयोग करके एक इष्टतम विधि का अध्ययन वांग आदि (2016) द्वारा किया गया था।

इस शोधपत्र में हम एक सॉफ्टवेयर के इष्टतम परीक्षण समय का अध्ययन कर रहे हैं। मिश्रित बंटन जो चरघातांकी एवं रेले बंटनों का एक संयोजन है विभिन्न मॉड्यूल के लिए त्रुटि का पता लगाने के लिए प्रयोग किया गया है। शेष शोध-पत्र का आयोजन निम्न प्रकार किया गया है। अनुच्छेद 2 में एसआरजीएम को अपेक्षित धारणाओं और नामकरण के साथ वर्णित किया गया है। अनुच्छेद 3 में रखरखाव लागत मॉडल का अनुमान छूट क्षमता और वारंटी लागत पर विचार किया गया है। इष्टतम सॉफ्टवेयर रिलीज नीतियों को अनुच्छेद 4 में विस्तार से दिया गया है। अनुच्छेद 5 में इष्टतम परीक्षण नीतियों की जांच के लिए संख्यात्मक निदर्शन प्रदान किए गए हैं। अंतिम अनुच्छेद 6 में निष्कर्षीय टिप्पणी दी गई है।

## 2. निदर्श वर्णन

एक एसआरजीएम (SRGM) पर विचार करें जिसमें त्रुटि का पता लगाने हेतु चरघातांकी एवं रेले बंटन का मिश्रण विशेषता है। यह निर्दिष्ट करता है कि सॉफ्टवेयर के कुछ मॉड्यूल चरघातांकी बंटन का पालन करते हैं और कुछ अन्य मॉड्यूल रेले बंटन को उनकी संबंधित प्रायिकताओं के साथ पालन करते हैं।

एसआरजीएम का वर्णन करने के लिए निम्नलिखित धारणाएं मानी गई हैं:

- सॉफ्टवेयर में दो प्रकार के मॉड्यूल होते हैं, जो विभिन्न विफलता पैटर्न का पालन करते हैं।
- विफलता पहचान क्षमता विभिन्न प्रकार के मॉड्यूल के लिए अलग है।
- सॉफ्टवेयर में सभी दोष विफलता पहचान बिंदु से पारस्परिक रूप से स्वतंत्र हैं।
- किसी भी समय विफल होने वाली विफलताओं की संख्या सॉफ्टवेयर में वर्तमान दोषों के आनुपातिक है।
- जब भी कोई त्रुटि होती है, इसे तुरंत हटा दिया जाता है और उस पल में सॉफ्टवेयर में कोई अन्य नई त्रुटियां उपस्थित नहीं की जाती हैं।
- सॉफ्टवेयर के परिचालन चरण में वारंटी अवधि है जहां रखरखाव लागत डेवलपर द्वारा भुगतान की जाती है।
- छूट रखरखाव लागत को पैसे के वर्तमान मूल्य की देखभाल करने के लिए माना जाता है।

निदर्श के गणितीय सूत्रण के लिए उपयोग किए जाने वाले संकेत निम्न प्रकार हैं:

$a_1$  ( $a_2$ ) : चरघातांकी (रेले) बंटन के लिए सॉफ्टवेयर में त्रुटियों की प्रारंभिक संख्या।

$b_1$  ( $b_2$ ) : चरघातांकी (रेले) बंटन के लिए दोष पहचान क्षमता।

$d_1$  ( $d_2$ ) : चरघातांकी (रेले) बंटन के लिए सही डिबगिंग की प्रायिकता।

$C_0$	: प्रारंभिक परीक्षण लागत।
$C_t$	: प्रति इकाई समय परीक्षण लागत।
$C_w$	: वारंटी अवधि के दौरान प्रति त्रुटि रखरखाव लागत।
$T$	: सॉफ्टवेयर का विमोचन (रिलीज) समय।
$T^*$	: सॉफ्टवेयर विमोचन (रिलीज) का इष्टतम समय।
$T_w$	: वारंटी अवधि।
$\alpha$	: लागत की छूट क्षमता।
$EC(T)$	: सॉफ्टवेयर की अनुमानित कुल रखरखाव लागत।
$C_w(T)$	: वारंटी अवधि के दौरान रखरखाव लागत।

समय  $T$  पर पता चली त्रुटियों की अपेक्षित संख्या निम्नलिखित द्वारा दी गई है:

$$m(t) = \frac{a_1}{d_1} p (1 - e^{-b_1 d_1 t}) + \frac{a_2}{d_2} (1 - p) (1 - e^{-b_2 d_2 t^2}) \quad \dots (1)$$

जहां  $p$  विफलताओं के लिए चरघातांकी बंटन वाले पहले मॉड्यूल का अनुपात है और  $(1-p)$  विफलताओं के लिए रेले बंटन वाले दूसरे मॉड्यूल का अनुपात है।

विफलता तीव्रता फलन निम्नानुसार प्राप्त किया गया है:

$$\lambda(t) = \frac{d}{dt} [m(t)] = a_1 b_1 p e^{-b_1 d_1 t} + 2a_2 b_2 t (1 - p) e^{-b_2 d_2 t^2} \quad \dots (2)$$

### 3. लागत निदर्श

इस अनुच्छेद में हम छूट क्षमता के साथ विकास लागत और वारंटी लागत पर विचार करके इष्टतम परीक्षण समय पर चर्चा करते हैं। सबसे पहले हम यह मानकर सॉफ्टवेयर के लिए लागत मॉडल बनाते हैं कि तीन प्रकार की लागतें हैं, (i) प्रारंभिक परीक्षण लागत, (ii) प्रति इकाई समय परीक्षण लागत और (iii) वारंटी अवधि के दौरान रखरखाव लागत।

इसलिए, कुल अपेक्षित सॉफ्टवेयर रखरखाव लागत निम्नलिखित द्वारा दी गई है:

$$EC(T) = C_0 + C_t \int_0^T e^{-\alpha t} dt + C_w(T) \quad \dots (3)$$

वारंटी अवधि के दौरान रखरखाव लागत निर्धारित करने के लिए, हम वारंटी अवधि के आधार पर निम्नलिखित दो स्थितियों पर विचार करते हैं:

**स्थिति 1** : इस स्थिति में यह माना जाता है कि वारंटी अवधि के दौरान, सॉफ्टवेयर विश्वसनीयता वृद्धि नहीं होती है। यहां हम मानते हैं कि हम केवल मामूली त्रुटियों को सही करते हैं जो सॉफ्टवेयर की विश्वसनीयता को प्रभावित नहीं करेंगे। फिर  $C_w(T)$  को निम्नलिखित रूप में परिभाषित किया गया है

$$C_w(T) = C_w \int_T^{T+T_w} \lambda(t) e^{-\alpha t} dt \quad \dots (4)$$

स्थिति 2 : हम मानते हैं कि वारंटी अवधि के दौरान, परीक्षण विश्वसनीयता के बाद भी सॉफ्टवेयर विश्वसनीयता वृद्धि होती है। इस स्थिति में हम केवल प्रमुख त्रुटियों को सही करते हैं जिससे सॉफ्टवेयर की विश्वसनीयता में सुधार आयेगा। अब  $C_w(T)$  निम्नलिखित द्वारा दिया गया है :

$$C_w(T) = C_w \int_T^{T+T_w} \lambda(t) e^{-\alpha t} dt \quad \dots (5)$$

समीकरण (3) में समीकरण (4) और (5) से  $C_w(T)$  के मान को प्रतिस्थापित करने पर, हमें अपेक्षित कुल रखरखाव लागत निम्नानुसार मिलती है:

$$EC(T) = C_0 + C_t \int_0^T e^{-\alpha t} dt + C_w \int_T^{T+T_w} \lambda(T) e^{-\alpha t} dt, \quad \text{स्थिति 1 के लिए}$$

$$EC(T) = C_0 + C_t \int_0^T e^{-\alpha t} dt + C_w \int_T^{T+T_w} \lambda(t) e^{-\alpha t} dt, \quad \text{स्थिति 2 के लिए} \quad \dots(6)$$

T के सापेक्ष समीकरण (6) का अवकलन करके उसे शून्य के बराबर रखने पर, हम इष्टतम परीक्षण समय  $T^*$  निम्नानुसार प्राप्त करते हैं:

स्थिति 1 के लिए,  $T^* = T_1$ .

$$\frac{C_t \cdot \alpha}{C_w(1 - e^{-\alpha T_w})} = a_1 b_1 p e^{-b_1 d_1 T} [\alpha + b_1 d_1] + 2a_2 b_2 (1-p) e^{-b_2 d_2 T^2} [T(\alpha + 2b_2 d_2 T) - 1] \quad \dots (7)$$

स्थिति 2 के लिए,  $T^* = T_2$ .

$$e^{-\alpha T} \left[ C_t + C_w a_1 b_1 p e^{-b_1 d_1 T} \{ e^{-(b_1 d_1 + \alpha) T_w} - 1 \} \right] + 2C_w a_2 b_2 (1-p) \frac{d}{dT} \int_T^{T+T_w} t e^{-(b_2 d_2 t + \alpha)t} dt = 0 \quad \dots (8)$$

हम देख सकते हैं कि  $EC(T)$  का दूसरा अवकलन दोनों स्थितियों के लिए शून्य से अधिक है अर्थात्

$$\left[ \frac{d^2 EC(T)}{dT^2} \right]_{T=T_1} > 0 \text{ and } \left[ \frac{d^2 EC(T)}{dT^2} \right]_{T=T_2} > 0$$

इसलिए,  $EC(T)$  क्रमशः दोनों स्थितियों के लिए  $T^*=T_1$  और  $T^*=T_2$  पर न्यूनतम मान देता है।

### 3.1 इष्टतम सॉफ्टवेयर विमोचन नीतियां

अब हम कुल अनुमानित सॉफ्टवेयर लागत  $EC(T)$  को कम करके इष्टतम विमोचन समय नीतियों का सुझाव देते हैं:

(i) इष्टतम परीक्षण नीति 1- स्थिति 1 के लिए,

$$P1.1 \quad T^* = T_1 \quad \text{जब} \quad \lambda(0) > \lambda(T_1)$$

$$P1.2 \quad T^* = 0 \quad \text{जब} \quad \lambda(0) \leq \lambda(T_1)$$

(ii) इष्टतम परीक्षण नीति 2- स्थिति 2 के लिए,

$$P2.1 \quad T^* = T_2 \quad \text{जब} \quad \lambda(0) > \lambda(T_2)$$

$$P2.2 \quad T^* = 0 \quad \text{जब} \quad \lambda(0) \leq \lambda(T_2)$$

#### 4. विश्वसनीयता बाधा के साथ वारंटी लागत निदर्श

एनएचपीपी (NHPP) निदर्श की सॉफ्टवेयर प्रायिकता को इस संभावना के रूप में परिभाषित किया गया है कि एक परीक्षण विफलता परीक्षण समय अंतराल  $(T, T+x]$  के दौरान नहीं होगी और इसे निम्नवत परिभाषित किया गया है

$$R(x/T) = \exp [-\{m(T+x) - m(T)\}] \quad \dots (9)$$

समीकरण (1) का उपयोग समीकरण (9) में करने से, हम प्राप्त करते हैं

$$R(X/T) = \exp \left[ - \left\{ \frac{a_1}{d_1} p e^{-b_1 d_1 T} (1 - e^{-b_1 d_1 X}) + \frac{a_2}{d_2} (1-p) (e^{-b_2 d_2 T^2} - e^{-b_2 d_2 (T+X)^2}) \right\} \right] \quad \dots (10)$$

माना  $R_0$  ( $0 < R_0 \leq 1$ ) को विश्वसनीयता का वांछित स्तर होना चाहिए। तब इष्टतम विमोचन समस्या को निम्नलिखित रूप में परिभाषित किया गया है :

न्यूनतम  $EC(T)$

$$\text{जबकि } R(x/T) \geq R_0 \quad \dots (11)$$

माना  $T_R$  उपर्युक्त बाधा को संतुष्ट करने के इष्टतम समय को इंगित करता है। इस प्रकार समीकरण (9) में संबंध  $R(x/T) = R_0$  का उपयोग करके, हमें मिलता है कि

$$R_0 = \exp [- \{m(T+x) - m(T)\}] \quad \dots (12)$$

इष्टतम विमोचन नीतियां, जिसमें कुल अपेक्षित सॉफ्टवेयर लागत को कम करने सहित निम्नलिखित स्थितियां निम्नवत हैं:

(i) स्थिति 1 के लिए : इष्टतम विमोचन नीति 3.

$$P 3.1 \quad \text{यदि } \lambda(0) > \lambda(T_1) \text{ तथा } R(x/0) < R_0, \text{ तो } T^* = \max \{T_1, T_R\}$$

$$P 3.2 \quad \text{यदि } \lambda(0) > \lambda(T_1) \text{ तथा } R(x/0) \geq R_0, \text{ तो } T^* = T_1$$

$$P 3.3 \quad \text{यदि } \lambda(0) \leq \lambda(T_1) \text{ तथा } R(x/0) < R_0, \text{ तो } T^* = T_R$$

$$P 3.4 \quad \text{यदि } \lambda(0) \leq \lambda(T_1) \text{ तथा } R(x/0) \geq R_0, \text{ तो } T^* = 0$$

(ii) स्थिति 2 के लिए : इष्टतम विमोचन नीति 4.

$$P 4.1 \quad \text{यदि } \lambda(0) > \lambda(T_2) \text{ तथा } R(x/0) < R_0, \text{ तो } T^* = \max \{T_2, T_R\}$$

$$P 4.2 \quad \text{यदि } \lambda(0) > \lambda(T_2) \text{ तथा } R(x/0) \geq R_0, \text{ तो } T^* = T_2$$

$$P 4.3 \quad \text{यदि } \lambda(0) \leq \lambda(T_2) \text{ तथा } R(x/0) < R_0, \text{ तो } T^* = T_R$$

### 5. संख्यात्मक निदर्शन

इस अनुच्छेद में विश्वसनीयता  $R(t)$  और रखरखाव लागत  $EC(T)$  की गणना करने के लिए सॉफ्टवेयर MATLAB में एक प्रोग्राम विकसित करके संख्यात्मक परिणाम प्रदान किए गए हैं। प्राचलों के प्रभाव अर्थात् दोषों की प्रारंभिक संख्या  $a_1$ ,  $a_2$  और त्रुटि पहचान क्षमता  $b_1$  और  $b_2$  दोनों स्थितियों के लिए विश्वसनीयता पर आकृति 1-3 में  $a_1 = 200$ ,  $a_2 = 600$ ,  $d_1 = 0.4$  के रूप में तय डिफॉल्ट प्राचल  $d_2 = 0.6$ ,  $b_1 = 0.05$ ,  $b_2 = 0.07$ ,  $x = 0.008$ ,  $p = 0.1$ ,  $\alpha = 0.1$ ,  $C_0 = 15$ ,  $C_1 = 20$ ,  $C_w = 10$ ,  $T = 10$  के लिए जांच की गई है।

आकृति 1 (i-iv) - 2(i-iv) कुल रखरखाव लागत  $EC(T)$  के क्रमशः स्थितियों 1 और 2 के लिए परीक्षण समय  $T$  के साथ भिन्नता दर्शाता है। आकृति 3(i-iv) क्रमशः प्राचल  $a_1$ ,  $b_1$ ,  $a_2$  और  $b_2$  द्वारा सॉफ्टवेयर की विश्वसनीयता के पैटर्न को चित्रित करता है।

यह अनुमान लगाया जा सकता है कि  $EC(T)$  पहले बढ़ता है और फिर सभी प्राचलों के लिए  $T$  के साथ घटती प्रवृत्ति को दिखाता है। आकृति 1(i) और 1(ii) दिखाते हैं कि अपेक्षित रखरखाव लागत  $EC(T)$  पहली बार बढ़ जाती है और कुछ समय बाद यह घट जाती है और अंततः यह स्थिति 1 में  $T$  के संबंध में रैखिक हो जाती है। हम देखते हैं कि  $EC(T)$  का मान,  $a_1$  और  $b_1$  के मूल्यों के लिए निरंतर समान बना रहता है। आकृति 2 (iii) दिखाती है कि  $EC(T)$ ,  $a_2$  को बढ़ाने पर,  $T = 10$  तक बढ़ता है; उसके बाद यह स्थिर हो जाता है। आकृति 2 (iv) आकृति (iii) के विपरीत पैटर्न दिखाता है। इस आकृति में जैसे-जैसे  $b_2$  बढ़ता है,  $EC(T)$  घटता है।

आकृति 2(i) - 2(iv) से, हम देखते हैं कि दोनों स्थितियों के लिए, अपेक्षित रखरखाव लागत  $EC(T)$  शुरूआती परीक्षण समय ' $T$ ' के साथ घट जाती है और इसलिए  $EC(T)$  के मूल्यों में लगभग रैखिक वृद्धि होती है। इसके अलावा  $EC(T)$  त्रुटियों की छोटी संख्या  $a_1$  और  $a_2$  के लिए अधिक है, लेकिन दूसरी तरफ, यह विफलता पहचान क्षमता  $b_1$  और  $b_2$  के साथ घट जाती है।

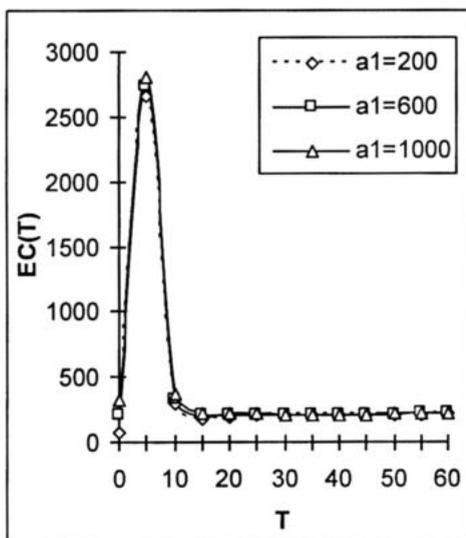
आकृति 3(i) और 3(ii) में प्रारंभ में विश्वसनीयता थोड़ा रैखिक रूप से घटती रहती है और कुछ समय बाद (अर्थात्  $T=5$ ) यह बढ़ जाती है और अंततः प्राचलों  $a_1$  और  $b_1$  के लिए स्थिर हो जाती है। आकृति 3(iii) से हम देखते हैं कि  $a_2$  के लिए  $T=5$  की वृद्धि के साथ विश्वसनीयता कम हो जाती है; उसके बाद यह  $T=10$  तक बढ़ जाती है और फिर यह  $T$  के उच्च मानों के लिए स्थिर हो जाती है। आकृति 3(iv) विपरीत पैटर्न दर्शाती है जैसा कि आकृति 3(iii) में  $T=10$  तक आलेखित है। यह देखा गया है कि  $b_2$  में वृद्धि के साथ विश्वसनीयता बढ़ती जाती है। सम्पूर्णतः हम आकृति 4(i-iv) से देखते हैं, कि परीक्षण समय  $T$  के निम्नतर मानों के लिए, विश्वसनीयता पहले घट जाती है, फिर यह  $T$  के उच्च मानों के लिए बढ़ जाती है और अंततः विश्वसनीयता संतोषजनक स्तर तक पहुंच जाती है और लगभग स्थिर हो जाती है।

संपूर्ण तथ्यों के आधार पर हम यह निष्कर्ष निकालते हैं:

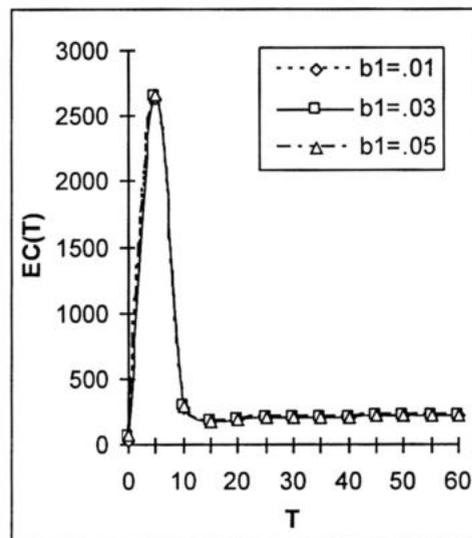
- स्थिति 1 में कुल अपेक्षित रखरखाव लागत की गणना  $T$  के निम्न मानों के लिए पहली बार बढ़ी है, और फिर  $T$  में बढ़ती हुई कीमतों के लिए लगभग निरंतर प्रवृत्ति के बाद  $T$  में आगे बढ़ने के लिए बढ़ती जा रही है। यह इस तथ्य को दर्शाता है कि अपेक्षित रखरखाव लागत परीक्षण समय  $T$  से काफी प्रभावित है।
- स्थिति 2 में  $T$  के निम्न मानों के लिए अपेक्षित रखरखाव लागत में भारी गिरावट आई है, जिसके बाद भारी कमी आई है। पुनः अपेक्षित रखरखाव लागत  $T$  के आगे बढ़े हुए मानों के लिए अपेक्षित लागत में रैखिक वृद्धि दर्शाती है।

## 6. निष्कर्ष

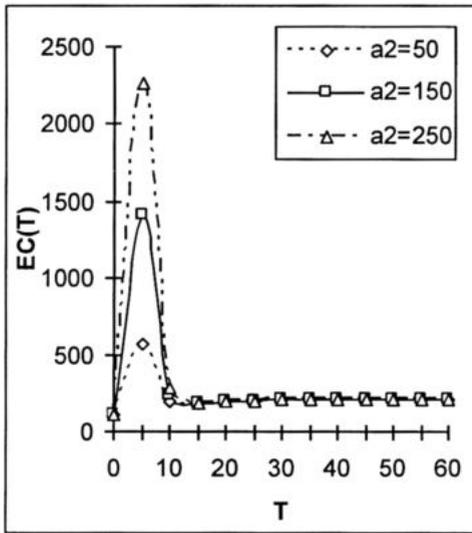
इस शोधपत्र में हमने दो चरण वारंटी अवधि और छूट क्षमता पर विचार करते हुए मॉड्यूल-आधारित सॉफ्टवेयर निकाय की इष्टतम विमोचन समय नीतियों का प्रस्ताव दिया है। विकसित सॉफ्टवेयर विश्वसनीयता विकास मॉडल को वास्तविक समय सॉफ्टवेयर सिस्टम का विश्लेषण करने के लिए सफलतापूर्वक नियोजित किया जा सकता है, जिसमें विभिन्न विफलता पैटर्नों के लिए दो प्रकार के मॉड्यूल शामिल होते हैं। पहला यह है कि सॉफ्टवेयर विमोचन के समय केवल विश्वसनीयता स्तर को सामान्य रखने के लिए वारंटी प्रदान की जाती है। दूसरा यह है कि सॉफ्टवेयर विमोचन के समय बताए गए विश्वसनीयता स्तर को बढ़ाने के लिए वारंटी प्रदान की जाती है। सॉफ्टवेयर की रखरखाव लागत के विश्लेषण से यह निष्कर्ष निकाला जा सकता है कि यदि सॉफ्टवेयर की रखरखाव लागत को कम करने के साथ विश्वसनीयता बाधा माना जाता है तो सॉफ्टवेयर की जांच के लिए अधिक समय की आवश्यकता है। इसके अलावा यदि सॉफ्टवेयर विश्वसनीयता वृद्धि वारंटी अवधि में भी होती है, तो परीक्षण के लिए आवश्यक इष्टतम समय अपेक्षाकृत कम होता है।



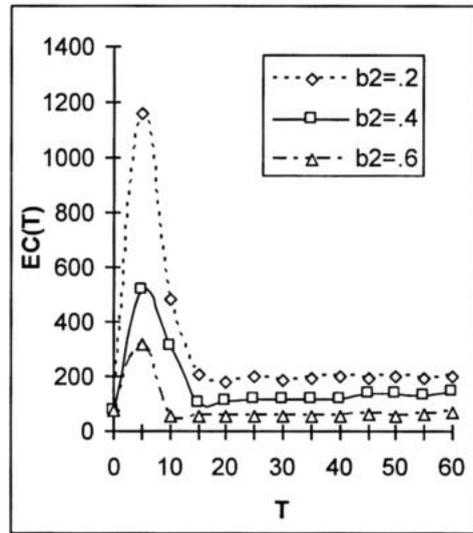
(i)



(ii)

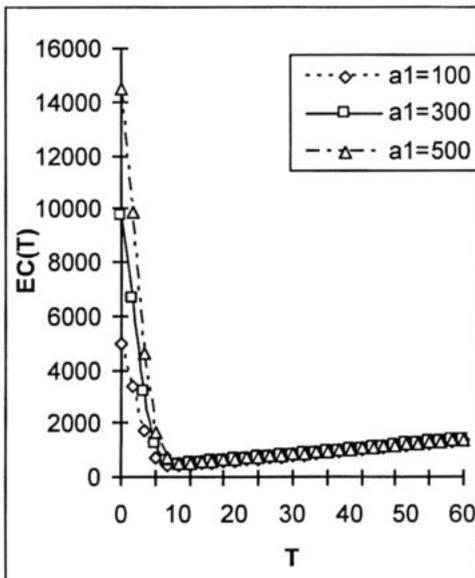


(iii)

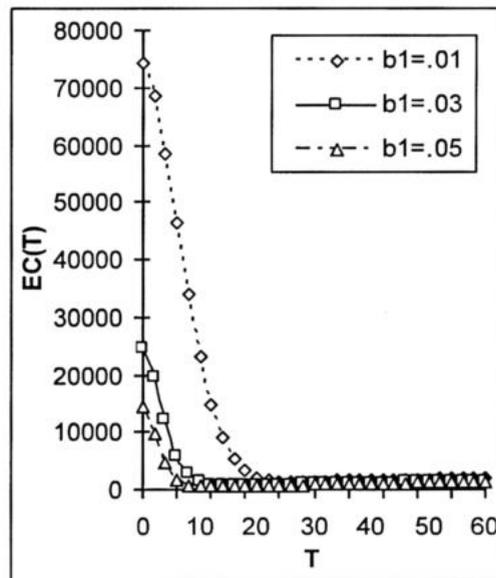


(iv)

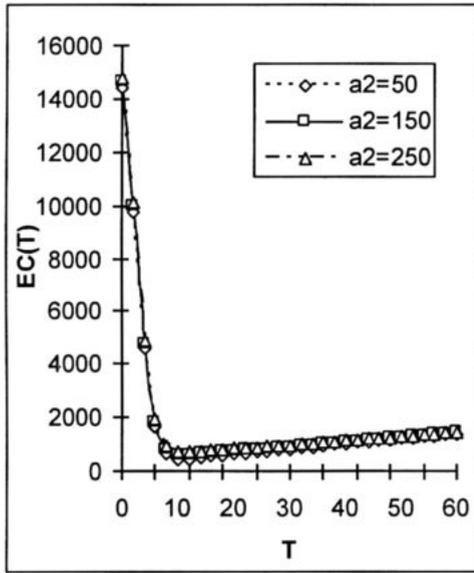
आकृति 1: (i)  $a_1$  (ii)  $b_1$  के विभिन्न मानों के लिए अपेक्षित रखरखाव लागत बनाम  $T$   
 (iii) स्थिति 1 के लिए  $a_2$  (iv)  $b_2$



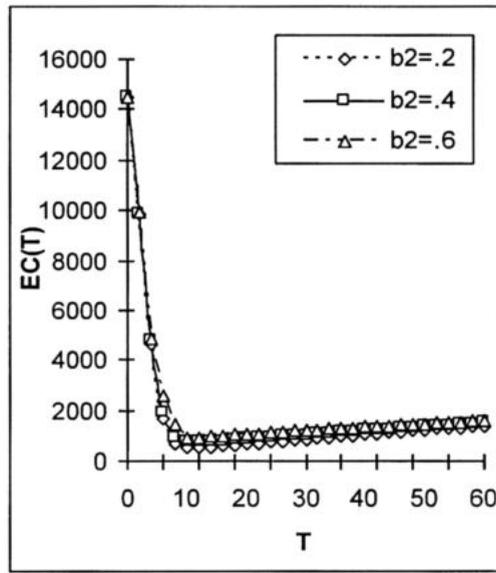
(i)



(ii)

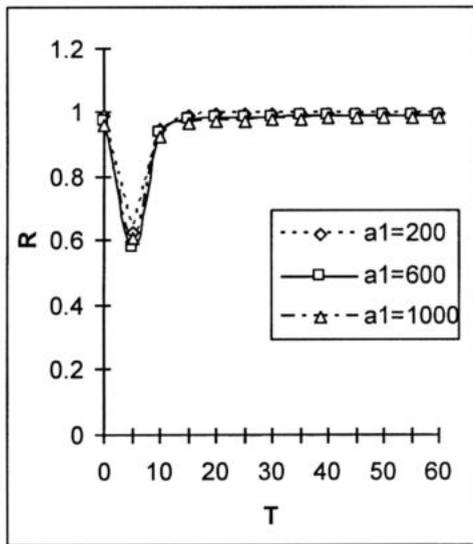


(iii)

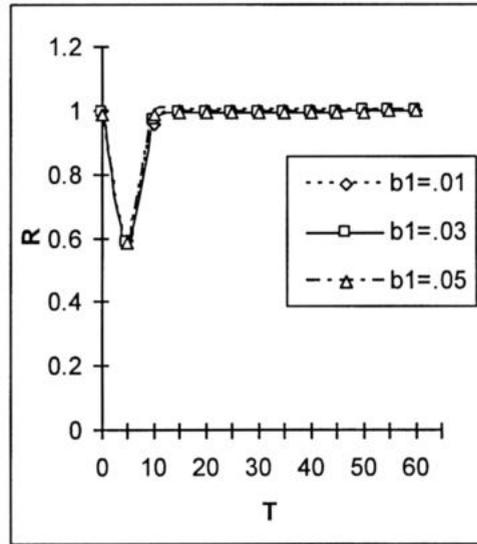


(iv)

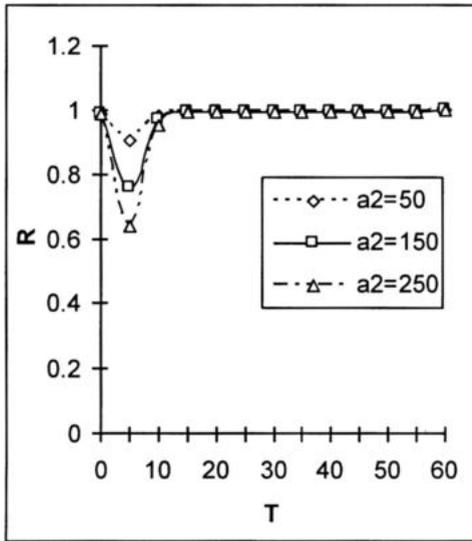
चित्र 2: (i)  $a_1$  (ii)  $b_1$  (iii)  $a_2$  (iv)  $b_2$  के विभिन्न मानों के लिए अपेक्षित रखरखाव लागत बनाम T



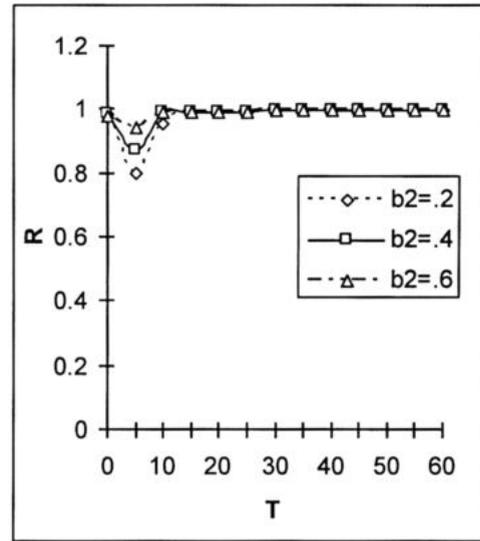
(i)



(ii)



(iii)



(iv)

आकृति 3: (i)  $a_1$  (ii)  $b_1$  (iii)  $a_2$  (iv)  $b_2$  के विभिन्न मानों के लिए सॉफ्टवेयर विश्वसनीयता बनाम T

## संदर्भ

1. Huang CY, Lo JH (2006) Optimal resource allocation for cost and reliability of modular software systems in the testing phase. *Journal of Systems and Software* 79(5):653-664.
2. Huang CY (2005) Cost-reliability-optimal release policy for software reliability models incorporating improvements in testing efficiency. *Journal of Systems and Software* 77(2):139-155.
3. Jain M, Priya K (2002) Optimal policies for software testing time. *Journal of CSI*, 32(3): 25-30.
4. Kimura M, Toyota T, Yamada S (1999) Economic analysis of software release problems with warranty cost and reliability requirement. *Reliability Engineering & System Safety* 66:49-55.
5. Okumoto K, Goel AL (1980) Optimum release time for software system based on reliability and criteria. *Journal of System and Software* 14:315-318.
6. Pham H, Zhang XM (1999) A software cost model with warranty and risk costs. *IEEE Transactions on Computers* 45:71-75.
7. Popstojanova KG, Trivedi KS (2001) Architecture-based approach to reliability assessment of software systems. *Performance Evaluation* 45:179-204.
8. Qiuying L, Pham H (2017) NHPP software reliability model considering the uncertainty of operating environments with imperfect debugging and testing coverage. *Applied Mathematical Modelling* 51:68-85.
9. Wang J, Wu Z, Shu Y, Zhang Z (2016) An optimized method for software reliability model based on nonhomogeneous Poisson process. *Applied Mathematical Modelling* 40:6324-6339.
10. Williams DRP, Vivekanandan P (2005) Life-time warranty cost model for software reliability with discount rate. *Journal of Computational Science* 1:53-59.
11. Yamada S (1994) Optimal release problems with warranty period based on a software maintenance cost model. *Transactions IPS of Japan* 35(9):2197-2202.

12. Yamada S, Osaki S (1986) Optimal software release policies for a non-homogenous software error detection rate model. *Microelectronics and Reliability* 26(4):691-702.
13. Zhu M, Pham H (2018) A two phase software reliability modeling involving with software fault dependency and imperfect fault removal. *Computer Languages, Systems & Structures* 53:27-42.

## अवकाश बाधाओं तथा अतिरिक्त सेवा की मांग के साथ कार्यशील अवकाश पंक्ति

जी.सी. शर्मा

गणित विभाग, डॉ.बी.आर. अम्बेडकर विश्वविद्यालय, आगरा

### सार

यह शोध पंक्ति प्रणाली का विश्लेषण करने के लिए आव्यूह-ज्यामितीय विधि (एमजीएम) प्रस्तुत करता है जिसमें सभी आने वाले ग्राहकों को पहली आवश्यक सेवा (एफईएस) की आवश्यकता होती है जबकि उनमें से कुछ केवल दूसरी वैकल्पिक सेवा (एसओएस) की मांग करते हैं। दो अवकाशों की नीतियां (i) कार्यशील अवकाश तथा (ii) अवकाश की बाधाओं को इस धारणा के अधीन सम्मिलित किया गया है कि पहली स्थिति में अवकाश अवधि के दौरान सेवा को पूरी तरह से रोकने के बजाय सर्वर कम क्षमता पर काम करता है तथा दूसरी स्थिति में अवकाश से वापस, यदि पंक्ति में कम से कम एक ग्राहक प्रतीक्षा कर रहा हो, सामान्य कार्य स्तर पर लौटता है। क्षमता सूचकांक के लिए विश्लेषणात्मक परिणाम जैसे निकाय में प्रत्याशित ग्राहकों की संख्या, थ्रूपुट इत्यादि निर्धारित किए गए हैं। विभिन्न क्षमता मापों पर प्राचलों की संवेदनशीलता की जांच विभिन्न निकाय प्राचलों की विविधता के लिए संख्यात्मक परिणामों की गणना करके की गई है।

**कुंजी शब्द :** मैट्रिक्स-ज्यामितीय विधि, पंक्ति की लंबाई, कार्यशील अवकाश, अवकाश बाधाएं, द्वितीय वैकल्पिक सेवा।

### 1. प्रस्तावना

पंक्ति निकाय में जब सर्वर यादृच्छिक अवधि के लिए अनुपलब्ध हो जाता है और कुछ अन्य काम करके अपना समय उपयोग करता है तो उसे कार्यशील अवकाश के साथ पंक्ति निकाय के रूप में जाना जाता है। अतीत में कुछ शोधकर्ताओं ने दूरसंचार, कंप्यूटर निकाय, औद्योगिक संगठनों, वितरण और सेवा निकायों, आदि के क्षेत्रों में व्यापक प्रयोज्यता के कारण कार्यशील अवकाश के

साथ पंक्ति निर्देशों पर कार्य किया है। इस शोधपत्र में दो प्रकार के अवकाश अर्थात (i) कार्यशील अवकाश तथा (ii) अवकाश बाधाओं को यह मानकर अध्ययन किया गया है कि सर्वर कार्यशील अवकाश की अवधि के दौरान पूरी तरह से सेवा को रोकने के बजाय मूल क्षमता से कम क्षमता पर कार्य करता है तथा यहां इस परीक्षण में हमने अवकाश बाधा की द्वितीय नीति प्रस्तुत की है जिसके अनुसार यदि बड़ी संख्या में ग्राहक एकत्रित हो जाते

है, तो सर्वर अवकाश की अवधि के दौरान सामान्य कार्यकुशलता पर वापस लौट सकता है जिसका अर्थ है कि सर्वर पूरा अवकाश नहीं ले सकता।

कई शोधकर्ताओं ने विभिन्न स्थितियों में अवकाश पंक्ति निर्देशों का अध्ययन किया है। सर्वो और फिन (2002) ने अर्ध-अवकाश नीति का एक उदाहरण प्रस्तुत किया जिसमें सर्वर अवकाश के दौरान पूरी तरह से सेवा बंद नहीं करता है अपितु धीमी गति से ग्राहकों की सेवा जारी रखता है। के (2005) ने एक अविश्वसनीय सर्वर और प्रारंभ में कुछ अतिरिक्त समय के साथ एक M/G/1 पंक्ति निकाय की अवकाश नीति का अध्ययन किया, यदि कोई ग्राहक प्रतीक्षा करता हुआ न मिले तो, सर्वर पुनरावृत्त: समय में अधिकतम 'J' अवकाश ले सकता है। मदन (2000) द्वारा दूसरी वैकल्पिक सेवा की अवधारणा का अध्ययन किया गया। उन्होंने M/G/1 प्रकार का एक मॉडल माना जहां सर्वर सभी आने वाले ग्राहकों को पहली आवश्यक सेवा प्रदान करता है और फिर कुछ ग्राहक एक वैकल्पिक सेवा की मांग कर सकते हैं। वांग (2004) ने दूसरी वैकल्पिक सेवा और सर्वर ब्रेकडाउन के साथ एक M/G/1 पंक्ति का अध्ययन किया। वांग और झाओ (2007) द्वारा प्रारंभिक असफलताओं और दूसरी वैकल्पिक सेवा के साथ एक पृथक अवधि Geo/G/1 पुनः प्रयास पंक्ति निर्दर्शन प्रस्तुत किया। उन्होंने स्थिर बंटन और स्थाई स्थिति की निकाय के कुछ अन्य क्षमता मापों के लिए स्पष्ट सूत्र प्राप्त किए।

लियू आदि (2007) ने M/M/1/WV पंक्ति की स्टोकास्टिक अपघटन संरचनाओं पर कार्य किया। उन्होंने अतिरिक्त पंक्ति लंबाई और

निकाय के अतिरिक्त विलम्ब के बंटन प्राप्त किए। ली और टियां (2007) ने कार्यशील अवकाश तथा अवकाश के बाधा के साथ GI / Geo / 1 पंक्ति निर्देशों का अध्ययन किया जिसमें कार्यशील अवकाश एवं अवकाश को सम्मिलित किया। उन्होंने आगमन बिंदु पर निकाय में ग्राहकों की संख्या के लिए स्थाई स्थिति बंटन प्राप्त किए, और ग्राहक के लिए प्रतीक्षा का समय प्राप्त किया। ली आदि (2008) ने एक व्यापक आगमन प्रक्रिया के साथ एक एकल सर्वर अवकाश पंक्ति का विश्लेषण किया जिसमें दो प्रकार की नीतियां, कार्यशील अवकाश तथा अवकाश बाधा सम्मिलित की गई थी। हाल ही में चाई आदि (2009) ने एकल कार्यशील अवकाश (SWV) के साथ सतत समय GI/M/1 पंक्ति का अध्ययन किया। उन्होंने निकाय में ग्राहकों की संख्या के लिए आगमन बिंदु तथा स्वेच्छ बिंदुओं पर तथा एक स्वेच्छ ग्राहक हेतु सर्जन समय के स्थाई स्थिति प्रायिकता बंटन ज्ञात किए। के (2008) ने स्टार्टअप सर्वर के साथ एक M<sub>x</sub>/G/1 प्रणासली का अध्ययन किया और सेवाओं के लिए J अतिरिक्त विकल्प स्थाई स्थिति परिणाम प्राप्त किए जिनमें एक स्वेच्छ समय तथा प्रस्थान बिंदु पर निकाय आकार बंटन ज्ञात किए। चौधरी और डेकाएन (2009) ने वैकल्पिक सेवा के अतिरिक्त दूसरे चरण के साथ M<sub>x</sub>/G/1 पुनः प्रयास पंक्ति के लिए स्थाई स्थिति में व्यवहार का अध्ययन किया। इसके अलावा, एक अतिरिक्त दूसरे चरण के साथ एक पुनः प्रयास पंक्ति M<sub>x</sub>/G/1 का स्थिर अवस्था व्यवहार चौधरी आदि (2010) के द्वारा वैकल्पिक सेवा का विचार लेकर किया गया था। तीव्र वृद्धि की जटिल से जटिल समस्याओं को हल करने के

लिए आव्यूह-ज्यामितीय विधि जनक आव्यूह बनाने की आवश्यकता के कारण स्थिति समष्टि का एक उपयोगी उपकरण प्रयोग किया। विभिन्न शोधकर्ताओं ने विभिन्न पंक्ति समस्याओं को हल करने के लिए आव्यूह-ज्यामितीय विधि का प्रयोग किया। न्यूट्स (1978) ने सबसे पहले इस विधि को विकसित किया और M/M/1 पंक्ति के लिए यादृच्छिक रूप से अलग-अलग आगमन और सेवा क्षमता के लिए आव्यूह-ज्यामितीय हल प्रदान किए थे। न्यूट्स (1981) ने स्टोकास्टिक मॉडल के विभिन्न आव्यूह ज्यामितीय हल को समझाया। झांग और टियां (2003) ने सर्वर अवकाश के साथ एक M/M/C पंक्ति निदर्श का अध्ययन आव्यूह ज्यामितीय विधि का उपयोग करके किया। उन्होंने पंक्ति की लंबाई और प्रतीक्षा समय के स्थिर बंटन प्राप्त किए। आगे, टियां आदि (2008) ने कई कार्यशील अवकाश के साथ एक विविध अवधि Geom/ Geom/ 1 पंक्ति निदर्श पर कार्य किया। अर्ध जन्म और मृत्यु श्रृंखला और आव्यूह-ज्यामितीय विधि का उपयोग करके, उन्होंने निकाय में ग्राहकों की संख्या और ग्राहकों के प्रतीक्षा समय के लिए बंटन प्राप्त किए। अवकाश के साथ एक M/M/R पंक्ति निदर्श का अध्ययन लिन और के (2009) ने किया। आव्यूह-ज्यामितीय दृष्टिकोण का उपयोग पंक्ति लंबाई और अन्य निकाय विशेषताओं के प्रायिकता बंटनों के लिए गणना योग्य स्पष्ट सूत्र विकसित करने के लिए किया जाता है। हाल ही में जैन और जैन (2010) ने कई प्रकार के सर्वर ब्रेकडाउन के साथ कार्यशील अवकाश वाले पंक्ति निर्देश का विश्लेषण किया। उन्होंने स्थिर पंक्ति लंबाई बंटन की गणना के लिए एक मैट्रिक्स-

ज्यामितीय परिपेक्ष्य का प्रस्ताव दिया। इस अध्ययन में हम एकल सर्वर कार्यशील अवकाश पंक्ति निदर्श विकसित कर रहे हैं जिसमें अवकाश की बाधाओं के साथ साथ दूसरी वैकल्पिक सेवा और राज्य निर्भर दरें शामिल हैं दूसरी वैकल्पिक सेवा उन लोगों को प्रदान की गई है जो इसकी मांग करते हैं। कार्यशील अवकाश एवं अवकाश बाधाओं की अवधारणाओं का भी ध्यान में रखा गया है। कार्यशील अवकाश में सर्वर अवकाश के लिए तब जाता है जब कोई ग्राहक यादृच्छिक अवधि के लिए निकाय में मौजूद नहीं होता है लेकिन किसी भी ग्राहक के आगमन पर सेवा के लिए उपलब्ध रहता है और अवकाश अवधि के दौरान कम क्षमता पर सेवा प्रदान करता है। अवकाश की अवधि के दौरान, यदि कुछ ग्राहक निकाय में प्रतीक्षा कर रहे होते हैं, तो सर्वर व्यस्त स्थिति में फिर से शुरू होता है चाहे अवकाश पूरा हुआ हो या नहीं। शेष शोधपत्र का आयोजन निम्न प्रकार किया गया है। अनुच्छेद 2 में हम आवश्यक संकेतन और संकल्पनाएँ प्रदान करके मॉडल प्रस्तुत करते हैं। मॉडल को प्रदर्शित करने वाले चैपमैन कोल्मोगोरोव समीकरणों का भी निर्माण किया गया है। आव्यूह-ज्यामितीय विधि लागू करके, स्थिर प्रायिकताये अनुच्छेद 3 में प्राप्त की गई हैं। अनुच्छेद 4 में MGM के माध्यम से प्रायिकताओं की गणना प्रस्तावित की गई है। अनुच्छेद 5 में कुछ प्रदर्शन सूचकांक प्रयोक्ताओं के रूप में स्थापित किए गए हैं। लागत विश्लेषण भी प्रस्तुत किया गया है। अनुच्छेद 6 में संख्यात्मक चित्रण दिए गए हैं। अनुच्छेद 7 में हमने संवेदनशीलता विश्लेषण किया है।

अंत में अनुच्छेद 8 में निष्कर्षीय टिप्पणी के साथ जांच समाप्त हो जाती है।

## 2. निदर्श निर्माण

कार्यशील अवकाश तथा द्वितीय वैकल्पिक सेवा के साथ एक M / M / 1 / WV पंक्ति प्रणाली पर विचार कर रहे हैं। सभी आने वाले ग्राहक प्रथम आवश्यक सेवा (FES) के लिए मांग करते हैं, जबकि उनमें से कुछ द्वितीय वैकल्पिक सेवा (SOS) के लिए मांग करते हैं। अब, हम निम्नलिखित संकल्पनाओं को मानकर गणितीय मॉडल विकसित करते हैं : स्थिति समष्टि के साथ मार्कोव श्रृंखला पर  $P_{n,j}$  ( $n \geq 0$ ) स्थिर स्थिति प्रायिकताएँ हैं जबकि निकाय में  $n$  ग्राहक हैं और  $\tau(t) = j$ ,  $j=0, 1, 2$  है। जब  $\tau(t) = 1, 2, 3$  तो ग्राहक प्वासॉ फैशन में क्रमशः  $\lambda_b$ ,  $\lambda_v$  और  $\lambda_s$  से सेवा स्टेशन पर पहुंचते हैं। आगमन की क्षमता सर्वर की स्थिति पर निर्भर होती है और ग्राहकों की बाकिंग प्रायिकता  $b_j$  है जबकि  $\tau(t) = j$ ,  $j=0, 1, 2$  के लिए सेवा क्षमता  $\mu_v$ ,  $\mu_b$  और  $\mu_s$  के रूप में मान लेते हैं। सेवा समय को स्थिति निर्भर सेवा क्षमता घातीय (exp दि) के साथ बंटित किया जाता है। अंतर-आगमन के समय, सेवा के समय और कार्यशील अवकाश के समय पारस्परिक रूप से स्वतंत्र होते हैं। माना गया है कि अवकाश का समय चर घातांकी रूप से एफईएस (FES) के पूरा होने के बाद, ग्राहक 0-1 प्रायिकता के साथ एसओएस (SOS) का चयन कर सकते हैं या निकाय से  $q$  प्रायिकता के साथ प्रस्थान कर सकते हैं। सेवा अनुशासन का पालन पहले आओ पहले पाओ (एफआईएफओ) के क्रम में किया गया है। मॉडल को नियंत्रित करने वाले स्थिर स्थिति

मीकरणों का निर्माण अनुमानित संक्रमण क्षमता का उपयोग करके निम्नानुसार किया गया है :

$$\lambda_v P_{0,0} = \mu_v P_{1,0} + q\mu_b P_{1,1} + \mu_s P_{1,2} \quad \dots(1)$$

$$(\lambda_v b_0 + \theta + \mu_v) P_{1,0} = \mu_v P_{2,0} + \lambda_v P_{0,0} \quad \dots(2)$$

$$(\lambda_v b_0 + \theta + \mu_v) P_{n,0} = \mu_v P_{n+1,0} + \lambda_v b_0 P_{n-1,0}, \quad n \geq 2 \quad \dots(3)$$

$$(\lambda_b b_1 + \mu_b) P_{1,1} = q\mu_b P_{2,1} + \theta P_{1,0} \quad \dots(4)$$

$$(\lambda_b b_1 + \mu_b) P_{n,1} = q\mu_b P_{n+1,1} + \theta P_{n,0} + \lambda_b b_1 P_{n-1,1}, \quad n \geq 1 \quad \dots(5)$$

$$(\lambda_s b_2 + \mu_s) P_{n,2} = \mu_s P_{n+1,2} + p\mu_b P_{n,1} + \lambda_s b_2 P_{n-1,2}, \quad n \geq 1 \quad \dots(6)$$

## आव्यूह ज्यामितीय विधि

इस अनुच्छेद में हमने आव्यूह ज्यामितीय विधि (न्यूट्स 1981) का प्रयोग किया है। पंक्ति आकार बंटन प्राप्त करने के लिए समीकरण समुच्चय (1) - (6) को आव्यूह के रूप में लिखा जा सकता है जहां  $F$  एक ब्लॉक-विभाजित आव्यूह है जो निम्नलिखित द्वारा प्रदत्त है :

$$F = \begin{bmatrix} A_0 & C_0 & 0 & 0 & L & \dots \\ B_0 & A & B & C & L & \dots \\ 0 & B & A & C & L & \dots \\ 0 & 0 & B & A & C & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \ddots \end{bmatrix} \quad \dots(7)$$

$$\text{जहाँ } A_0 = [-\lambda_v], C_0 = [\lambda_v \quad 0 \quad 0],$$

$$B_0 = [\mu_v \quad q\mu_b \quad \mu_s]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} -(\lambda_v b_0 + \theta + \mu_v) & 0 & 0 \\ 0 & -(\lambda_b b_1 + \mu_b) & p\mu_b \\ 0 & 0 & -(\lambda_s b_2 + \mu_s) \end{bmatrix}$$

$$C = \text{diag}[\lambda_v b_0, \lambda_b b_1, \lambda_s b_2], B = \text{diag}[\mu_v, q\mu_b, \mu_s]$$

यहां पर आव्यूह वर्गबद्ध समीकरण के न्यूनतम गैर-नकारात्मक समाधान क्षमता आव्यूह निम्न प्रकार हैं:

$$R^2B + RA + C = 0 \quad \dots(8)$$

तथा

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ 0 & r_{22} & r_{23} \\ 0 & 0 & \rho \end{bmatrix} \quad \dots(9)$$

जहाँ

$$\rho = \lambda_s b_2 / \mu_s,$$

$$r_{11} = \frac{[(\lambda_v b_0 + \theta + \mu_v) - \sqrt{(\lambda_v b_0 + \theta + \mu_v)^2 - 4\lambda_v b_0 \mu_v}]}{2\lambda_v b_0 \mu_v}$$

$$r_{22} = \frac{[(\lambda_b b_1 + \mu_b) - \sqrt{(\lambda_b b_1 + \mu_b)^2 - 4q\lambda_b b_1 \mu_b}]}{2q\lambda_b b_1 \mu_b}$$

$$r_{12} = r_{11}\theta / [\lambda_b b_1 + \mu_b(1 - q(r_{11} + r_{22}))]$$

$$r_{23} = r_{22}\rho\mu_b / [\lambda_s b_2 + \mu_s(1 - (\rho + r_{22}))],$$

$$r_{13} = r_{12}(\rho\mu_b + \mu_s r_{23}) / [\lambda_s b_2 + \mu_s(1 - (\rho + r_{11}))]$$

न्यूट्स (1981) का अनुसरण करते हुए, हम प्रायिकता सदिश  $\pi$  को विभाजित कर सकते हैं, जहाँ प्रत्येक  $\pi_k = (\pi_{k0}, \pi_{k1}, \pi_{k2})$ ,  $k \geq 0$

$$\pi_k = (\pi_{k0}, \pi_{k1}, \pi_{k2}) = (\pi_{10}, \pi_{11}, \pi_{12})\mathbf{R}^{k-1}, \quad k \geq 1 \quad \dots(10)$$

$$\pi_{k0} = \pi_{10}\mathbf{R}^{k-1}, \quad \pi_{k1} = \pi_{11}\mathbf{R}^{k-1}, \quad \pi_{k2} = \pi_{12}\mathbf{R}^{k-1}, \quad k \geq 1 \quad \dots(11)$$

प्रायिकताओं का समुच्चय  $(\pi_{00}, \pi_{10}, \pi_{11}, \pi_{12})$  निम्नलिखित को संतुष्ट करता है :

$$(\pi_{00}, \pi_{10}, \pi_{11}, \pi_{12})B(R) = 0 \quad \dots(12)$$

जहाँ

$$B(R) = \begin{bmatrix} A_0 & C_0 \\ B_0 & RB + A \end{bmatrix} \quad \dots(13)$$

तथा व्यापक स्थिति निम्न प्रकार है-

$$\pi_{00} + (\pi_{10}, \pi_{11}, \pi_{12})(I - R)^{-1}e = 1 \quad \dots(14)$$

समीकरण (13) के प्रयोग से हमें प्रायिकता  $\pi_{00}$  प्राप्त होती है।

### 3. MGM का उपयोग करके प्रायिकताओं का आकलन

अब हम MGM का प्रयोग करके स्थाई स्थिति प्रायिकताओं के आकलन हेतु एक संख्यात्मक विधि प्रदान करते हैं। इस उद्देश्य के लिए, हम पहले एक पुनरावृत्ति विधि द्वारा क्षमता आव्यूह प्राप्त करते हैं और फिर स्थाई स्थिति की प्रायिकताओं का आकलन करते हैं। प्रारंभिक पुनरावृत्ति  $R(0) = 0$  से प्रारंभ करके हम उत्तरोत्तर सन्निकटन का उपयोग शुरू करते हैं और आकलन प्रायिकताओं का प्रयोग निम्न प्रकार करते हैं :

$$R(n+1) = -[C + R^2B]A^{-1}, \quad n \geq 0 \quad \dots(15)$$

तत्पश्चात हम पुनरावृत्ति को समाप्त करते हैं और R के हल पर वापस आते हैं

$$\|R(n+1) - R(n)\| < \varepsilon \quad \dots(16)$$

पुनरावृत्ति विधि हमें स्थिर स्थिति की प्रायिकताओं को संख्यात्मक रूप से आकलन करने में मदद करती है, जिसका उपयोग विभिन्न प्रदर्शन क्षमता मापों को प्राप्त करने के लिए किया गया है।

### 4. क्षमता माप

हमारे अध्ययन का मुख्य उद्देश्य पिछले अनुच्छेद में प्राप्त प्रायिकताओं का उपयोग करके विभिन्न क्षमता सूचकांकों की पंक्ति निकाय को अभिलक्षित करने हेतु स्थापित करना है। अब हम निकाय को इस प्रकार अभिलक्षित करने के लिए विभिन्न क्षमता मापों को निर्धारित करते हैं:

- जब सर्वर काम कर रहे हों तो निकाय में ग्राहकों की अपेक्षित संख्या:

$$E(V) = \sum_{n=0}^{\infty} n\pi_{n,0} \quad \dots(17)$$

- जब सर्वर एफईएस अवस्था में होता है तो निकाय में ग्राहकों की अपेक्षित संख्या:

$$E(B) = \sum_{n=1}^{\infty} n\pi_{n,1} \text{ and } E(S) = \sum_{n=1}^{\infty} n\pi_{n,2} \dots (18)$$

• निकाय में ग्राहकों की कुल अपेक्षित संख्या इस प्रकार दी गई है :

$$E(N) = E(V) + E(B) + E(S) \dots (19)$$

थ्रूपुट निम्न रूप में प्राप्त किया जाता है :

$$TP = \mu_v \sum_{n=0}^{\infty} \pi_{n,0} + \mu_b \sum_{n=1}^{\infty} \pi_{n,1} + \mu_s \sum_{n=1}^{\infty} \pi_{n,2} \dots (20)$$

• अपेक्षित देरी

$$E(D) = \frac{E(N)}{TP} \dots (21)$$

अनुमानित लागत को प्रति इकाई समय लागत तत्वों के संदर्भ में लिया गया है। प्रणाली में मौजूद प्रति इकाई समय प्रति इकाई लागत  $C_H$ , सर्वर के प्रति इकाई समय की लागत को इंगित करती है जबकि सर्वर क्रमशः  $C_V$ ,  $C_B$  और  $C_S$  अवकाश अवस्था में रहता है, व्यस्त अवस्था में प्रथम आवश्यक सेवा (एफईएस) प्रदान करता है और द्वितीय वैकल्पिक सेवा (एसओएस) प्रदान करने में व्यस्त रहता है। इस प्रकार हम प्रति यूनिट समय के रूप में कुल लागत प्राप्त करते हैं-

$$E[T] = C_H E(N) + C_V E(V) + C_B E(B) + C_S E(S) \dots (22)$$

## 5. संख्यात्मक परिणाम

इस अनुच्छेद में हम पिछले अनुच्छेद में निर्धारित विभिन्न क्षमता मापों के लिए संख्यात्मक परिणाम प्रदान करते हैं। कंप्यूटर प्रोग्राम को विभिन्न मानकों की संवेदनशीलता की जांच करने के लिए सॉफ्टवेयर MATLAB में कोड किया गया है। कलन उद्देश्य के लिए, प्रायिकता परिणामों की "MATLAB" सॉफ्टवेयर में "ode45" फंक्शन का उपयोग करके गणना की गई है। हम स्वतः निकाय

प्राचल को तालिका 1 और ग्राफ 1-6 के लिए  $\theta = 1$ ,  $\mu_b = 2$ ,  $\mu_v = 4$ ,  $\mu_o = 0.8$ ,  $\lambda = 0.8$ ,  $\lambda_o$ ,  $b = 1$ ,  $b_s = 1$ ,  $\rho = 0.1$ ,  $p = 0.5$  और  $q = 0.5$  के रूप में ले रहे हैं। लागत की गणना करने के लिए, हम लागत तत्वों को  $C_h = \$ 40$ ,  $C_v = \$ 40$ ,  $C_B = \$ 100$ ,  $C_O = \$ 30$  के रूप में मान रहे हैं।  $b$ ,  $\mu$  तथा  $\theta$  का असर कुल लागत पर चित्र 5 में दिखाया गया है। तालिका 1 में विभिन्न क्षमता मापों  $E(V)$ ,  $E(B)$ ,  $E(O)$  और  $TP$  को अलग-अलग  $p$  तथा  $\theta$  के लिए प्रदर्शित किया गया है। चित्र 3-4 और चित्र 5-6 में हम औसत पंक्ति लंबाई  $E(N)$  और अपेक्षित देरी  $E(D)$  पर क्रमशः  $q$  और  $\theta$  के विभिन्न मानों के लिए के  $\lambda_o$  सापेक्ष प्रदर्शित करते हैं।

p	E(V)	E(B)	E(O)	TP
0.1	0.433	0.066	0.999	0.908
0.2	0.444	0.069	0.889	0.903
0.3	0.464	0.070	0.772	0.901
0.4	0.477	0.071	0.666	0.900
0.5	0.488	0.074	0.553	0.899
0.6	0.499	0.076	0.469	0.866
.	E(V)	E(B)	E(O)	TP
0.1	0.683	0.057	0.523	0.799
0.2	0.628	0.106	0.954	0.799
0.3	0.582	0.147	1.315	0.798
0.4	0.542	0.183	1.622	0.798
0.5	0.508	0.214	1.886	0.798
0.6	0.478	0.241	2.116	0.798

तालिका1: विभिन्न क्षमता मापों पर प्रायिकता (p) तथा अवकाश क्षमता ( $\theta$ ) का प्रभाव

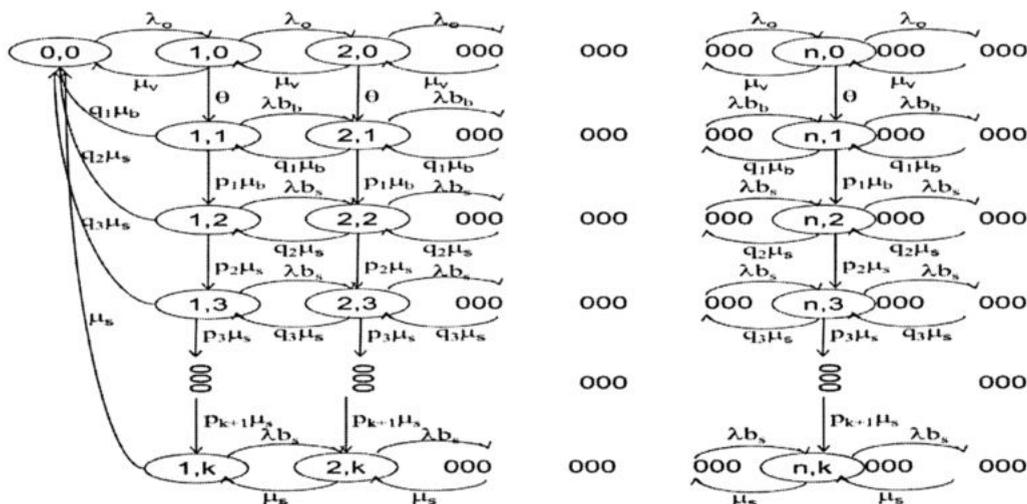
हम समग्र रूप से निष्कर्ष निकालते हैं कि औसत पंक्ति लंबाई, आगमन क्षमता और

प्रायिकता में शामिल होने के साथ बढ़ती प्रवृत्ति को दर्शाती है। इसके अलावा, निकाय क्षमता सेवा क्षमता में वृद्धि और अवकाश क्षमता को कम करके बेहतर हो सकती है। ये अवलोकन वही हैं जो हम वास्तविक समय निकायों में अपेक्षा करते हैं।

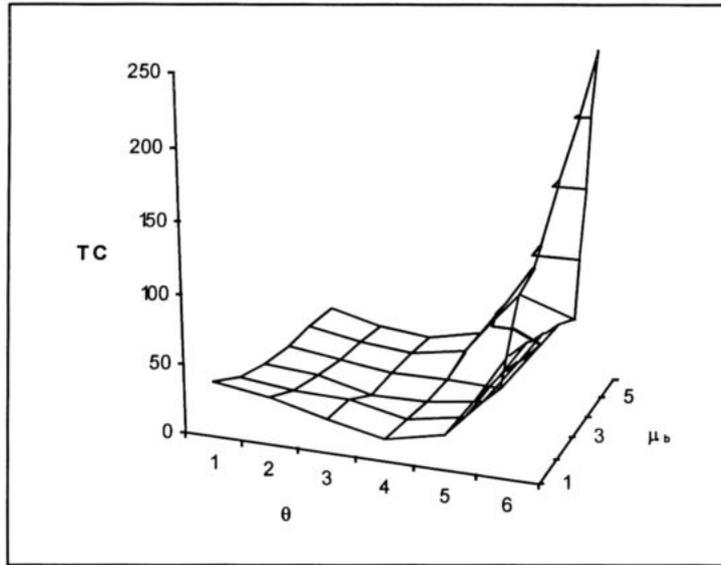
### 8. निष्कर्ष

इस शोधपत्र में विश्लेषण कार्यरत अवकाश पंक्ति निकाय के लिए विशेष रूप से काफी हित में हो सकता है जबकि दूसरी वैकल्पिक सेवा की अवधारणा को शामिल किया जाना

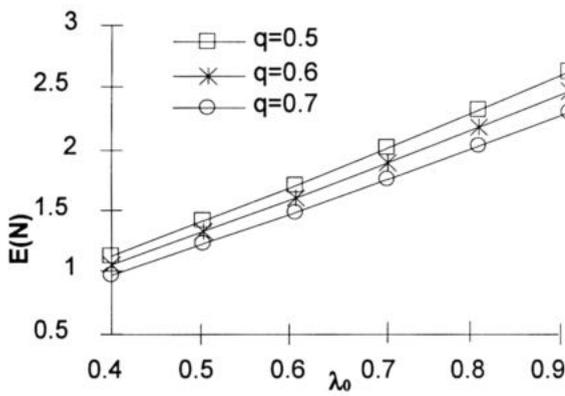
हो। विकसित मॉडल परिवहन, कंप्यूटर और संचार प्रणालियों आदि में कई वास्तविक समय अवरोध की स्थितियों को दर्शाता है, जहां रखरखाव या अन्य कारणों से सर्वर अक्सर प्राथमिक कार्य से अवकाश पर रहता है। हमारा अध्ययन कई औद्योगिक संगठनों में भौतिक बाधाओं के कारण उत्पन्न अवरोध और देरी के मुद्दों से निपटने के लिये डिजाइनरों और निर्णय निर्माताओं को उपयोगी जानकारी प्रदान करने में सहायक हो सकता है।



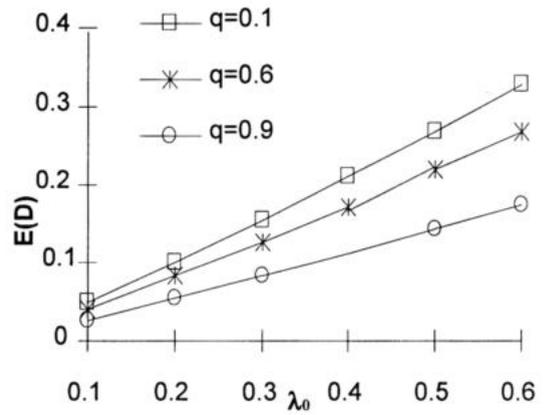
चित्र 1: स्थिति संक्रमण आरेख



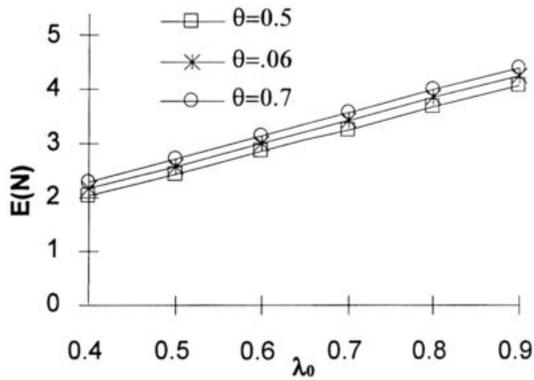
चित्र 2:  $\mu_b$  तथा  $\theta$  के सापेक्ष लागत फलन।



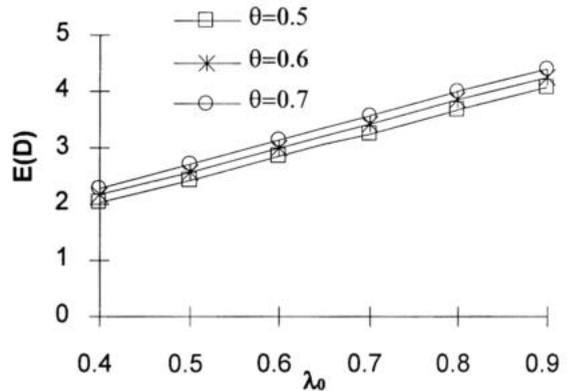
चित्र 3:  $E(N)$   $\lambda_0$  तथा  $q$  के विचरण के साथ



चित्र 5:  $\lambda_0$  तथा  $q$  के विचरण के साथ प्रत्याशित



चित्र. 4:  $E(N)$   $\lambda_0$  तथा  $\theta$  के विचरण के साथ



चित्र. 6:  $\lambda_0$  तथा  $\theta$  के विचरण के साथ प्रत्याशित विलंब

## संदर्भ

1. Chae KC, Lim DE, Yang WS (2009) The GI/M/1 queue and the GI/Geo/1 queue both with single working vacation, *Performance Evaluation* 66(6):41-52.
2. Choudhury G, Deka K (2009) An  $M^X/G/1$  unreliable retrial queue with two phases of service and Bernoulli admission mechanism, *Applied Mathematics and Computation* 215(1):936-949.
3. Choudhury G, Tadj L, Deka K (2010) A batch arrival retrial queueing system with two phases of service and service interruptions, *Comp. Math. Appl.* 59(1):437-450.
4. Jain M, Jain A (2010) Working vacations queueing models with multiple types of server breakdowns, *Appl. Math. Model.* 34(1):1-13.
5. Ke JC (2005) Modified T vacation Policy for an M/G/1 queueing system with un-reliable server and startup, *Math. Comp. Model.* 41(11-12):1267-1277.
6. Ke JC (2008) An  $M^X/G/1$  system with startup server and j additional options for services, *Appl. Math. Model.* 32(4):443-458.
7. Li JH, Tian NS (2007) The discrete-time GI/Geo/1 queue with working vacations and vacation interruption, *Appl. Math. Comp.* 185(1):1-10.
8. Li JH, Tian NS, Ma ZY (2008) Performance analysis of GI/M/1 queue with working vacations and vacation interruption, *Appl. Math. Comp.* 32(12):2715-2730.
9. Lin CH, Ke JC (2009) Multi-server system with single working vacation, *Appl. Math. Model.* 33(7):2967-2977.
10. Liu WY, Xu XL, Tian SU (2007) Stochastic decompositions in the M/M/1 queue with working vacations, *Oper. Res. Lett.* 35(5):595-600.
11. Madan KC (2000) An M/G/1 queue with second optional service, *Queueing Systems.* 34:37-48.
12. Neuts MF (1978) Markov chains with applications in queueing theory, which have a matrix geometric invariant probability vector, *Adv. Appl. Prob.* 10:185-212.

13. Neuts MF (1981) Matrix Geometric Solutions in Stochastic Models: An Algorithmic Approach, The Johns Hopkins University Press, Baltimore and London.
14. Servi LD, Finn SG (2002) M/M/1 queue with working vacations (M/M/1/WV), Perf. Eval. 50:41-52.
15. Tian N, Ma Z, Liu M (2008) The discrete time Geom/Geom/1 queue with multiple working vacations, Appl. Math., Model. 32:2941-2953.
16. Wang J (2004) An M/G/1 queue with second optional service and server breakdowns, Comput. Math. Appl. 47:1713-1723.
17. Wang J, Zhao Q (2007) A discrete-time Geo/G/1 retrial queue with starting failures and second optional service, Comp. Math. Appl. 53(1):115-127.
18. Zhang ZG, Tian N (2003) Analysis on queueing systems with synchronous of partial servers, Perf. Eval. 52(4):269-282.

## अनुपूरक चर तकनीक के माध्यम से सेवा अवरोध के साथ गैर - मार्कोवियन पंक्ति निदर्श का क्षमता प्रदर्शन : एक अवलोकन

संदीप कौर

गणित विभाग, गुरु नानक देव विश्वविद्यालय,  
अमृतसर

परमिंक्षमता सिंह

गणित विभाग, गुरु नानक देव विश्वविद्यालय,  
अमृतसर

### सार

वर्तमान शोधपत्र में हमने सेवा अवरोध के साथ विभिन्न एकल सर्वर गैर-मार्कोवियन पंक्ति निदर्शों के क्षमता-प्रदर्शन पर चर्चा की है। ऐसा माना जाता है कि अविश्वसनीय सर्वर या/और सर्वर अवकाश के कारण सेवा अवरोध उत्पन्न हो सकता है। हमने अनुपूरक चर तकनीक को नियोजित करके समूह आगमन, विफलता, अवकाश, बाकिंग, मरम्मत में देरी, मरम्मत-फीडबैक इत्यादि जैसे कारकों को शामिल करके  $M/G/1$  पंक्ति पर अवलोकन करने का प्रयास किया है।

**कुंजी शब्द:** समूह पंक्ति, बाकिंग, अविश्वसनीय सर्वर, वैकल्पिक सेवा, अवकाश, अनुपूरक चर।

### 1. प्रस्तावना

सेवा अवरोध के साथ पंक्ति निदर्श कई वास्तविक स्थितियों में देखा जा सकता है। उदाहरण के लिए विनिर्माण प्रक्रिया, उत्पादन निकाय, संचार नेटवर्क आदि में अविश्वसनीय सर्वर और सर्वर अवकाश के कारण से सेवा अवरोध पंक्ति निदर्श के यथार्थवादी परिणाम प्राप्त करने के लिए महत्वपूर्ण हैं। विनिर्माण प्रक्रिया में उत्पादन की कुशल पूर्ति के लिए यादृच्छिक समय अवधि के लिए मशीनों को अवकाश की आवश्यकता हो सकती है, क्योंकि कुछ आधुनिक उपकरणों को निश्चित समय अवधि के लिए अवकाश की आवश्यकता होती है। यह भी अनुभव किया गया है कि मशीनरी के भागों की अप्रत्याशित विफलता सेवा अवरोध का कारण बन सकती है और ग्राहकों के आगमन को प्रभावित करती है। इसके अलावा, जब किसी भी तकनीकी कारण (मरम्मत में देरी) से विफल हुए सर्वर की तत्काल मरम्मत संभव नहीं होती, तो मरम्मत के कई अनुक्रमिक चरणों में पुनर्प्राप्ति के लिए वास्तविक मरम्मत शुरू करने से पहले कुछ प्रारंभिक व्यवस्था की आवश्यकता हो सकती है। विफलता, अवकाश, मरम्मत/मरम्मत में देरी की अवधि के दौरान, प्रतीक्षा करने वाले ग्राहकों का निराशात्मक व्यवहार हो सकता है और सेवा प्राप्त किए बिना वे निकाय छोड़ने का निर्णय ले सकते हैं (बाकिंग)।

तकनीकी जगत में यह देखा जा सकता है कि निकाय किसी भी अप्रत्याशित कारण से यादृच्छिक विफलता के अधीन हो सकता है। अधिकांश चिरप्रतिष्ठित पंक्ति निदर्श में शोध विश्वसनीय सर्वर के साथ निदर्शों के अध्ययन के लिए समर्पित है, लेकिन वास्तविक जीवन में हम देख सकते हैं कि विश्वसनीय सर्वर सदैव उपलब्ध नहीं होते हैं, उदाहरण के लिए इंटरनेट कनेक्शन सेवा में बिजली की विफलता, हार्डवेयर या सॉफ्टवेयर के प्रसंगों या कनेक्शन की समस्या के कारण इंटरनेट ब्राउज़ करते समय विफल हो सकता है। अवकाश पंक्ति निदर्शों का कई वास्तविक जीवन पंक्ति परिस्थितियों में अनुप्रयोग हैं। अवकाश का मतलब है कि सर्वर कुछ समय के लिए निकाय से अनुपस्थित हो सकता है। समय अवधि जिसके लिए सर्वर अवकाश पर है, को निकाय रखरखाव, मरम्मत और अतिरिक्त सेवाएं आदि जैसे विभिन्न उद्देश्यों में उपयोग किया जा सकता है। सर्वर अवकाश सेवा तंत्र में देखा जा सकता है कि कुछ सेवारत कर्मचारी निश्चित समय अवधि के लिए ब्रेक लेते हैं और कुछ यदि पंक्ति में कोई इकाई नहीं है, तो प्रभावी परिणामों के लिए आवश्यक बुनियादी ढांचे को बनाए रखने के लिए सेवा के पूरा होने के बाद यादृच्छिक अवधि के लिए स्वैच्छिक (ऑप्शनल) क्रियाशील अवकाश (working vacation) भी लेते हैं।

चिरप्रतिष्ठित अवकाश पंक्ति निदर्शों में अवकाशों की नीतियों को तीन मुख्य विशेषताओं में वर्गीकृत किया गया है। (i) अवकाश प्रारंभ नियम (ii) अवकाश समाप्ति नियम (iii) अवकाश अवधि बंटन। वर्तमान शोधपत्र में हमने बर्नोली अवकाश नीति और यादृच्छिक अवकाश नीति के साथ अवकाश पंक्ति निदर्श का अध्ययन किया है। अमार्कोवियन पंक्ति निदर्शों को हल करने के लिए कॉक्स (1955) द्वारा अनुपूरक चर तकनीक (Supplementary variable technique) प्रदत्त की गई थी। कुछ अमार्कोवियन निदर्शों का अध्ययन एक या अधिक अनुपूरक चरों का प्रयोग करके उन्हें मार्कोवियन में परिवर्तित करके किया जा सकता है। अनुपूरक चर तकनीक (SVT) विधि में अनुपूरक चर का उपयोग व्यतीत समय के स्थान पर किया जाता है जो अग्र और पश्च चैपलैन-कोल्मोगोरोव समीकरण को प्रदान करता है। व्यतीत समय को प्रदान करने के लिए, अनुपूरक चर प्रत्येक अचारघातांकि शासी यादृच्छिक चर को आवंटित किया जाता है। इस प्रक्रिया में अमार्कोवियन प्रक्रिया अनुपूरक चर के लिए सभी आवश्यक जानकारी को शामिल करके मार्कोवियन बन जाती है ताकि प्रक्रिया का भविष्य केवल वर्तमान स्थिति पर निर्भर करता हो। शोधपत्र के शेष अनुच्छेद निम्न प्रकार से संयोजित हैं। अनुच्छेद 2 सेवा अवरोध के साथ अमार्कोवियन पंक्ति के क्षेत्र में किए गए कुछ महत्वपूर्ण तत्समीयक कार्यों को प्रस्तुत करता है। अविश्वसनीय सर्वर और सर्वर अवकाश के साथ कुछ पंक्ति निकायों का गणितीय निदर्शन, अनुपूरक चर तकनीक का उपयोग करके क्रमशः अनुच्छेद 3 और 4 में किया गया है। अनुच्छेद 5 में अविश्वसनीय सर्वर, दूसरी वैकल्पिक सेवा और बाकिंग के साथ पंक्ति निदर्श के लिए संवेदनशील विश्लेषण प्रदान किया है। अंत में अनुच्छेद 6 में निष्कर्ष प्रस्तुत किया गया है।

## 2. वर्तमान के योगदान

पिछले दशक में पंक्ति सिद्धांत के साहित्य से, यह देखा जा सकता है कि कुछ शोधकर्ताओं ने सेवा व्यवधान के साथ अमार्कोवियन पंक्ति निदर्शन की दिशा में अपना शोध योगदान दिया है। अब हम कुछ वर्तमान योगदानों का उल्लेख करते हैं जिसमें सेवा अवरोध के साथ अमार्कोवियन पंक्ति का विश्लेषण करने के लिए अनुपूरक चर तकनीक (SVT) को नियोजित किया गया है। चौधरी और डे का (2012) ने एक ऐसे निदर्श की चर्चा की है जिसमें उन्होंने माना है कि इकाइयां आवश्यक सेवा के दो चरणों के लिए समरूप आगमन क्षमता के साथ एक-एक करके आती हैं और सेवा के किसी भी पल में सर्वर विफल हो सकता है। बर्नोली अवकाश के अधीन अविश्वसनीय पुनः प्रयास पंक्ति के साथ, पंक्ति निदर्श का विश्लेषण चौधरी और की (2014) द्वारा किया गया है। हाल ही में वांग (2015) ने यादृच्छिक अवकाश नीति के तहत अविश्वसनीय सर्वर और व्यापक सेवा समय-बंटन के साथ एक पंक्ति निकाय पर विचार किया है। अपने अध्ययन में उन्होंने, निकाय के क्षमता सूचकांक प्राप्त करने के लिए अनुपूरक चर तकनीक का उपयोग करके निकाय का विश्लेषण किया। सिंह और कौर (2017) ने अनुपूरक चर विधि का उपयोग करके अविश्वसनीय सर्वर और वैकल्पिक सेवा के लिए पुनः प्रयास पंक्ति के साथ पंक्ति निकाय का अध्ययन किया। अनुपूरक चर तकनीक का उपयोग करके चौधरी और डेका (2018) द्वारा बहुअवकाश नीति के साथ एक अविश्वसनीय सर्वर निदर्श पर चर्चा की गई है। सगाउ आदि (2018) के हाल के अध्ययन में अविश्वसनीय सर्वर और बर्नोली अवकाश के साथ समूह आगमन पंक्ति में दो तरह की देरी की अवधारणा प्रस्तुत की। इस शोधपत्र के लिए उन्होंने निकाय की स्थिर स्थिति की प्रायिकताओं और प्रस्थान बिंदु बंटन का विश्लेषण किया।

## 3. सेवा अवरोध के साथ कुछ पंक्ति निदर्श

इस अनुच्छेद में हम अनुपूरक चर तकनीक का उपयोग करके सेवा अवरोध के साथ कुछ अमार्कोवियन पंक्ति निदर्श के क्षमता निदर्शन का विश्लेषण करेंगे।

निदर्श सूत्रीकरण में प्रयोग किए गए विभिन्न प्रतीकों और अंकन तालिका 1 में वर्णित हैं।

तालिका 1

$\lambda$	निष्क्रिय स्थिति में इकाई का आगमन क्षमता
$X$	इकाई के समूह के आकार का यादृच्छिक चर
$c_j$	प्रायिकता $[X = j]$
$E(X),$ $E(X^{(2)})$	क्रमशः पहले और दूसरे फैक्टोरियल आघूर्ण
$X(z)$	$X$ का प्रायिकता जनक फलन

$\alpha_i$	$i^{\text{th}}$ चरण सेवा के दौरान सर्वर की विफलता क्षमता
$B_i(x)$	पहले दो आघूर्ण $\beta_i^{(1)}$ तथा $\beta_i^{(2)}$ के साथ $i^{\text{th}}$ चरण सेवा का बंटन फलन
$D_i(y),$ $G_i(y),$ $(G_{i,l}(y))$	मरम्मत समय और मरम्मत समय में देरी का बंटन फलन क्रमशः पहले दो आघूर्ण $\gamma_i^{(1)}, g_i^{(1)}(g_{il}^{(1)})$ तथा $\gamma_i^{(2)}, g_i^{(2)}(g_{il}^{(2)})$ के साथ $i^{\text{th}}$ चरण सेवा प्रदान करते समय विफल रहा; (जहां $l$ मरम्मत चरण का प्रतिनिधित्व करता है, अगर मरम्मत बहुचरणों में है)
$V(y)$	पहले दो आघूर्ण $E(V)$ तथा $E(V^2)$ के साथ अवकाश समय का बंटन फलन
$B_i^0(t), D_i^0(t),$ $G_i^0(t),$ $(G_{i,l}^0(t)), V^0(t)$	समय $t$ पर प्रक्रिया, मरम्मत में देरी, मरम्मत और अवकाश अवधि के अधीन क्रमशः स्थितिओं के व्यतीत समय
$\tilde{F}(s)$	किसी भी तरह के बंटन फलन $F(x)$ का लाप्लास रूपांतर

### 3.1. अविश्वसनीय सर्वर के साथ $M/G/1$ पंक्ति निदर्श

अनुपूरक चर तकनीक का उपयोग करके सेवा अवरोध के साथ  $M/G/1$  पंक्ति को हल करने के लिए संक्षिप्त परिचय निम्नानुसार है :

हम  $M/G/1$  पंक्ति पर विचार कर रहे हैं जो पोइसन प्रक्रिया के साथ विफलन के अधीन है और विफलता क्षमता  $\alpha$  है। यह माना जाता है कि सर्वर को संचयी बंटन फलन  $G(y)$  के साथ विफलन के तुरंत बाद मरम्मत के लिए भेजा जाता है, जिससे सीमक प्रायिकता  $R_n(x, y)$

और बाधा क्षमता फलन  $\xi(y)dy = \frac{dG(y)}{[1-G(y)]}$ , फिर अनुपूरक चर का उपयोग करके शासी समीकरण निम्नलिखित हैं :

$$\lambda P_0^0 = \int_0^{\infty} \mu(x) P_1(x) dx \quad \dots(1)$$

$$\frac{d}{dx} P_n(x) + [\lambda + \alpha + \mu(x)] P_n(x) = \lambda(1 - \delta_{n,1}) P_{n-1}(x) + \int_0^{\infty} \xi(y) R_n(x, y) dy; \quad x > 0, n \geq 1 \quad \dots(2)$$

$$\frac{d}{dy} R_n(x, y) + [\lambda + \xi(y)] R_n(x, y) = \lambda(1 - \delta_{n,1}) R_{n-1}(x, y), \quad x, y > 0, n \geq 1 \quad \dots(3)$$

$x=0$  पर सीमा प्रतिबंध यह है -

$$P_n(0) = \lambda \delta_{n,1} P_0^0 + \int_0^{\infty} \mu(x) P_{n+1}(x) dx, \quad n \geq 1 \quad \dots(4)$$

$y=0$  पर सीमा प्रतिबंध यह है -

$$R_n(x, 0) = \alpha P_n(x); \quad n \geq 1, \quad \dots(5)$$

### 3.2 अविश्वसनीय सर्वर और बहुचरण मरम्मत के साथ M/G/1 पंक्ति निदर्श

संदर्भ निदर्श की मरम्मत बहुचरणों में की जाती है, यह बताने के लिए कि हमने  $m$ -चरण मरम्मत सुविधा के साथ एक निकाय पर विचार किया, फिर निदर्श को निम्नलिखित शासी तथा सीमा प्रतिबंध समीकरणों एवं समीकरणों (1), (4) द्वारा अध्ययन किया है :

$$\frac{d}{dx} P_n(x) + [\lambda + \alpha + \mu(x)] P_n(x) = \lambda(1 - \delta_{n,1}) P_{n-1}(x) + \int_0^\infty \xi_m(y) R_{m,n}(x, y) dy; \quad x > 0, n \geq 1 \quad \dots(6)$$

$$\frac{d}{dy} R_{l,n}(x, y) + [\lambda + \xi_l(y)] R_{l,n}(x, y) = \lambda(1 - \delta_{n,1}) R_{l,n-1}(x, y), \quad x, y > 0, n \geq 1, 1 \leq l \leq m \quad \dots(7)$$

$$R_{1,n}(x, 0) = \alpha P_n(x); \quad n \geq 1, \quad \dots(8)$$

$$R_{l,n}(x, 0) = \int_0^\infty \xi_{l-1}(y) R_{l-1,n}(x, y) dy; \quad n \geq 1, 2 \leq l \leq m \quad \dots(9)$$

### 3.3 अविश्वसनीय सर्वर और मरम्मत में देरी के साथ M/G/1 पंक्ति निदर्श

ऐसी कुछ स्थितियां होती हैं जिनमें मरम्मत सुविधा उपलब्ध नहीं होती है या मरम्मत तुरंत प्रदान नहीं की जा सकती है। मरम्मत में देरी के कारण, निकाय यादृच्छिक अवधि के लिए काम करना बंद कर देता है और यह निकाय की आगमन क्षमता और दक्षता को भी प्रभावित करता है। मान लीजिए कि सीमक प्रायिकता  $D_n(x, y)$  के साथ मरम्मत में देरी का बंटन फलन  $D(y)$ , बाधा क्षमता फलन  $\eta(y) dy = \frac{dD(y)}{[1 - D(y)]}$ ; के साथ अविश्वसनीय सर्वर के साथ M/G/1 पंक्ति निदर्श के शासी तथा सीमा प्रतिबंधी समीकरणों को समीकरणों (1)-(4) द्वारा दिया गया है, जिनके साथ भी निम्नलिखित समीकरण शामिल होते हैं-

$$\frac{d}{dy} D_n(x, y) + [\lambda + \eta(y)] D_n(x, y) = \lambda(1 - \delta_{n,1}) D_{n-1}(x, y), \quad x, y > 0, n \geq 1 \quad \dots(10)$$

$$D_n(x, 0) = \alpha P_n(x); \quad n \geq 1 \quad \dots(11)$$

$$R_n(x, 0) = \int_0^\infty \eta(y) D_n(x, y) dy; \quad n \geq 1 \quad \dots(12)$$

### 3.4 अविश्वसनीय सर्वर और बर्नोली फीडबैक के साथ M/G/1 पंक्ति निदर्श

बर्नोली फीडबैक का तंत्र कई औद्योगिक संगठनों में सामने आने वाली विभिन्न पंक्ति समस्याओं में देखा जा सकता है। बर्नोली फीडबैक नीति के अनुसार, किसी भी कारण सेवा से असंतुष्ट या अपूर्ण होने पर नियमित / वैकल्पिक सेवा के पूरा होने के बाद आने वाले ग्राहक, एक और सेवा प्राप्त करने के लिए फीडबैक ग्राहक के रूप में तुरंत मूल पंक्ति में शामिल हो सकता है। अविश्वसनीय सर्वर और बर्नोली फीडबैक के साथ M/G/1 पंक्ति का संक्षिप्त परिचय देने के लिए, हमने माना है कि ग्राहक सेवा प्राप्त करने के बाद फीडबैक ग्राहक के रूप में पंक्ति में पुनः  $\theta$  प्रायिकता से सम्मिलित होता है या  $1 - \theta$  प्रायिकता के साथ निकाय छोड़ देता है।

शासी तथा सीमा प्रतिबंधी समीकरणों को समीकरणों (2)-(3), (5) एवं निम्नलिखित समीकरणों द्वारा दिया गया है :

$$\lambda P_0^0 = (1 - \theta) \int_0^{\infty} \mu(x) P_1(x) dx \quad \dots(13)$$

$$P_n(0) = \lambda \delta_{n,1} P_0^0 + (1 - \theta) \int_0^{\infty} \mu(x) P_{n+1}(x) dx + \theta \int_0^{\infty} \mu(x) P_n(x) dx, n \geq 1 \quad \dots(14)$$

#### 4. अवकाश के साथ M/G/1 पंक्ति निदर्श

इस खंड में हमने सर्वर अवकाश के साथ पंक्ति निदर्श पर चर्चा करने के लिए बर्नोली अवकाश और यादृच्छिक अवकाश नीति पर विचार किया है। अवकाश निदर्श के संक्षिप्त विवरण देने के लिए हमने अवकाश के साथ निम्नलिखित पंक्ति निदर्शों पर विचार किया है :

##### 4.1 बर्नोली अवकाश नीति के तहत M/G/1 पंक्ति निदर्श

बर्नोली अवकाश निदर्श में हम मानते हैं कि सेवा के पूरा होने के बाद सर्वर प्रायिकता  $p$  के साथ अवकाश का लाभ उठा सकता है या प्रायिकता  $(1-p)$  के साथ निकाय में मौजूद अगली इकाइयों की सेवा जारी रखता है। बर्नोली अवकाश नीति के तहत अवकाश निदर्श को वर्णित करने के लिए हम अवकाश समय फलन  $V(y)$  पर विचार करते हैं। सीमक प्रायिकता  $V_n(y)$  के साथ और बाधा क्षमता फलन  $v(y)dy = \frac{dV(y)}{1-V(y)}$  के साथ शासी समीकरणों को समीकरण

(2) और निम्नलिखित समीकरणों पर विचार करके व्यक्त किया जा सकता है :

$$\lambda P_0^0 = (1 - p) \int_0^{\infty} \mu(x) P_1(x) dx + \int_0^{\infty} v(y) V_0(y) dy \quad \dots(15)$$

$$\frac{d}{dy} V_n(y) + [\lambda + v(y)] V_n(y) = \lambda (1 - \delta_{n,0}) V_{n-1}(y), \quad x > 0, n \geq 0 \quad \dots(16)$$

$x=0$  पर सीमा प्रतिबंध यह है-

$$P_n(0) = \lambda \delta_{n,1} P_0^0 + \int_0^{\infty} \mu(x) P_{n+1}(x) dx + (1 - p) \int_0^{\infty} v(y) V_n(y) dy, n \geq 1 \quad \dots(17)$$

$y=0$  पर सीमा प्रतिबंध निम्नलिखित है-

$$V_n(0) = p \int_0^{\infty} \mu(x) P_{n+1}(x) dx, n \geq 0 \quad \dots(18)$$

##### 4.2 यादृच्छिक अवकाश नीति के तहत M/G/1 पंक्ति निदर्श

संदर्भ निदर्श को समझाने के लिए, हम के आदि (2010) द्वारा अध्ययन किए गए निदर्श पर विचार कर रहे हैं। अपने निदर्श में उन्होंने ज्यादा से ज्यादा  $J$  अवकाशों के साथ यादृच्छिक अवकाश नीति के तहत निकाय माना। इस निदर्श में माना गया है कि सर्वर प्रत्येक व्यस्त अवधि के पूरा होने के बाद अवकाश ले सकता है और निकाय में कम से कम एक इकाई मौजूद होने पर अवकाश से वापस आने के बाद, सर्वर तुरंत सेवा करना शुरू कर देता है या

यदि कोई इकाई नहीं है, तो सर्वर या तो प्रायिकता  $\bar{p}$  के साथ अवकाश का लाभ उठा सकता है या प्रायिकता  $p$  के साथ निकाय में बने रहना जारी रख सकता है। शासी समीकरणों और सीमा प्रतिबंधों को निम्नानुसार लिया गया है :

$$\lambda P_0^0 = \int_0^\infty v(y)V_0^J(y)dy + p \sum_{j=1}^{J-1} \int_0^\infty v(y)V_0^j(y)dy \quad \dots(19)$$

$$\frac{d}{dx} P_n(x) + [\lambda + \mu(x)]P_n(x) = \lambda(1 - \delta_{n,1}) \sum_{j=1}^n c_j P_{n-j}(x); n \geq 1 \quad \dots(20)$$

$$\frac{d}{dx} V_n^j(y) + [\lambda + v(y)]V_n^j(y) = \lambda(1 - \delta_{n,0}) \sum_{k=1}^n c_k V_{n-k}^j(y); n \geq 0; j = 1, 2, \dots, J \quad \dots(21)$$

$$P_n(0) = \lambda c_n P_0^0 + \int_0^\infty \mu(x)P_{n+1}(x)dx + \sum_{j=1}^J \int_0^\infty v(y)V_0^j(y)dy, n \geq 1 \quad \dots(22)$$

$$V_n^1(0) = \begin{cases} \int_0^\infty \mu(x)P_1(x)dx; & n = 0 \\ 0 & ; n \geq 1 \end{cases} \quad \dots(23)$$

$$V_n^j(0) = \begin{cases} \bar{p} \int_0^\infty v(y)V_{j-1}(y)dy; & n = 0, 2 \leq j \leq J \\ 0 & ; n \geq 1, 2 \leq j \leq J \end{cases} \quad \dots(24)$$

### 4.3 अविश्वसनीय सर्वर और अवकाश के साथ M/G/1 पंक्ति निदर्श

कई पंक्तिबद्ध परिदृश्य हैं जिनमें हम देख सकते हैं कि सर्वर कुछ समय के लिए निकाय में उपलब्ध नहीं है, यह सर्वर के विफलन या सर्वर के किसी अन्य कार्य में व्यस्त होने के कारण हो सकता है। यह दिखाने के लिए कि हम विफलन और बर्नोली अवकाश के साथ पंक्ति निदर्श पर विचार कर रहे हैं, जिसमें (2)-(3), (5), (15)-(18) शासी समीकरण और सीमा प्रतिबंधों का उपयोग किया गया है।

### 5. अविश्वसनीय सर्वर, दूसरी वैकल्पिक सेवा और बाकिंग के साथ M/G/1 पंक्ति निदर्श

कई भीड़ परिदृश्यों में बाकिंग घटना तब होती है जब ग्राहक लंबे समय तक इंतजार का अनुमान लगाकर पंक्ति में शामिल नहीं होना चाहता या किसी अन्य कारण से पंक्ति में शामिल नहीं होता। बाकिंग के साथ पंक्ति निदर्श की व्याख्या करने के लिए हमने सिंह आदि (2017) द्वारा प्रस्तुत किए गए निदर्श पर विचार किया है। संदर्भ निदर्श में यह माना जाता है कि इकाइयों के आगमन समूह का आकार  $X$  है, प्रायिकता द्रव्यमान फलन  $P(X = j) = c_j, j \geq 1$  के साथ प्वासॉ प्रक्रिया का पालन व्यस्त स्थिति में करते हैं, मरम्मत में देरी और मरम्मत की स्थिति में इकाइयों की औसत आगमन दरों की अपनी संबंधित प्रायिकताएँ  $b, b_1$  तथा  $b_2$  ली गई हैं। जैसा कि सिंह आदि (2017) में चर्चा की गई है निकाय स्थितियों को नियंत्रित करने वाले कोल्मोगोरोव चैपलैन समीकरण निम्नानुसार प्रायिकता तर्क का उपयोग करके लिखे गए हैं :

$$\frac{d}{dx} P_n^i(x) + [\lambda b + \alpha_i + \mu_i(x)] P_n^i(x) = \lambda b \sum_{j=1}^n c_j (1 - \delta_{n,0}) P_{n-j}^i(x) + \int_0^{\infty} \xi_{i,m}(y) R_{m,n}^i(x,y) dy; n \geq 0, i=1,2. \quad \dots(25)$$

$$\frac{d}{dy} D_n^i(x,y) + [\lambda b_1 + \eta_i(y)] D_n^i(x,y) = \lambda b_1 \sum_{j=1}^n c_j (1 - \delta_{n,0}) D_{n-j}^i(x,y); x, y > 0, n \geq 0, i=1,2. \quad \dots(26)$$

$$\frac{d}{dy} R_{l,n}^i(x,y) + [\lambda b_2 + \xi_{i,l}(y)] R_{l,n}^i(x,y) = \lambda b_2 \sum_{j=1}^n c_j (1 - \delta_{n,0}) R_{l,n-j}^i(x,y); x, y > 0, n \geq 0, i=1,2, 1 \leq l \leq m \quad \dots(27)$$

$$\lambda P_0^0 = \int_0^{\infty} \mu_2(x) P_0^2(x) dx + q \int_0^{\infty} \mu_1(x) P_0^1(x) dx \quad \dots(28)$$

यहां  $\delta_{n,0}$  क्रोनकर डेल्टा फलन को दर्शाता है।

समीकरणों के समुच्चय (25) - (28) को हल करने के लिए, सीमा प्रतिबंध निम्नलिखित हैं :

$$P_n^1(0) = \lambda c_{n+1} P_0^0 + \int_0^{\infty} \mu_2(x) P_{n+1}^2(x) dx + q \int_0^{\infty} \mu_1(x) P_{n+1}^1(x) dx; \quad n \geq 0 \quad \dots(29)$$

$$P_n^2(0) = p \int_0^{\infty} \mu_1(x) P_n^1(x) dx; \quad n \geq 0 \quad \dots(30)$$

$$D_n^i(x,0) = \alpha_i P_n^i(x); \quad n \geq 0, i=1,2. \quad \dots(31)$$

$$R_{1,n}^i(x,0) = \int_0^{\infty} \eta_i(y) D_n^i(x,y) dy; \quad n \geq 0, i=1,2. \quad \dots(32)$$

$$R_{l,n}^i(x,0) = \int_0^{\infty} \xi_{i,l-1}(y) R_{l-1,n}^i(x,y) dy; \quad n \geq 0, i=1,2, 2 \leq l \leq m \quad \dots(33)$$

उपर्युक्त समीकरणों को हल करके हम निम्नानुसार पंक्ति की लंबाई प्राप्त करते हैं (सिंह आदि 2017):

$$\begin{aligned} L_q = & r_1 + E(X^{(2)}) [2E(X)]^{-1} + [2(1-r_1)]^{-1} [2p\beta_1^{(1)}\beta_2^{(1)}(\lambda E(X))^2 (b + \alpha_1(b_1\gamma_1^{(1)} + b_2 \sum_{j=1}^m g_{1j}^{(1)})) \chi_1 \\ & + p\beta_2^{(1)} \{ \lambda b E(X^{(2)}) + \alpha_2(2b_1b_2(\lambda E(X))^2 \gamma_2^{(1)} \sum_{j=1}^m (g_{2j}^{(1)}) + 2(\lambda b_2 E(X))^2 \sum_{l=2}^m \sum_{j=1}^{l-1} (g_{2j}^{(1)} g_{2l}^{(1)}) \} \\ & + [\lambda b_1 E(X^{(2)}) \gamma_2^{(1)} + (\lambda b_1 E(X))^2 \gamma_2^{(2)}] + \sum_{j=1}^m [\lambda b_2 E(X^{(2)}) g_{2j}^{(1)} + (\lambda b_2 E(X))^2 g_{2j}^{(2)}] \} \\ & + \beta_1^{(1)} \{ \lambda b E(X^{(2)}) + \alpha_1(2b_1b_2(\lambda E(X))^2 \gamma_1^{(1)} \sum_{j=1}^m (g_{1j}^{(1)}) + 2(\lambda b_2 E(X))^2 \sum_{l=2}^m \sum_{j=1}^{l-1} (g_{1j}^{(1)} g_{1l}^{(1)}) \} \\ & + [\lambda b_1 E(X^{(2)}) \gamma_1^{(1)} + (\lambda b_1 E(X))^2 \gamma_1^{(2)}] + \sum_{j=1}^m [\lambda b_2 E(X^{(2)}) g_{1j}^{(1)} + (\lambda b_2 E(X))^2 g_{1j}^{(2)}] \} + p\beta_2^{(2)} \times \\ & \{ \lambda E(X) \chi_1 \}^2 + \beta_1^{(2)} \{ \lambda E(X) \chi_2 \}^2 ] \end{aligned}$$

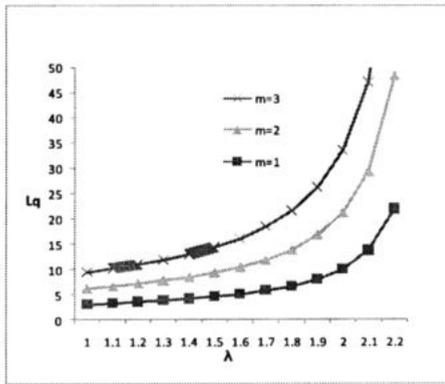
जहाँ  $\chi_1 = (b + \alpha_2(b_1\gamma_2^{(1)} + b_2 \sum_{j=1}^m g_{2j}^{(1)}))$  और  $\chi_2 = (b + \alpha_1(b_1\gamma_1^{(1)} + b_2 \sum_{j=1}^m g_{1j}^{(1)}))$  है।

आलेखीय परिणामों को व्यक्त करने के लिए, हमने सिंह आदि (2017) के संख्यात्मक निदर्शन पर विचार किया है। इसके शासी समीकरण समीकरणों (25)-(33) में वर्णित हैं, इन समीकरणों

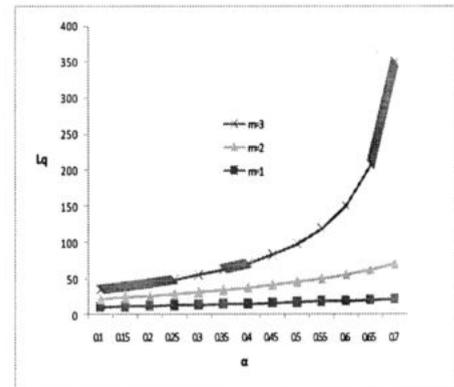
को सरल बनाने से विभिन्न क्षमताओं के प्रदर्शन का परिणाम मिलता है। सिंह आदि (2017) में पंक्ति की लंबाई और अन्य क्षमता सूचकांक पर विभिन्न निकाय मापदंडों के प्रभाव विशिष्ट बंटन के लिए जांच की गई हैं। हम यहां वही परिणाम इस्तेमाल कर रहे हैं। संख्यात्मक परिणामों की गणना करने के लिए, चित्र 1-2 के लिए स्वतः मापदंडों को निम्नानुसार माना जाता है :

$$E(X) = 2, \alpha_1 = 0.1, \alpha_2 = 0.2, p = 0.6, m = 3, k = 2, \mu_1 = 4, \mu_2 = 6, \lambda = 2, b = 0.6, b_1 = 0.3, b_2 = 0.5, \varepsilon_1 = 12, \varepsilon_2 = 18, \gamma_1 = 24, \gamma_2 = 36.$$

चित्र 1 और 2 मरम्मत चरणों की संख्या ( $m$ ) के लिए औसत पंक्ति लंबाई ( $L_q$ ) पर विभिन्न मानकों के प्रभाव प्रस्तुत करते हैं। चित्र 1 में हम औसत पंक्ति की लंबाई पर प्रभाव प्रदर्शित करते हैं। यह देखा जाता है कि  $\lambda$  बढ़ने से, प्रारंभ में  $L_q$  धीरे-धीरे बढ़ता है और फिर कुछ चरण बाद तेजी से बढ़ने लगता है। इसके अलावा, मरम्मत चरणों की संख्या ( $m$ ) के बढ़ने से, भी  $L_q$  बढ़ता है। चित्र 2  $L_q$  पर  $\alpha$  का प्रभाव प्रदर्शन करता है। हम देखते हैं कि  $\alpha$  की वृद्धि के साथ,  $L_q$  बढ़ने लगता है।



चित्र 1:  $m$  के लिए  $L_q$  बनाम  $\lambda$



चित्र 2:  $m$  के लिए  $L_q$  बनाम  $\alpha$

## 6. निष्कर्ष

वर्तमान शोधपत्र का हमारा उद्देश्य सेवा अवरोध के साथ कुछ अमार्कोवियन पंक्ति निदर्शों के संक्षिप्त परिचय प्रदान करना है। इन निदर्शों का हमारा अध्ययन कई दैनिक गतिविधियों (उदाहरण के लिए ए टी एम बूथ, विनिर्माण निकाय/उत्पादन निकाय, कंप्यूटर नेटवर्किंग, यातायात नियंत्रण निकाय इत्यादि) में उत्पन्न होने वाली विभिन्न पंक्ति समस्याओं को हल करने में सहायक हो सकता है। ये पंक्ति निदर्श अधिक बहुमुखी परिदृश्य प्रदान करते हैं जो उचित निर्णय लेने के लिए निकाय रचनाकारों और संवर्धित करने वालों के लिए महत्वपूर्ण अंतर्दृष्टि प्रदान कर सकते हैं। इन निदर्शों को वैकल्पिक सेवा, पुनः प्रयास के साथ-साथ  $N$ -नीति जैसी इष्टतम नियंत्रण नीति की दिशा में आगे बढ़ाया जा सकता है।

## संदर्भ

1. Choudhury G, Deka M (2012) A single server queueing system with two phases of service subject to server breakdown and Bernoulli vacation. *Applied Mathematical Modelling* 36(12):6050-6060.
2. Choudhury G, Deka M (2018) A batch arrival unreliable server delaying repair queue with two phases of service and Bernoulli vacation under multiple vacation policy. *Quality Technology & Quantitative Management* 15(2):157-186.
3. Choudhury G, Ke JC (2014) An unreliable retrial queue with delaying repair and general retrial times under Bernoulli vacation schedule. *Applied Mathematics and Computation* 230:436-450.
4. Cox DR (1955) The analysis of non-markovian stochastic processes by the inclusion of supplementary variables. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society* 51(3):433-441.
5. Ke JC, Huang KB Pearn WL (2010) The randomized vacation policy for a batch arrival queue. *Applied Mathematical Modelling* 34(6):1524-1538.
6. Saggou H, Sadeg I, Ourbih-Tari M, Bourennane EB (2018) The analysis of unreliable  $M[X]/G/1$  queueing system with loss, vacation and two delays of verification. *Communications in Statistics - Simulation and Computation* 1-16.
7. Singh CJ, Jain M, Kaur S (2017) Performance analysis of bulk arrival queue with balking, optional service, delayed repair and multi-phase repair. *Ain Shams Engineering Journal* 1-11.
8. Singh CJ, Kaur S (2017) Unreliable Server Retrial Queue with Optional Service and Multi-Phase Repair. *International Journal of Operations Research* 14(2):35-51.
9. Wang TY (2015) An unreliable Geo/G/1 queue with startup and closedown times under randomized finite vacations. *Applied Mathematical Modelling* 39(3-4):1383-1399.

## हतोत्साहन और अतिरिक्त सेवा स्थितियों के साथ बहुप्रक्रियाकारी पंक्ति निकाय

अनामिका जैन

गणित और सांख्यिकी विभाग  
मणिपाल विश्वविद्यालय जयपुर, राजस्थान  
anamikajain\_02@rediffmail.com

मधु जैन

गणित विभाग, आईआईटी रुड़की  
रुड़की, उत्तराखंड  
drmadhujain.iitr@gmail.com

### सार

हमने हतोत्साहन के साथ पंक्ति-निर्भर, विषम बहुप्रक्रियाकारी पंक्ति निकाय निदर्शन के लिए, मॉर्कोव प्रक्रिया मानी है। इस निकाय में  $r_p$  स्थाई और  $s_p$  अतिरिक्त प्रणालीर माने हैं, जो निकाय की प्रतीक्षा पंक्ति में सेवा कार्य हेतु आए कार्यों को पूर्व निर्धारित धारिता संख्या पर पहुंचने पर क्रियाशील हो जाते हैं और तब तक सेवा कार्य करते रहते हैं जब तक कि पंक्ति की लंबाई पिछले स्तर तक घट नहीं जाती है। पंक्ति आकार बंटन और अन्य क्षमता सूचकांक पंक्ति सिद्धांत विधि का उपयोग करके निर्धारित किए गए हैं।

**कुंजी शब्द** : परस्पर निर्भर पंक्ति; परिमित धारिता; बहुप्रक्रियाकारी; निराशा; पंक्ति का आकार

### प्रस्तावना

वास्तविक जीवन में प्रतीक्षा पंक्ति की स्थिति उत्पन्न होती है जिसमें लंबी पंक्ति देखकर ग्राहकों को निराश होने की प्रवृत्ति हो सकती है। बहुप्रक्रियाकारी पंक्ति निकाय का अध्ययन कई शोधकर्ताओं द्वारा विभिन्न कंप्यूटर निकाय निदर्शन के लिए किया गया है। कई वास्तविक समय निकायों में सर्वर का समय कई सेवा कार्यों द्वारा साझा किया जाता है, ताकि एक ही सर्वर सेवा कार्यों को एक साथ सेवा प्रदान कर सकें। परिणामतः, इसकी सेवा क्षमता किसी भी समय सेवा प्राप्त करने वाले सेवा कार्यों की संख्या पर निर्भर करती है। बहुप्रक्रियाकारी पंक्ति निकाय का प्रावधान पंक्ति की लंबाई को कम करने और स्वीकार्य स्तर पर लाभ की गुंजाइश को बनाए रखने में सहायक होता है। इस तरह प्रणालीर को एक ही समय में एक से अधिक सेवा कार्य के लिए अभिगमन वांछनीय है, ([1], [2])। अतिरिक्त प्रणालीर का प्रावधान ग्राहकों के पंक्ति में न लगने और स्वपक्ष पंक्ति त्यागने के व्यवहार को कम करने के लिए लाभदायक हो सकता है, ([3], [4])।

कंप्यूटर नेटवर्क में संचार प्रणाली, डेटा वॉयस ट्रांसमिशन, उत्पादन प्रणालीर इत्यादि, आगमन और सेवा प्रक्रिया आम तौर पर परस्पर निर्भर होते हैं। कई भीड़ स्थितियों में ग्राहकों के पंक्ति

में न लगने और स्वपक्ष पंक्ति त्यागने का व्यवहार भी आम हैं। पंक्ति में न लगने में ग्राहक पंक्ति में शामिल नहीं होता है; और पुनर्निर्माण के मामले में वह कुछ समय बाद कतार छोड़ सकता है। कुछ अध्ययनों में इस अवधारणा से निपटने के लिए कि सेवा दरों को कतार की लंबाई को कम करने के लिए नियंत्रित किया जा सकता है ताकि ग्राहकों के पंक्ति में न लगने/स्वपक्ष पंक्ति त्यागने के व्यवहार को नियंत्रित किया जा सके। अतिरिक्त हटाने योग्य प्रणालीर का प्रावधान भी किया जा सकता है। अतिरिक्त प्रणालीर का प्रावधान ग्राहकों के पंक्ति में न लगने/स्वपक्ष पंक्ति त्यागने के व्यवहार को कम करने के लिए फायदेमंद हो सकता है। हाल के वर्षों में साझा पंक्ति निकाय के समय पर उल्लेखनीय कार्य जेन और केनेस [5], अल्टमैन आदि [6] और अन्य कई के कारण हैं। हाल ही में जैन आदि [7] ने समय साझा सेवा पर विचार करके मशीन मरम्मत की समस्या के लिए N- नीति का विश्लेषण करने के लिए प्रतिवर्तन विधि का प्रयोग किया है। परस्पर निर्भर दरों के साथ सीमित नियंत्रित मार्कोवियन पंक्ति निकाय का परीक्षण धाकड़ और जैन [8] द्वारा किया गया है। जिसमें पंक्ति में न लगने और स्वपक्ष पंक्ति त्यागने की अवधारणाएँ सम्मिलित हैं। इस अध्ययन में हम अतिरिक्त सर्वर के प्रावधान को सम्मिलित करके आगमन दरों और निराशा के साथ परिमित क्षमता निकाय में बहु-प्रणालीर निकाय का अन्वेषण कर रहे हैं।

## 1. निदर्श विवरण

बहु प्रणालीर पर विचार करते हुए हम पंक्ति समस्या और आगमन दरों के अधीन अतिरिक्त विषम प्रणालीर पर विचार कर रहे हैं। सेवा सुविधा में  $r_p$  स्थाई प्रणालीर हैं। निकाय में अतिरिक्त हटाने योग्य  $s_p$  प्रणालीर का प्रावधान है जो धारिता संख्या आधारित नियम के बाद एक-एक करके कार्य करना प्रारंभ करते हैं और  $j^{\text{th}}$  ( $j = 1, 2, \dots, s_p$ ) के लिए औसत सेवा क्षमता  $\mu_j$  के साथ चरघातांकी बंटन के अनुसार सेवा प्रदान करते हैं। उपलब्ध प्रणालीरों के बीच साझा प्रक्रिया क्षमता  $\phi(v)$  निकाय में प्रणालीरों की प्रतीक्षा करने वाले ग्राहकों की संख्या पर निर्भर है।

यदि निकाय में  $n < r_p$  ग्राहक हैं तो केवल  $n$  स्थाई प्रणालीर सेवा क्षमता  $\mu$  के साथ सेवा प्रदान कर सकते हैं। अगर निकाय में  $r_p \leq n < N_1$  ग्राहक हैं, तभी केवल सभी स्थाई प्रणालीर ग्राहकों को क्षमता  $\mu_0$  से सेवा प्रदान करते हैं। नियोजित अतिरिक्त सर्वरों की संख्या तय की गई धारिता संख्या नीति के अनुसार निकाय में मौजूद ग्राहकों की संख्या पर निर्भर करती है। यदि  $N_1$  ग्राहक पहले प्रणालीर के सामने प्रतीक्षा कर रहे हैं, तो पहला अतिरिक्त प्रणालीर तुरंत सक्रिय हो जाएगा और पंक्ति की लंबाई  $N_1$  से कम हो जाने पर उसे हटा दिया जाएगा। सामान्यतः यदि सेवा के लिए प्रतीक्षा करने वाले ग्राहकों की संख्या एक विशिष्ट स्तर  $N_{j-1}$  तक पहुंच जाती है, तो  $j^{\text{th}}$  ( $j = 2, 3, \dots, s_p$ ) अतिरिक्त प्रणालीर चालू हो जायेंगे और जैसे ही पंक्ति की लंबाई  $N_{j-1}$  से कम हो जाएगी वे सेवा कार्य बंद कर देंगे। जब सभी स्थाई और  $j$

अतिरिक्त प्रणालीर व्यस्त होते हैं, तो ग्राहक स्वपक्ष पंक्ति त्याग प्राचलों  $\alpha_j$  के साथ चरघातांकी बंटन के अधीन कर सकते हैं। इस प्रकार स्थिति के आधार पर सेवा क्षमता निम्नवत है :

$$v_j^n = \left[ r_p \mu_0 + \sum_{i=1}^j \mu_i \right] \phi(n) + (n - \overline{r_p + j}) \alpha_j; N_j < n \leq N_{j+1}, i = 1, 2, \dots, s_p.$$

माना  $P_n$  स्थिर स्थिति की प्रायिकता को इंगित करता है जहाँ  $n$  ( $n = 0, 1, 2, \dots, k$ ) निकाय में मौजूद ग्राहकों की संख्या हैं। इसके अलावा  $P_{N_j(1)}$  और  $P_{N_j(2)}$  इन प्रायिकताओं को दर्शाते हैं जिनके लिए कि  $N_j^{th}$  ( $j=1, 2, \dots, s_p-1$ ) ग्राहकों को क्रमशः  $j^{th}$  और  $(j+1)^{th}$  प्रणालीरों द्वारा  $\sum_{i=1}^j \mu_i \phi(N_j)$  और  $\mu_{j+1} \phi(N_j)$  सेवा क्षमता से सेवा दी जाती है और साथ ही  $P_{N_j} = P_{N_j(1)} + P_{N_j(2)}$ .

### 1. पंक्ति आकार बंटन और क्षमता सूचकांक

M/M/ $r_p+s_p$ /K पंक्ति निकाय के लिए स्थिर स्थिति समीकरण निम्नानुसार हैं :

$$\Lambda P_0 = \mu \phi(1) P_1 \quad \dots(1)$$

$$[\Lambda + n \mu \phi(n)] P_n = \Lambda P_{n-1} + (n+1) \mu \phi(n) P_{n+1}, \quad 1 \leq n < r_p \quad \dots(2)$$

$$[\lambda_1 + r_p \mu \phi(r_p)] P_{r_p} = \Lambda P_{r_p-1} + r_p \mu_0 \phi(r_p + 1) P_{r_p+1}, \quad \dots(3)$$

$$[\lambda_1 + r_p \mu_0 \phi(n)] P_n = \lambda_1 P_{n-1} + r_p \mu_0 \phi(n+1) P_{n+1}, \quad r_p < n < N_1 - 1 \quad \dots(4)$$

$$[\lambda_1 + r_p \mu_0 \phi(N_1 - 1)] P_{N_1-1} = \lambda_1 P_{N_1-2} + r_p \mu_0 \phi(N_1) P_{N_1(1)} + (\mu_1) \phi(N_1) P_{N_1(2)} \quad \dots(5)$$

$$[\lambda_1 + r_p \mu_0 \phi(N_1)] P_{N_1(1)} = \lambda_1 P_{N_1-1} + [\mu_1 \phi(N_1 + 1) + \alpha_1] P_{N_1+1} \quad \dots(6)$$

$$[\lambda_1 + \mu_1 \phi(N_1)] P_{N_1(2)} = [r_p \mu_0 \phi(N_1 + 1) + (N_1 + 1 - \overline{r_p + 1} - 1) \alpha_1] P_{N_1+1} \quad \dots(7)$$

$$[\lambda_1 + v_{j-1}^n] P_n = \lambda_1 P_{n-1} + v_{j-1}^{n+1} P_{n+1}, \quad N_{j-1} < n < N_j - 1, \quad j = 2, 3, \dots, s_p - 1 \quad \dots(8)$$

$$[\lambda_1 + v_{j-1}^{N_j-1}] P_{N_j-1} = \lambda_1 P_{N_j-2} + v_{j-1}^{N_j(1)} P_{N_j(1)} + \mu_j \phi(N_j) P_{N_j(2)}, \quad j = 2, 3, \dots, s_p - 1 \quad \dots(9)$$

$$[\lambda_1 + v_{j-1}^{N_j(1)}] P_{N_j(1)} = \lambda_1 P_{N_j-1} + [\mu_j \phi(N_j + 1) + \alpha_j] P_{N_j+1}, \quad j = 2, 3, \dots, s_p - 1 \quad \dots(10)$$

$$[\lambda_1 + \mu_j \phi(N_j)] P_{N_j(2)} = [(r_p \mu_0 + \sum_{i=1}^{j-1} \mu_i) \phi(N_j + 1) + (N_j + 1 - \overline{r_p + j} - 1) \alpha_j] P_{N_j+1},$$

$$j = 2, 3, \dots, s_p - 1 \quad \dots(11)$$

$$[\lambda_1 + v_{s-1}^n] P_n = \lambda_1 P_{n-1} + v_{s-1}^{n+1} P_{n+1}, \quad N_{s_p-1} < n < K \quad \dots(12)$$

$$v_s^K P_K = \lambda_1 P_{K-1} \quad \dots(13)$$

संकेतन के संक्षिप्तीकरण के लिए, हमने निम्नलिखित संकेतों का उपयोग किया है:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}, \quad \rho^0 = \frac{\lambda_1}{r_p \mu_0}, \quad \rho^{(j)} = \frac{\lambda_j}{\mu_j}, \quad \rho_{j-1, N_j} = \frac{\lambda_1}{\mu_{j-1}} \quad j = 1, 2, \dots, s_p$$

$$r_{p1, N_1+1} = \frac{r_p \mu_0 \phi(N_1 + 1) + (N_1 - \overline{r_p + 1})\alpha_1}{\mu_1 \phi(N_1 + 1) + \alpha_1}$$

$$\omega_{1, N_1+1} = \frac{r_p \mu_0 \phi(N_1 + 1) + (N_1 - \overline{r_p + 1})\alpha_1}{\mu_1^{N_1+1}}$$

$$r_{pj, N_j+1} = \left[ \left( r_p \mu_0 + \sum_{i=1}^{j-1} \mu_j \right) \phi(N_j + 1) + (N_j - \overline{r_p + 1})\alpha_j \right] [\mu_j \phi(N_j + 1) + \alpha_j]^{-1}$$

$$\omega_{j, N_j+1} = \left[ \left( r_p \mu_0 + \sum_{i=1}^{j-1} \mu_j \right) \phi(N_j + 1) + (N_j - \overline{r_p + 1})\alpha_j \right] [\mu_j^{N_j+1}]^{-1}, \quad j = 1, 2, \dots, s_p$$

$$A_0 = \frac{(\rho^{(1)} + \phi(N_1)) r_{p1, N_1+1} (\rho^0)^{N_1 - r_p}}{[\rho^{(1)} \omega_{1, N_1+1} + r_{p1, N_1+1} \phi(N_1) + \rho^0 \omega_{L, N_1+1} r_{pL, N_1+1}] r_p! \prod_{i=1}^n \phi(i)}$$

$$A_j = \frac{(\rho^{(j+1)} + \phi(N_{j+1}))}{[r_{pj+1, N_{j+1}+1} \phi(N_{j+1}) (1 + \rho_{j, N_{j+1}} \omega_{j+1, N_{j+1}+1})] + \rho^{(j+1)} \omega_{j+L, N_{j+1}+1}}, \quad j = 1, 2, \dots, s_p$$

$\sum_{n=0}^{\infty} P_n = 1$  प्रसामान्यता प्रतिबंध का उपयोग करके  $P_0$  प्राप्त किया गया है। धारिता संख्या स्तर की प्रायिकताएँ निम्नवत प्राप्त की गई हैं :

$$P_{N_1(1)} = \rho^0 (r_{p1, N_1+1} \phi(N_1) + \rho^{(1)} \omega_{1, N_1+1}) Y(N_1) P_{N_1-1}; \quad \dots(14a)$$

$$P_{N_2(1)} = (\rho^0 \rho^{(1)} \omega_{1, N_1+1} r_{p1, N_1+1}) Y(N_1) P_{N_1-1} \quad \dots(14b)$$

$$P_{N_j(1)} = \rho_{j-1, N_j} (r_{pj, N_j+1} \phi(N_j) + \rho^{(j)} \omega_{j, N_j+1}) Y(N_j) P_{N_j-1} \quad \dots(15a)$$

$$P_{N_j(2)} = \rho_{j-1, N_j} \rho^{(j)} \omega_{j, N_j+1} r_{pj, N_j+1} Y(N_j) P_{N_j-1}, j=2, 3, \dots, s_p-1 \quad \dots(15b)$$

$$Y(N_1) = \left[ (r_{p1, N_1+1} \phi(N_1) + \rho^{(1)} \omega_{1, N_1+1} + \rho^0 \rho^{(1)} \omega_{1, N_1+1} r_{p1, N_1+1}) \phi(N_1) \right]^{-1}$$

$$Y(N_j) = \left[ (r_{pj, N_j+1} \phi(N_j) (1 + \rho_{j-1, N_j} \omega_{j, N_j+1}) + \rho^{(j)} \omega_{j, N_j+1}) \right]^{-1}$$

$$P_{N_j} = P_{N_j(1)} + P_{N_j(2)}$$

समीकरणों (1) - (13) को प्रतिवर्तन रूप से हल करके,  $P_n$  को तालिका 1 में दिए गए अनुसार प्राप्त किया गया है।

अंतराल	$P_n$
$1 \leq n \leq r_p$	$\rho^n P_0 \left[ n! \prod_{i=1}^n \phi(i) \right]^{-1}$ ,
$r_p \leq n \leq N_1 - 1$	$(\rho^0)^{n-r_p} \rho^{r_p} P_0 \left[ r_p! \prod_{i=1}^n \phi(i) \right]^{-1}$ ,
$N_j \leq n \leq N_{j+1}$ $j=1, 2, \dots, s_p-2$	$A_0 \left( \prod_{k=1}^{j-1} \left( \prod_{i=1}^{N_{k+1}-N_k-1} \rho_{k, N_k+i} \right) r_{p_{k+1, N_{k+1}+1}} \rho_{k, N_k+1} A_k \right)$ $\times \left( \prod_{i=1}^{n-N_j} \rho_{j, N_j+i} \right) P_0$
$N_{s-1} \leq n \leq K$	$A_0 \left( \prod_{k=1}^{s_p-1} \left( \prod_{i=1}^{N_{k+1}-N_k-1} \rho_{k, N_k+i} \right) r_{p_{k+1, N_{k+1}+1}} \rho_{k, N_k+1} A_k \right)$ $\times \left( \prod_{i=1}^{n-N_{s-1}} \rho_{s-1, N_{s-1}+i} \right) P_0$

तालिका 1: प्रायिकताएं ( $P_n$ )

अब हम स्थिति प्रायिकता के पदों में निकाय की विभिन्न क्षमताओं को प्राप्त करते हैं, जैसा कि नीचे दिया गया है:

- प्रायिकताएं  $P(j)$  जो कि वास्तव में  $j$  ( $j=1, 2, \dots, s_p$ ) कार्यशील स्थिति में होने वाले अतिरिक्त प्रणालीर को दर्शाती है, निम्नवत प्राप्त की गई हैं :

$$P(1) = \sum_{n=r_p}^{N_1-1} (\rho^0)^{n-r_p} \frac{\rho^{r_p}}{r_p! \prod_{i=1}^n \phi(i)} P_0 \quad \dots(16a)$$

$$P(2) = A_0 \sum_{n=N_1}^{N_2-1} \left( \prod_{i=1}^{n-N_1} \rho_{1, N_1+i} \right) P_0 \quad \dots(16b)$$

$$P(j) = \text{Prob}\{N_{j-1} \leq n < N_j\}, \quad j = 3, 4, \dots, s_p - 1 \quad \dots(17)$$

- प्रायिकता कि सभी प्रणालीर तथा  $j^{\text{th}}$  ( $j=1, 2, \dots, s_p$ ), व्यस्त हैं, है

$$P(s) = \text{Prob}\{N_{s_p-1} \leq n < K\} \text{ and } P_B(j) = \sum_{k=j}^s P(k) \quad \dots(18)$$

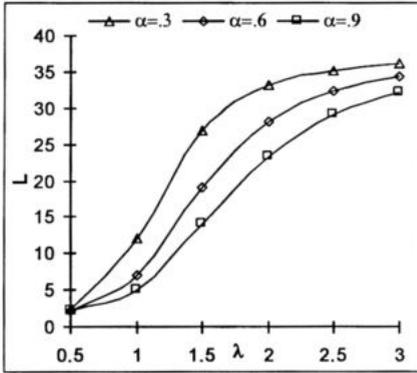
- निकाय में ग्राहकों की औसत संख्या ( $L$ ) है

$$L = \sum_{n=1}^K n P_n \quad \dots(19)$$

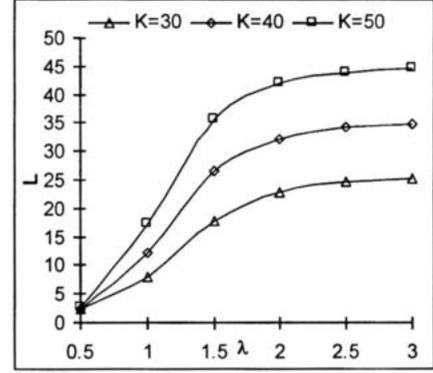
#### 4 संख्यात्मक परिणाम और निष्कर्ष विवरण

संख्यात्मक उदाहरण लेकर हम विभिन्न प्राचलों को बदलकर औसत पंक्ति लंबाई ( $L$ ) पर निकाय प्राचलों के प्रभावों को लेखाचित्रित कर रहे हैं और कुछ डिफॉल्ट प्राचलों को  $K=40$ ,  $\phi(v)=1/v$ ,  $\lambda_0=0.2$ ,  $\mu=1$ ,  $\mu_0=1.2$ ,  $\sigma_\pi=5$ ,  $r_p=3$ ,  $\alpha_0=0.1$ ,  $\lambda_1=\lambda/2$ ,  $\lambda=0.8$  ले रहे हैं आकृतियों 1 और

2 में हम स्वपक्ष पंक्ति त्याग प्राचलों ( $\alpha$ ) के सापेक्ष आगमन क्षमता ( $\lambda$ ) के प्रभाव को प्रदर्शित कर रहे हैं और N- नीति के लिए सीमित क्षमता (K) वाले ग्राहकों की औसत संख्या पर प्रभाव को प्रदर्शित कर रहे हैं जबकि विषम प्रणालीर धारिता संख्या स्तर  $N_j = r_p + (2j-1)$  पर कार्य करना प्रारंभ करते हैं। अभिकलन प्रयोग, निष्पादन के कार्यान्वयन की व्यवहार्यता को, वास्तविक समय निकायों के लिए वर्तमान अध्ययन मान्य करता है।



चित्र 1:  $\alpha$  के विभिन्न मानों के लिए L सापेक्ष  $\lambda$



चित्र 2: K के विभिन्न मानों के लिए L सापेक्ष  $\lambda$

## 5. तथ्य-कथन

हमने नियंत्रित आगमन क्षमता के अधीन निराशा के साथ बहुप्रक्रियाकारी पंक्ति निदर्श का अध्ययन किया है। स्थिर स्थिति की प्रायिकताओं के लिए व्यंजक और सेवा प्रदान करने वाले सेवा कार्यो की औसत संख्या स्पष्ट रूप से ज्ञात की गई है। अभिकलनीय अनुप्रयोग वर्तमान अध्ययन के निष्कर्षों के क्रियान्वयन की व्यवहार्यता को मान्य करता है। इस तरह के निकाय में क्षमता सूचकांकों को मापकर, निर्णय कर्ता और निकाय विश्लेषक सेवा कार्यो के प्रवाह को नियंत्रित करने के साथ-साथ सेवा को बनाए रखने के लिए वांछित स्तर पर समय साझा करने की निकाय की दक्षता में सुधार कर सकते हैं, विशेषकर तब जब ग्राहकों की प्रतीक्षा पंक्ति में निराशा का व्यवहार होना प्रारंभ हो गया हो।

हमने नियंत्रित आगमन क्षमता के अधीन निराशा के साथ बहुप्रक्रियाकारी पंक्ति निदर्श का अध्ययन किया है। स्थिर स्थिति की प्रायिकताओं के लिए व्यंजक और सेवा प्रदान करने वाले सेवा कार्यो की औसत संख्या स्पष्ट रूप से ज्ञात की गई है। अभिकलनीय अनुप्रयोग वर्तमान अध्ययन के निष्कर्षों के क्रियान्वयन की व्यवहार्यता को मान्य करता है। इस तरह के निकाय में क्षमता सूचकांकों को मापकर, निर्णय कर्ता और निकाय विश्लेषक सेवा कार्यो के प्रवाह को नियंत्रित करने के साथ-साथ सेवा को बनाए रखने के लिए वांछित स्तर पर समय साझा करने की निकाय की दक्षता में सुधार कर सकते हैं, विशेषकर तब जब ग्राहकों की प्रतीक्षा पंक्ति में निराशा का व्यवहार होना प्रारंभ हो गया हो।

## संदर्भ

1. Parthasarathy PR, Dharmaraja S, Manimaran G (2000) Transient solution of multi-processor systems with state dependent arrivals. *International Journal of Computational Mathematics* 73(3): 313-320.
2. Jain M, Sharma GC, Shekhar C (2005) Processor-shared service systems with queue-dependent processors. *Computer & Operations Research* 32(3):629-645.
3. Jain M, Sharma GC (2002) M/M/m/K queue with additional servers and discouragement. *International Journal of Engineering* 15(4):349-354.
4. Kim J, Kim B (2007) The processor-sharing queue with bulk arrivals and phase-type services. *Performance and Evaluation* 64(4):277-297.
5. Zhen Q, Knessel C (2009) On sojourn times in the finite capacity M/M/1 queue with processor sharing. *Operations Research Letters* 37(6):447-450.
6. Jain M, Shekhar C, Shukla S (2016) A time-shared machine repair problem with mixed spares under N-policy. *Journal of Industrial Engineering International* DOI 10.1007/s40092-015-0136-4:1-13.
7. Altman E, Jimenez T, Kofman D (2010) Discriminatory processor sharing queue with stationary ergodic service times and the performance of TCP in overload. *Computer Networks* 54(9):1509-1519.
8. Dhakad MR, Jain M (2016) Finite controllable Markovian model with balking and reneging. *International Journal of Science and Technology Engineering* 2(8):36-45.

## दो प्रकार के संचार के साथ M/M/1 पुनः प्रयास पंक्ति निकाय का समय निर्भर समाधान

मधु जैन

आईआईटी रुड़की, रुड़की  
drmadhujain.iitr@gmail.com

मयंक सिंह

आईआईटी रुड़की, रुड़की  
singh.mayank0617@gmail.com

पलक मेहता

आईआईटी रुड़की, रुड़की  
palak64@gmail.com

### सार

इस आलेख में मार्कोवियन एकल सर्वर पुनः प्रयास पंक्ति जिसमें दो प्रकार के संचार के प्रावधान हैं, का अध्ययन किया गया है। जाने वाली के साथ-साथ आने वाली कॉल सर्वर के माध्यम से प्वासॉ आगमन प्रतिरूप के अनुसार एक सर्वर द्वारा प्रेषित की जाती हैं। किसी कॉल के आगमन पर, यदि सर्वर व्यस्त है, तो कॉल पुनः प्रयास कक्षा में शामिल हो जाती है और कुछ समय पुनः प्रयास कक्षा में प्रतीक्षा करने के बाद, कॉल फिर से सेवा पाने का प्रयास करती है। जब सर्वर खाली होता है, तो वह जाने वाली कॉल की सेवा शुरू कर सकता है। संचार प्रणाली के इस यातायात निदर्श के लिए, अंतर समीकरणों के शासी समुदाय को हल करने के लिए चतुर्थ कोटि की रूंगे-कुट्टा विधि का प्रयोग करके क्षणिक हल प्राप्त किया गया है। इसके अलावा, विकसित प्रणाली की क्षमता को निर्धारित करने के लिए, औसत निकाय आकार, थ्रूपुट, भिन्नता आदि सहित विभिन्न निकाय सूत्रों को निकाला गया है।

**कुंजी शब्द :** दो प्रकार के संचार, पुनः प्रयास पंक्ति, क्षणिक समाधान, रूंगे-कुट्टा विधि।

### प्रस्तावना

दूरसंचार प्रणालियों, औद्योगिक और विनिर्माण प्रणालियों, कंप्यूटर कार्यक्रमों और अन्य कई परिदृश्यों में पुनः प्रयासों की सुविधा के साथ पंक्तियां देखी जा सकती हैं। जब सर्वर अन्य कॉल को सेवा देने में व्यस्त होता है, तो आने वाली कॉल को पुनः प्रयास कक्षा में प्रतीक्षा करने का फैसला करना होता है तथा कक्षा से कुछ समय बाद सेवा प्राप्त करने का प्रयास कॉल द्वारा किया जाता है। कुछ पुस्तकों [1, 2] में पुनः प्रयास पंक्ति

निदर्शों की पृष्ठभूमि और अनुप्रयोगों को उदाहरण सहित देखा जा सकता है। पिछले कुछ दशकों में इस तरह के पंक्ति निकायों की प्रयोज्यता की विस्तृत श्रृंखला के कारण कई शोधकर्ताओं ने पुनः प्रयासों [3-9] के साथ पंक्ति निकायों का विश्लेषण किया है। फुंग-डक आदि [10] ने बर्नोली अवकाश के साथ कई सर्वर पुनः प्रयास पंक्ति समस्या पर कार्य किया और निदर्श क्षैतिज स्थितियों पर विचार करता है। इसके अतिरिक्त, प्रणाली और कक्षा की पंक्ति लंबाई के संयुक्त स्थिर बंटन के

लिए विश्लेषणात्मक हल खोजने के लिए सतत भिन्न विधि का उपयोग किया है। किम [11] ने ग्राहकों के असंतोषजनक व्यवहार पर विचार करते हुए संघट्ट के साथ एकल सर्वर मार्कोवियन का पुनः प्रयास पंक्तियों का निदर्श प्रस्तुत किया। उन्होंने संगठित हाइपरज्योमैट्रिक कार्यों के संदर्भ में कक्षा की सर्वर स्थिति और पंक्ति आकार का परीक्षण करने के लिए स्थिर स्थिति में संयुक्त बंटन को निर्धारित किया। फुंग-डक [13] ने मार्कोवियन बहु सर्वर पुनः प्रयास पंक्ति का विश्लेषण किया और कक्षा में ग्राहकों की संख्या के क्षमता संक्रमण मैट्रिक्स को प्राप्त करने के लिए टेलर की श्रृंखला विधि प्राप्त करने के लिए जटिल और मैट्रिक्स विश्लेषणात्मक दृष्टिकोण का उपयोग किया। उन्होंने विस्तार में सभी गुणांक के लिए स्पष्ट अभिव्यक्ति प्राप्त की।

संचार पंक्ति निकाय पर पहले के अधिकांश शोध पत्रों में सर्वरों को केवल आने वाली कॉल (यानी एक तरफ संचार) लेने का प्रावधान है, लेकिन कई वास्तविक समय परिदृश्यों में सर्वर सभी आने वाली कॉल (यानी) की सेवा के बाद बाहर जाने के लिए कॉल करने की अनुमति दे सकता है अर्थात् दो तरफ से संचार का प्रावधान किया जा सकता है। द्विदिश संचार प्रणालियों में सर्वर के निष्क्रिय समय का उपयोग कुछ जाने वाली कॉल करने के लिए किया जा सकता है, ताकि पंक्ति निकाय अधिक कौशल पूर्ण एवं आर्थिक रूप से समृद्ध हो। आर्टलेजो और रेसिंग [14] ने गैर-मार्कोवियन पुनः प्रयास पंक्ति निकाय के अध्ययन के लिए औसत माप दृष्टिकोण नियोजित किया जिसमें विभिन्न पंक्ति क्षमता उपायों को प्राप्त करने के लिए दो तरह के संचार के प्रावधान हैं। आर्टलेजो

और फुंग डक [13] ने दो तरह की संचार पंक्ति मान कर प्रायिकता जनित विधि के द्वारा स्थिर स्थिति के परिणाम प्राप्त किए।

इस अध्ययन में हमने M/M/1 पुनः प्रयास पंक्ति निकाय के क्षणिक क्षमता प्रदर्शन का अध्ययन किया है जिसमें आने वाले और बाहर जाने वाले कॉल दोनों का प्रावधान है। वर्तमान साहित्य में लेखकों के ज्ञान के अधीन सर्वोत्तम, एकल सर्वर पुनः प्रयास पंक्ति निकाय के क्षणिक व्यवहार को दो तरह के संचार के साथ कोई प्रयास नहीं किया गया है। वर्तमान लेख की शेष सामग्री निम्नानुसार विभिन्न वर्गों में व्यवस्थित की गई है। अनुच्छेद-2 निदर्श का विवरण प्रदान करता है और इसमें विभिन्न संकेतन और धारणाएं सम्मिलित हैं। अनुच्छेद-3 में निकाय स्थितियों को नियंत्रित करने वाले क्षणिक अंतर समीकरणों की संरचना की गई है। रंगे-कुट्टा विधि का उपयोग क्षणिक प्रायिकताओं को प्राप्त करने के लिए किया है जिसका प्रयोग अनुच्छेद-4 में विभिन्न क्षमता माप स्थापित करने के लिए किया गया है। अनुच्छेद-5 में अभिकलनीय परिणाम संवेदनशीलता विश्लेषण के साथ दिए गए हैं। अंत में अनुच्छेद-6 में वर्तमान अध्ययन पर समापन टिप्पणी प्रदान की गई है।

## 2 निदर्श विवरण

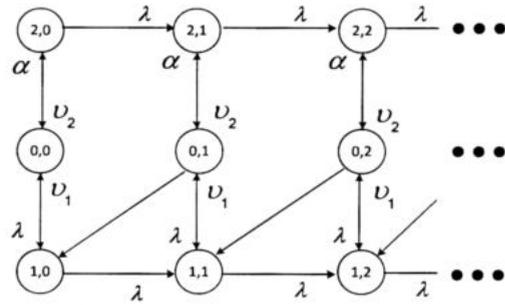
दो तरह के संचार पुनः प्रयास पंक्ति निकाय पर विचार किया गया है। निकाय की इन-फ्लो और आउट-फ्लो दरों को चित्र-1 में दिखाया गया है। निदर्श को गणितीय रूप से विकसित करने के लिए, संकेतन और धारणाएं निम्नानुसार हैं:

- सिस्टम में आने वाली कॉल (ग्राहक) क्षमता  $\lambda$  के साथ प्वासॉ प्रक्रिया के अनुसार है।
- सेवा चैनल के खाली होने पर जाने वाली कॉल सेवा चैनल द्वारा कुछ समय बाद  $\alpha$  क्षमता के साथ की जाती हैं जो की एक यादृच्छिक चर घातांकी बंटन के अनुरूप हैं।
- आने वाली (जाने वाली) कॉल सेवा अवधि की क्षमता  $U_1$  ( $U_2$ ) हैं, जो एक अन्य यादृच्छिक चाकांतारी बंटन के अनुरूप हैं।
- चैनल व्यस्त होने पर आने वाली कॉल पुनः प्रयास कक्षा में सम्मिलित हो जाती है प्रतीक्षा और सर्वर के खाली होने के लिए प्रतीक्षा करती है तथा कुछ समय बाद पुनः सेवा प्राप्त करने का प्रयास करती हैं वह समय  $\mu$  क्षमता के साथ चर घातांकी बंटन का अनुसरण करता है।

$N(t)$  समय  $t$  पर कक्षा में कॉल की संख्या तथा  $\zeta(t)$  समय  $t$  पर निकाय की स्थिति को इंगित करता है। अब,  $\{\zeta(t), N(t), t \geq 0\}$  एक मार्कोव चेन को दर्शाता हैं, जिसका स्थिति स्थान  $\{0,1,2\} \times I^+ \cup 0$  है। जहां  $I^+$  सभी धनात्मक पूर्णांक का सम्मुचय इंगित करता है। तथा  $\zeta(t) = 0,1,2$  क्रमशः जब चैनल खाली हो, आने वाली कॉल ग्रहण कर रहा हो अथवा जाने वाली कर रहा हो, को दर्शाता है।

### 3. शासी समीकरण :

मार्कोव चेन  $\{\zeta(t), N(t), t \geq 0\}$  के लिए समुच्चय  $\{0,1,2\} \times I^+ \cup \{0\}$  के सापेक्ष विभिन्न स्थिति प्रायिकताओं को निम्नानुसार परिभाषित किया गया है :



चित्र 1: स्थिति संक्रमण आरेख

$$q_{i,j}(t) = \text{Prob}\{S(t)=i, N(t)=j\}, i=0,1,2; j \geq 0, \dots(1)$$

दो तरह के संचार के निदर्श के लिए शासी समीकरणों को निम्नवत संरचित किया गया है;

$$\frac{dq_{0,j}(t)}{dt} = -(\lambda + \alpha + j\mu)q_{0,j}(t) + \nu_1 q_{1,j}(t) + \nu_2 q_{2,j}(t) \quad j=0,1,2,\dots \dots(2)$$

$$\frac{dq_{1,j}(t)}{dt} = -(\lambda + \nu_1)q_{1,j}(t) + \lambda q_{0,j}(t) + (j+1)\mu q_{0,j+1}(t) + \lambda q_{1,j-1}(t), \quad j=0,1,2,\dots \dots(3)$$

$$\frac{dq_{2,j}(t)}{dt} = -(\lambda + \nu_2)q_{2,j}(t) + \alpha q_{0,j}(t) + \lambda q_{2,j-1}(t) \quad j=0,1,2,\dots \dots(4)$$

जहाँ प्रारंभिक स्थिति है  $q_{0,0}(0) = 1$

यहाँ पर समीकरणों (3) और (4) में  $q_{1,-1}$  तथा  $q_{2,-1}$  शून्य हैं।

रुंगे-कुट्टा चतुर्थ कोटि विधि का उपयोग समीकरणों (2) - (4) के संख्यात्मक हल प्राप्त करने के लिए किया गया है क्योंकि इस विधि में उच्च सटीकता और स्थिरता है। अंतर समीकरणों को हल करने के अन्य विधियों की अपेक्षा इस विधि को कार्यान्वित करना बहुत सरल है।

#### 4. निष्पादन मापन

समय के साथ निकाय के व्यवहार का विश्लेषण करने के लिए, हमने अनुच्छेद 3 में प्राप्त की गई प्रायिकताओं का उपयोग किया है और विभिन्न क्षमता माप प्राप्त की हैं। निकाय में और कक्षा में कॉल की अपेक्षित संख्या के लिए सूत्र, निकाय में कॉल की संख्या, निकाय के थ्रूपुट और विभिन्न स्थितियों में चैनल की प्रायिकताओं की भिन्नता निम्नानुसार तैयार की गई हैं:

(i) समय  $t$  पर क्रमशः इनकमिंग और आउटगोइंग कॉल की अपेक्षित संख्या :

$$\left. \begin{aligned} E\{N_m(t)\} &= \sum_{j=0}^{\infty} j q_{1,j}(t) \\ E\{N_{out}(t)\} &= \sum_{j=0}^{\infty} j q_{2,j}(t) \end{aligned} \right\} \quad \dots(5)$$

(ii) समय  $t$  पर सिस्टम में कॉल की माध्य संख्या:

$$E\{N(t)\} = \sum_{j=0}^{\infty} j [q_{o,j}(t) + q_{1,j}(t) + q_{2,j}(t)] \quad \dots (6)$$

(iii) समय  $t$  पर कक्षा में कॉल की माध्य संख्या :

$$E\{N_R(t)\} = \sum_{j=0}^{\infty} j q_{o,j}(t) \quad \dots(7)$$

(iv) समय  $t$  पर सिस्टम में कुल कॉल की संख्या का प्रसरण:

$$V\{N(t)\} = E\{N(t)^2\} - E\{N(t)\}^2 \quad \dots(8)$$

(v) समय  $t$  पर सिस्टम का थ्रूपुट:

$$TH(t) = \nu_1 \sum_{j=0}^{\infty} q_{1,j}(t) + \nu_2 \sum_{j=0}^{\infty} q_{2,j}(t) \quad \dots(9)$$

(vi) प्रायिकताएँ कि चैनल में आने वाली कॉल, जाने वाली कॉल या सर्वर निष्क्रिय अवस्था में है, क्रमशः निम्न समीकरणों द्वारा दी जाती हैं:

$$P_m(t) = \sum_{j=0}^{\infty} q_{1,j}(t), P_{out}(t) = \sum_{j=0}^{\infty} q_{2,j}(t),$$

$$P_{id}(t) = \sum_{j=0}^{\infty} q_{o,j}(t) \quad \dots(10)$$

(vii) समय  $t$  पर निकाय की कुल लागत:

$$T_c(t) = C_m P_m(t) + C_{out} P_{out}(t) + C_{id} P_{id}(t) + C_{orb} [E\{N_R(t)\}] + C_i \nu_1 + C_o \nu_2 \quad \dots(11)$$

जहाँ

$C_m$ : निकाय में लागत (प्रति यूनिट लागत) जबकि निकाय इनकमिंग कॉल की सेवा कर रहा है।

$C_{out}$ : निकाय में लागत (प्रति यूनिट लागत) जबकि निकाय आउटगोइंग कॉल की सेवा कर रहा है

$C_{id}$ : सर्वर निष्क्रिय होने पर निकाय की लागत (प्रति यूनिट लागत)

$C_{or}$ : कक्षा में एक ग्राहक की रुकने की लागत (प्रति यूनिट लागत)

$C_i$ : आने वाली कॉल की सेवा के लिए लागत (प्रति यूनिट समय)

$C_o$ : आउटगोइंग कॉल की सेवा के लिए प्रति इकाई लागत।

#### 5. संख्यात्मक परिणाम और निष्कर्ष:

इस अनुच्छेद में दो तरह के संचार वाले संबंधित पुनः प्रयास पंक्ति निकाय की कार्य क्षमता का विश्लेषण करने के लिए संख्यात्मक परिणाम प्रस्तुत किए गए हैं। निकाय प्राचल के स्वतः मान इस प्रकार तय किए गए हैं :

$$\lambda = 0.8, \alpha = 0.6, \nu_1 = 1.5, \nu_2 = 1, \mu = 1.5.$$

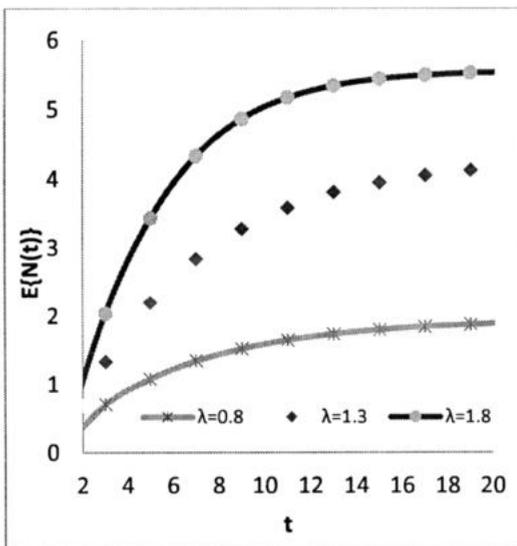
क्षमता सूचनाओं के लिए संख्यात्मक परिणाम विभिन्न चित्रों और सारणी में प्रदर्शित किए गए हैं।

चित्र 2 (i-v) में समय के साथ औसत निकाय आकार में विविधता विभिन्न निकाय प्राचल बदलकर देखी जाती है। चित्र 2 (i-ii) से यह देखा गया है कि प्राचल  $\lambda$  तथा  $\alpha$  को बढ़ाने पर  $E\{N(t)\}$  बढ़ जाती है। चित्र 2 (iii-v) से यह देखा गया है कि निकाय में औसत निकाय आकार अर्थात तंत्र में कॉल की संख्या प्राचल  $\nu_1, \nu_2$  तथा  $\mu$  के मान को बढ़ाने पर कम हो जाती है।

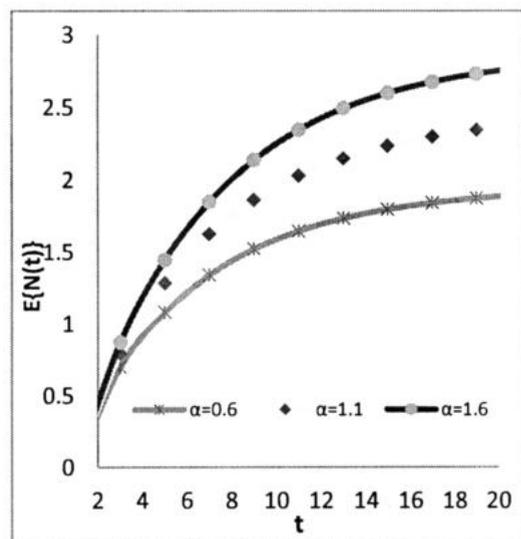
तालिका 1 और तालिका 2 में निकाय प्राचलों  $\alpha$  तथा  $\mu$  को बदलकर भिन्नता को देखने के लिए विभिन्न निकाय सूचकांकों को प्रस्तुत किया गया है। तालिका 1 से, यह देखा जा सकता है कि निकाय में कुल कॉल की संख्या का प्रसरण, निकाय के थ्रूपुट और चैनल के जाने वाली कॉल को सेवा देने की प्रायिकता, प्राचल  $\alpha$  के सापेक्ष बढ़ती है। इसके विपरीत, चैनल के खाली होने की प्रायिकता प्राचल  $\alpha$  तथा समय के बढ़ने पर कम होती है। यह

देखा गया है कि चैनल में आने वाली कॉल को सेवा देने की प्रायिकता और निकाय की कुल लागत, समय बीतने के साथ घट जाती है। तालिका 2 से देखा गया है कि निकाय का थ्रूपुट और चैनल के आने वाली कॉल को सेवा देने की प्रायिकता, प्राचल  $\mu$  और समय  $t$  के साथ बढ़ती हैं, लेकिन निकाय में कॉल की संख्या का प्रसरण, चैनल के जाने वाली कॉल को सेवा देने की प्रायिकता और निकाय क्षमता से जुड़े कुल लागत के संबंध में  $\mu$  के बढ़ने पर कमी आती है। लेकिन समय  $t$  पर सर्वर निष्क्रिय होने की प्रायिकता समय तथा  $\mu$  के साथ घटती है।

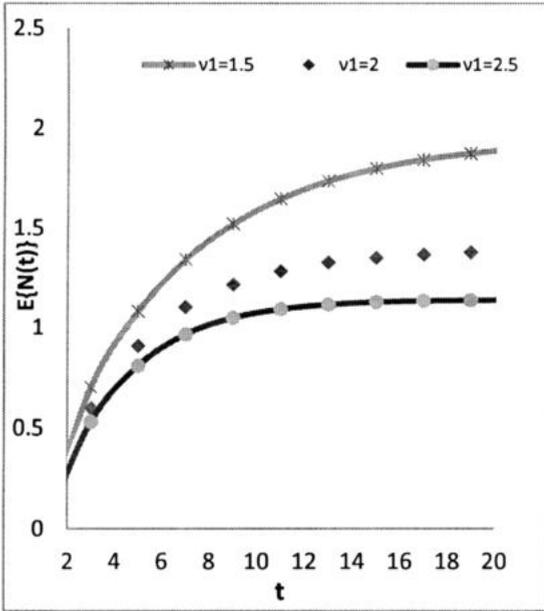
इस आलेख में प्रदान किए गए दो तरह के संचार के साथ M/M/1 पुनः प्रयास पंक्ति निकाय के लिए क्षणिक क्षमता माप निकाय रचना और निर्णय निर्माताओं को भविष्य के निकायों को परिशोधित करने और यातायात को नियंत्रित करने में सहायक हो सकते हैं।



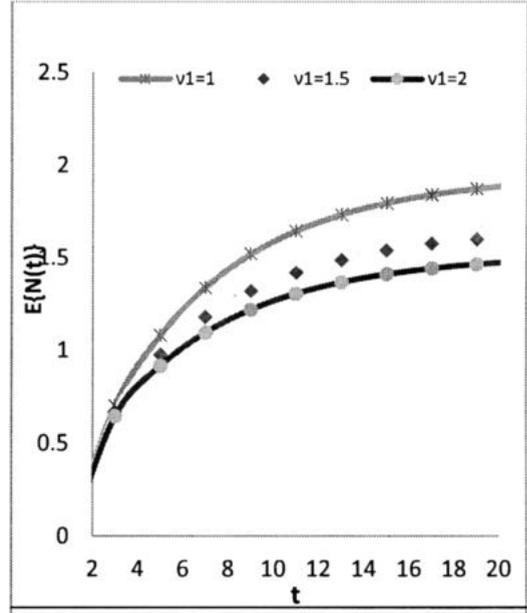
(i)



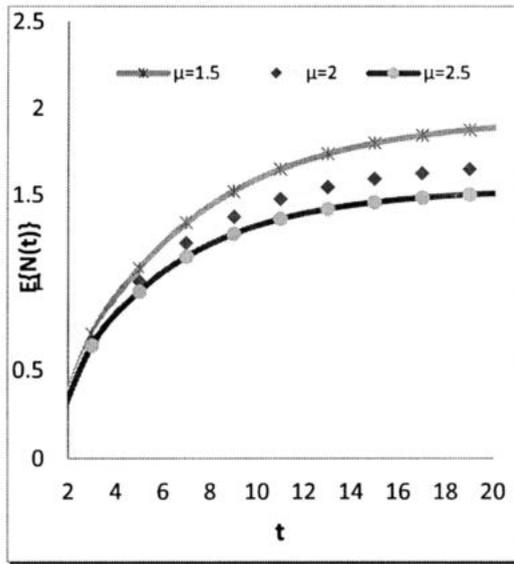
(ii)



(ii)



(iv)



(v)

चित्र 2. विभिन्न निकाय प्राचलों के लिए समय  $t$  तथा  $EN(t)$  में संबंधतालिका 1.  $\alpha$  के विभिन्न मानों के लिए निकाय माप

क्षमता माप	$t$	3	5	7	9
	$\alpha$				
$V\{N(t)\}$	0.6	0.931611	1.6401	2.187484	2.57609
	1.1	1.00976	1.83498	2.479759	2.933747
	1.6	1.066846	1.967622	2.673277	3.163562

TH(t)	0.6	0.786738	0.844959	0.883997	0.908841
	1.1	0.842863	0.900393	0.941247	0.967622
	1.6	0.880149	0.934006	0.974913	1.001793
P <sub>in</sub> (t)	0.6	0.385267	0.414855	0.449164	0.4723
	1.1	0.34726	0.380342	0.422703	0.451365
	1.6	0.317959	0.353409	0.400743	0.433018
P <sub>out</sub> (t)	0.6	0.208838	0.222677	0.210252	0.200391
	1.1	0.321972	0.329881	0.307192	0.290575
	1.6	0.40321	0.403892	0.373798	0.352266
P <sub>id</sub> (t)	0.6	0.405895	0.362468	0.340585	0.327309
	1.1	0.330767	0.289778	0.270105	0.25806
	1.6	0.27883	0.242699	0.225459	0.214716
T <sub>c</sub> (t)	0.6	185.28	191.24	195.47	198.21
	1.1	182.64	189.57	194.60	197.87
	1.6	180.49	187.96	193.45	197.07

तालिका 2.  $\mu$  के विभिन्न मानों के लिए निकाय माप

क्षमता माप	$t$	3	5	7	9
	$\mu$				
V{N(t)}	1.5	0.931611	1.6401	2.187484	2.57609
	2	0.90487	1.573304	2.077315	2.42659
	2.5	0.884199	1.523158	1.996035	2.317521
TH(t)	1.5	0.786738	0.844959	0.883997	0.908841
	2	0.802374	0.860301	0.897646	0.920559
	2.5	0.813487	0.870469	0.90632	0.927766
P <sub>in</sub> (t)	1.5	0.385267	0.414855	0.449164	0.4723
	2	0.398313	0.428474	0.461446	0.482891
	2.5	0.407679	0.437558	0.469289	0.48943
P <sub>out</sub> (t)	1.5	0.208838	0.222677	0.210252	0.200391
	2	0.204905	0.21759	0.205476	0.196222
	2.5	0.20197	0.214132	0.202387	0.193621
P <sub>id</sub> (t)	1.5	0.405895	0.362468	0.340585	0.327309
	2	0.396782	0.353936	0.333077	0.320887
	2.5	0.390352	0.34831	0.328324	0.316949
T <sub>c</sub> (t)	1.5	185.28	191.24	195.47	198.21
	2	182.94	187.34	190.46	192.41
	2.5	181.25	184.68	187.14	188.66

## संदर्भ

1. Falin G, Templeton JGC (1997) Retrial Queues. Chapman and Hall, London.
2. Artalejo JR, Gómez-Corral (2008) A Retrial Queueing Systems: A Computational Approach. Springer, Berlin.
3. Artalejo JR, Lopez-Herrero MJ (2007) On the distribution of the number of retrials. Applied Mathematics Modelling 31(3):478-489.
4. Choudhury G (2008) Steady state analysis of an M/G/1 queue with linear retrial policy and two phase service under Bernoulli vacation schedule. Applied Mathematics Modelling 32(12):2480-2489.
5. Choudhury G, Ke JC (2012) A batch arrival retrial queue with general retrial times under Bernoulli vacation schedule for unreliable server and delaying repair. Applied Mathematics Modelling 36(1):255-269.
6. Van Do T (2010) An efficient computation algorithm for a multiserver feedback retrial queue with a large queueing capacity. Applied Mathematics Modelling 34(8):2272-2278.
7. Krishna Kumar B, Rukmani R, Thangaraj V (2009) On multiserver feedback retrial queue with finite buffer. Applied Mathematics Modelling 33(4):2062-2083.
8. Shin YW, Choo TS (2009) M/M/s queue with impatient customers and retrials. Applied Mathematics Modelling 33(6):2596-2606.
9. Wu J, Liu Z, Yang G (2011) Analysis of the finite source MAP/PH/N retrial G-queue operating in a random environment. Applied Mathematics Modelling 35(3):1184-1193.
10. Phung-Duc T, Masuyama H, Kasahara S, Takahashi Y (2010) State-dependent M/M/c/c + r retrial queues with Bernoulli abandonment. J Ind Manag Optim 6(3):517-540.
11. Artalejo JR, Phung-Duc T (2011) Markovian single server retrial queues with two way communication. Proceedings of the 6th International Conference on Queueing Theory and Network Applications, pp. 1-7.
12. Kim JS (2010) Retrial queueing system with collision and impatience. Commun Korean Math Soc 25(4):647-653.

13. Phung-Duc T (2015) Asymptotic analysis for Markovian queues with two types of nonpersistent retrial customers. *Applied Mathematics Computation* 265:768-784.

14. Artalejo JR, Resing JAC (2010) Mean value analysis of single server retrial queues. *Asia-Pacific J Oper Res* 27(3):335-345.

**मिश्रित स्पेयर्स, बाकिंग, रिनेजिंग, हटाने योग्य अतिरिक्त  
मरम्मतकर्ता तथा सर्वनिष्ठ कारण से विफलता के साथ  $G^X/G^Y/r+s$   
मशीन मरम्मत समस्या (एमआरपी) के लिए थ्रेसहोल्ड नीति**

नीतू सिंह

वर्ल्ड कॉलेज ऑफ टेक्नोलॉजी एंड मैनेजमेंट, गुडगांव  
ई-मेल: neetusingh1608@gmail.com

### सार

इस शोध पत्र में हमने मशीन मरम्मत समस्या (एमआरपी) पर मिश्रित स्पेयर्स, बाकिंग, रिनेजिंग और अतिरिक्त हटाने योग्य रिपेयरमेन के बारे में विचार किया है। निकाय ऑपरेटिंग और स्पेयर इकाइयां, बैचों में विफलता और मरम्मत के अधीन कार्य करती हैं। अन्तर्विफलता और रिपेयर समय को सामान्य समानता (जनरल आइडेंटिकल) और स्वतंत्र चर के रूप में वितरित (इंडेपेंडेंटली डिस्ट्रिब्यूटेड) माना गया है। जब सभी स्थाई सर्वर व्यस्त हैं तब इकाइयां बाकिंग और रिनेजिंग कर सकती हैं। मशीन प्रणाली के नियमित उत्पादन को बनाए रखने के लिए दो प्रकार के वार्म स्पेयर्स और अतिरिक्त को हटाने योग्य रिपेयरमेन के प्रावधान हैं। किसी सर्वनिष्ठ कारण से विफलता (कॉमन कॉज फेलियर) (CCF) के कारण सभी या कुछ इकाइयां एक साथ विफल हो सकती हैं। विसरण सन्निकटन लागू करके और एलीमेंट्री रिटर्न बाउंड्री (ERB) का उपयोग करके हम पंक्ति आकार के लिए प्रायिकता घनत्व फलन प्राप्त करते हैं। इसके अलावा हम कुछ निष्पादन अभिलक्षण (परफॉरमेंस कॅरेक्टरिस्टिक्स), जो सेवा के स्तर में सुधार के लिए उपयोगी हो सकते हैं, के लिए परिणाम प्रदान करते हैं। संख्यात्मक उदाहरणों को लेकर संवेदनशीलता विश्लेषण भी किया गया है।

**कुंजी शब्द:** डिफ्यूजन सन्निकटन, मशीन रिपेयर प्रॉब्लम, अतिरिक्त मरम्मतकर्ता, मिश्रित स्पेयर्स मरम्मतकर्ता, बाकिंग, रिनेजिंग, सर्वनिष्ठ कारण से विफलता।

### 1. परिचय

मशीन मरम्मत समस्या (एमआरपी) का अध्ययन कई औद्योगिक क्षेत्रों जैसे विनिर्माण और उत्पादन प्रणालियों, कंप्यूटर और संचार प्रणालियों, सेवा और परिवहन क्षेत्रों, आपूर्ति श्रृंखला और वितरण प्रणालियों की समस्याओं का विश्लेषण करने के लिए किया जाता है। प्रणाली सुचारू कामकाज करे, अतः प्रणाली विश्लेषक के लिए मशीनी हस्तक्षेप को कम करने की कोई नीति बनाना आवश्यक हो जाता है। प्रणाली विश्लेषक एक मशीन प्रणाली के लिए स्पेयर पार्ट सपोर्ट, अतिरिक्त रिपेयरमेन इत्यादि के उपयोग का सुझाव दे सकता है ताकि प्रणाली वांछित स्तर की सेवा प्रदान करने के लिए काम कर सके। असफल इकाइयों का बाकिंग, रिनेजिंग

व्यवहार प्रणाली में असफल इकाइयों की संख्या पर निर्भर करता है इसलिए जब सभी स्थाई मरम्मतकर्ता रिपेयरमेन व्यस्त होते हैं, तो अतिरिक्त मरम्मतकर्ता को प्रदान करना आवश्यक हो जाता है।

कोल्ड स्टैंडबाइ (Cold standby) के साथ मशीन मरम्मत समस्या सबसे पहले टेलर और जैक्सन (1954) द्वारा प्रस्तावित की गई थी। बाद में शोधकर्ताओं द्वारा कई क्षेत्रों में स्पेयर के साथ मशीन मरम्मत समस्या पर महत्वपूर्ण काम किए गए हैं [देखें, वांग (1994); जैन (1997); वांग और कुओ (2000); शर्मा आदि (2004); वांग आदि (2007); के आदि (2009); शर्मा (2011); महेश्वरी और अली (2013); जैन और प्रीती (2014)]। जैन आदि (2016) ने मिश्रित स्पेयर के साथ टाइम शेयर्ड मशीन रिपेयर प्रॉब्लम का विश्लेषण किया। हाल ही में सिंह आदि (2018) ने मशीन मरम्मत समस्या के नवीनतम विकास पर एक सर्वेक्षण दिया।

सामान्य आगमन और सेवा समय वितरण के साथ बहु सर्वर सीमित आबादी पंक्ति निकाय के लिए सन्निकटन परिणाम उपलब्ध नहीं हैं; ऐसे निकाय के परिणाम के लिए कुछ सन्निकटन परिणाम विकसित करने की आवश्यकता है। शोध साहित्य में पंक्ति सिद्धांत में सन्निकटन को तीन श्रेणियों में वर्गीकृत किया गया है : निकाय सन्निकटन, संख्यात्मक सन्निकटन और प्रणाली सन्निकटन। प्रणाली सन्निकटन में प्रणाली अभिलक्षण का लगभग मान प्राप्त किया जाता है। प्रणाली समीकरणों या ट्रांसफॉर्म समाधानों का सरलीकरण संख्यात्मक सन्निकटन के उदाहरण हैं। प्रणाली सन्निकटन में कुछ अलग तरीकों का उपयोग किया जाता है; इस श्रेणी में तरल सन्निकटन (Fluid approximation) और विसरण सन्निकटन (Diffusion approximation) आते हैं। तरल (Fluid) सन्निकटन में हम पंक्ति निकाय में ग्राहक के असतत प्रवाह को अनवरत प्रवाह मानते हैं। विसरण सन्निकटन में सतत-समय सतत-अवस्था प्रक्रिया का उपयोग असतत स्टोकेस्टिक निकाय का अनुमान लगाने के लिए किया जाता है। जटिल पंक्ति निकाय का विश्लेषण करने के लिए विसरण सन्निकटन तकनीक अतीत में अनुसंधान का एक महत्वपूर्ण क्षेत्र रहा है। सामान्य जीवन-समय और मरम्मत समय के साथ मशीन मरम्मत समस्या पर विसरण सन्निकटन तकनीक लागू करने वाले कई शोधकर्ताओं द्वारा विचार किया गया है; इस दिशा में कुछ उल्लेखनीय काम इगलहार्ट (1965), हरियानो और शिवाज़िलियन (1985), जैन और शर्मा (1986), चेरियन आदि (1988), शिवाज़िलियन और वांग (1989) ने किए हैं। जैन (1993) ने विसरण के उपयोग से  $G^X/G/m$  मशीन मरम्मत समस्या के लिए कुछ निष्पादन अभिलक्षण का विश्लेषण करने के लिए रेफ्लेक्टिंग बाउंड्री (Reflecting boundaries) का उपयोग किया। ली आदि (1995) ने  $G/G/m$  मशीन मरम्मत समस्या को दो सीमाओं, एलीमेंट्री रिटर्न बाउंड्री (Elementary return boundary) और इन्स्टैंटेनियस रिटर्न बाउंड्री (Instantaneous return boundary) के साथ अध्ययन किया। जैन (1997) ने रेफ्लेक्टिंग बाउंड्री का उपयोग करते हुए स्पेयर पार्ट सपोर्ट के साथ  $(m,M)$  सामान्य मशीन मरम्मत समस्या के लिए विसरण सन्निकटन मॉडल विकसित किया। जैन आदि (2002) तथा जैन आदि (2006) द्वारा  $G/G/R$  मशीनिंग प्रणाली के लिए विसरण सन्निकटन प्रक्रिया

प्रस्तावित की गई थी। सिंह आदि (2013) ने विसरण सन्निकटन द्वारा  $G^X/G^Y/r+s$  मशीन मरम्मत समस्या का विश्लेषण किया। वांग आदि (2015) द्वारा स्पेयर, बाकिंग और रिनेजिंग के साथ  $G/G/R$  मशीनिंग निकाय के लिए विसरण सन्निकटन प्रक्रिया प्रस्तावित की गई थी। इस शोध पत्र में हम मशीन मरम्मत समस्या को दो प्रकार के वार्म स्पेयर के साथ ले रहे हैं। मशीनों की समूह बैचों में विफलता और मरम्मत हो सकती है। सिस्टम में असफल इकाइयों के बाकिंग और रिनेजिंग को कम करने के लिए अतिरिक्त मरम्मतकर्ता का प्रावधान है। शेष शोधपत्र निम्न प्रकार संरचित है। सेक्शन 2 में हम अपेक्षित संकेतों और धारणाओं, अवस्था आश्रित (स्टेट डिपेंडेंट) विफलता क्षमता और अवस्था आश्रित मरम्मत क्षमता को बताकर मॉडल का वर्णन करते हैं। सेक्शन 3 में हम संबंधित मॉडल के लिए एलीमेंटरी रिटर्न बाउंड्री के साथ डिफ्यूजन प्रणाली विकसित करते हैं और पँक्ति आकार के लिए अनुमानित समाधान प्रस्तुत करते हैं। हम सेक्शन 4 में कुछ निष्पादन अभिलक्षण के लिए परिणाम प्रदान करते हैं। विश्लेषण, ग्राफिकल प्रतिनिधित्व के साथ सेक्शन 5 में किया गया है। अंत में सेक्शन 6 में हम शोधपत्र को सारांशित करते हैं और अध्ययन के निष्कर्ष निकालते हैं।

## 2. प्रारूप विवरण

हमने  $G^X/G^Y/r+s$  मशीन रिपेयर प्रॉब्लम (एमआरपी) को मिश्रित स्पेयर्स, बाकिंग, रिनेजिंग और अतिरिक्त हटाने योग्य मरम्मतकर्ता के साथ लिया है। मॉडलिंग के उद्देश्य के लिए कुछ धारणाएं बनाई जाती हैं, जिन्हें निम्नानुसार बताया गया है :

- निकाय मरम्मत समस्या में  $M$  ऑपरेटिंग इकाइयां और दो प्रकार के वार्म अतिरिक्त, क्रमशः  $S_1$  और  $S_2$  हैं, जो कि मरम्मत सुविधा के दौरान कार्यरत होते हैं।
- ऑपरेटिंग इकाइयां और वार्म अतिरिक्त समूह में समूह आकार  $X$  के साथ विफल होते हैं। समूह आकार  $X$ , वितरण  $c_k; k=1,2,\dots,L$  के साथ एक यादृच्छिक चर (रैंडम वेरिएबल) है।
- सिस्टम में  $r$  स्थाई और  $s$  अतिरिक्त मरम्मतकर्ता हैं, जो आकार  $Y$  के समूहों में इकाइयों की मरम्मत करते हैं।  $Y$ , वितरण  $g_k; k=1,2,\dots,L$  के साथ एक यादृच्छिक चर है।
- असफलता (मरम्मत) के समूह आकार वितरण का माध्य  $\bar{X}(\bar{Y})$  और प्रसरण  $\sigma_X^2(\sigma_Y^2)$  है।
- ऑपरेटिंग इकाइयों और दोनों प्रकार की वार्म अतिरिक्त इकाइयों के जीवनकाल क्रमशः  $O, W_1$  और  $W_2$  हैं, जो क्रमशः  $E(O) = \lambda^{-1}$ ,  $E(W_1) = \gamma_1^{-1}$  और  $E(W_2) = \gamma_2^{-1}$  होते हैं।
- किसी कॉमन असफलता के कारण सभी या कुछ इकाइयां एक साथ, रेट  $\lambda_c$  से विफल हो सकती हैं।

- ऑपरेंटिंग और दोनों प्रकार की वार्म अतिरिक्त इकाइयों के जीवनकाल के परिवर्तन गुणक क्रमशः  $c_{O}^2$ ,  $c_{W_1}^2$  और  $c_{W_2}^2$  हैं, एवं कॉमन असफलता और मरम्मत समय के परिवर्तन गुणक क्रमशः  $c_F^2$  और  $c_R^2$  हैं।
- जब सभी स्थाई मरम्मत करने वाले मरम्मतकर्ता व्यस्त होते हैं, तो असफल इकाइयां घातीय वितरण से प्राचल  $\bar{b}(1-b)$  के साथ बाक और प्राचल  $\alpha$  के साथ रिनेज कर सकती हैं।
- M ऑपरेंटिंग इकाइयां ठीक तरह से काम कर रही हैं, तो निकाय सामान्य मोड में काम करने के लिए कहा जाता है।
- जब भी एक ऑपरेंटिंग इकाई विफल हो जाती है, तो उसे मरम्मत के लिए मरम्मतकर्ता के पास भेजा जाता है; यदि पहली प्रकार की वार्म इकाई उपलब्ध है, तो यह तुरंत विफल इकाई को प्रतिस्थापित करता है। लेकिन अगर पहले प्रकार की सभी वार्म अतिरिक्त इकाइयों का उपयोग किया जा चुका है, तो दूसरी प्रकार की वार्म अतिरिक्त इकाई विफल ऑपरेंटिंग इकाई को प्रतिस्थापित कर देती है। जब दोनों प्रकार के सभी अतिरिक्त समाप्त हो जाते हैं, और एक इकाई विफल हो जाती है, तो निकाय कम से कम m ऑपरेंटिंग इकाइयों तक तनाव के कारण शॉर्ट मोड में काम करेगा।
- एक मरम्मतकर्ता एक समय में केवल एक इकाई की मरम्मत कर सकता है। जब सभी स्थाई मरम्मतकर्ता व्यस्त होते हैं और एक इकाई विफल हो जाती है, तो अतिरिक्त मरम्मतकर्ता को एक थ्रेसहोल्ड पॉलिसी के अनुसार असफल इकाई की मरम्मत के लिए एक-एक करके प्रदान किया जाता है,  $j^{\text{th}}$  ( $j = 1, 2, \dots, s$ ) अतिरिक्त रिपेयरमेन तब कार्य शुरू करता है जब निकाय में विफल इकाइयों की संख्या  $jT$  से अधिक हो जाती है और तब तक रहता है जब पँक्ति आकार फिर से  $jT$  नहीं हो जाती है।
- प्रत्येक स्थाई ( $j^{\text{th}}$  अतिरिक्त) मरम्मतकर्ता मरम्मत क्षमता  $\mu$  ( $\mu_j; j = 1, 2, \dots, s$ ) के साथ इकाइयों की मरम्मत करता है; मरम्मत के बाद इकाई को पहले की तरह अच्छा माना जाता है।

तीन स्थितियों के लिए अवस्था आश्रित असफलता क्षमता निम्नलिखित हैं-

स्थिति (a):  $r \leq S_1$

$$\lambda(n) = \begin{cases} M\lambda + \lambda_c + (S_1 - n)\gamma_1 + S_2\gamma_2 & ; 0 \leq n < r \\ M\lambda b + \lambda_c + (S_1 - n)\gamma_1 + S_2\gamma_2 & ; r \leq n < S_1 \\ M\lambda b + \lambda_c + (S_1 + S_2 - n)\gamma_2 & ; S_1 \leq n < S_1 + S_2 \\ (M + S_1 + S_2 - n)\lambda b + \lambda_c & ; S_1 + S_2 \leq n < L \end{cases}$$

स्थिति (b):  $S_1 < r \leq S_1 + S_2$

$$\lambda(n) = \begin{cases} M\lambda + \lambda_c + (S_1 - n)\gamma_1 + S_2\gamma_2 & ; 0 \leq n < S_1 \\ M\lambda + \lambda_c + (S_1 + S_2 - n)\gamma_2 & ; S_1 \leq n < r \\ M\lambda b + \lambda_c + (S_1 + S_2 - n)\gamma_2 & ; r \leq n < S_1 + S_2 \\ (M + S_1 + S_2 - n)\lambda b + \lambda_c & ; S_1 + S_2 \leq n < L \end{cases}$$

**स्थिति (c):**  $r > S_1 + S_2$

$$\lambda(n) = \begin{cases} M\lambda + \lambda_c + (S_1 - n)\gamma_1 + S_2\gamma_2 & ; 0 \leq n < S_1 \\ M\lambda + \lambda_c + (S_1 + S_2 - n)\gamma_2 & ; S_1 \leq n < S_1 + S_2 \\ (M + S_1 + S_2 - n)\lambda + \lambda_c & ; S_1 + S_2 \leq n < r \\ (M + S_1 + S_2 - n)\lambda b + \lambda_c & ; r \leq n < L \end{cases}$$

यहाँ  $L = M + S_1 + S_2 - m + 1$ .

तीन स्थितियों के लिए अवस्था आश्रित असफलता क्षमता इस प्रकार हैं-

$$\mu(n) = \begin{cases} n\mu & ; 0 < n \leq r \\ r\mu + (n-r)\alpha_0 & ; r < n \leq T \\ r\mu + \sum_{i=1}^j \mu_i + (n-r+j)\alpha_j & ; jT < n \leq (j+1)T; j=1,2,\dots,s-1 \\ r\mu + \sum_{i=1}^s \mu_i + (n-r+s)\alpha_s & ; sT < n \leq L \end{cases}$$

यहाँ  $(n-r+j) = \{n - (r+j)\}$  जबकि  $j = 1, 2, \dots, s-1, s$ .

यहाँ  $(n-r+z) = \{n - (r+J)\}$  जबकि  $j = 1, 2, \dots, s-1, s$ .

### 3. विश्लेषण

विसरण प्रक्रिया ( $\cdot$ ), प्रसार प्राचल  $a(x)$  और  $b(x)$  द्वारा निर्दिष्ट है और जिसे अत्यणु माध्य और प्रसरण के रूप में जाना जाता है।

$$a(x) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{E[X(t+\Delta t) - X(t) | X(t) = x]}{\Delta t} \quad \dots(1)$$

$$b(x) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{Var[X(t+\Delta t) - X(t) | X(t) = x]}{\Delta t} \quad \dots(2)$$

हम  $x = 0$  और  $x = L$  पर प्राथमिक रिटर्न बाउंड्री लगाते हैं। जब भी  $X(\cdot)$  की प्रक्षेपवक्र बाउंड्री  $x=0$  या  $x = L$  पर पहुँचती है, तो यह औसत होल्डिंग समय के रूप में ज्ञात समय क्रमशः  $T_0$  और  $T_L$  के अनियमित मध्यान्तर के लिए रहती है; उसके बाद अन्तराल  $(0, L)$  प्रक्षेपवक्र में उछाल आता है।

$$T_0 = \frac{2\lambda(0)}{C_l(0)+1} \text{ और } T_L = \frac{2\mu(L)}{C_r(L)+1} \quad \dots(3)$$

$C_l(n)$  और  $C_r(n)$  क्रमशः जीवन समय और मरम्मत समय के समय के परिवर्तन गुणक हैं

$$C_l(n) = \frac{c_O^2 + c_{W_1}^2 + c_{W_2}^2}{3} + \frac{\sigma_X^2}{\bar{X}^2}$$

$$C_r(n) = c_R^2 + \frac{\sigma_Y^2}{\bar{Y}^2}$$

यदि हम घातीय वितरण के अनुसार होल्डिंग टाइम्स पर विचार करते हैं, तो

$$T_0 = \lambda(0) \text{ और } T_L = \mu(L) \quad \dots(4)$$

नियमित अवस्था में p. d. f.  $p(x)$  निम्नलिखित समीकरणों को सन्तुष्ट करता है:

$$\frac{1}{2} \frac{d^2}{dx^2} [p(x)b(x)] - \frac{d}{dx} [p(x)a(x)] = -\pi_0 T_0 \sum_{j=1}^L c_j \delta(x-j) - \pi_L T_L \sum_{j=1}^L g_j \delta(x-L+j),$$

$$0 < x < L \quad \dots(5)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{2} \frac{d}{dx} [p(x)b(x)] - [p(x)a(x)] \right] = \pi_0 T_0 \quad \dots(6)$$

$$\lim_{x \rightarrow L} \left[ \frac{1}{2} \frac{d}{dx} [p(x)b(x)] - [p(x)a(x)] \right] = -\pi_L T_L \quad \dots(7)$$

$\delta(\cdot)$  डिराक का डेल्टा फलन है और  $\pi_0, \pi_L$  क्रमशः  $x = 0$  और  $x = L$  पर नियमित अवस्था प्रायिकता हैं।

निम्नलिखित परिसीमा शर्तें भी संतुष्ट होती हैं-

$$\lim_{x \rightarrow 0} p(x) = 0 \quad \dots(8)$$

$$\lim_{x \rightarrow L} p(x) = 0 \quad \dots(9)$$

$$\lim_{x \rightarrow n-1} p_n(x) = p_{n-1}(n-1); n = 2, 3, \dots, L-1 \quad \dots(10)$$

नोर्मलाएजिंग (सामान्यीकरण) शर्त निम्न हैं :

$$\pi_0 + \sum_{n=0}^L \int_{n-1}^n p(x) dx + \pi_L = 1 \quad \dots(11)$$

### अत्यणु माध्य और विचलन

स्थिति (अ) :  $r \leq S_1$

(i)  $0 < n \leq r$

$$a_n = [M\lambda + \lambda_c + (S_1 - n)\gamma_1 + S_2\gamma_2] \bar{X} - n\mu \bar{Y}$$

$$b_n = [M\lambda c_O^2 + \lambda_c c_F^2 + (S_1 - n)\gamma_1 c_{W_1}^2 + S_2\gamma_2 c_{W_2}^2] \bar{X}^2 + [M\lambda + (S_1 - n)\gamma_1 + S_2\gamma_2] \sigma_X^2$$

$$+ n\mu (c_R^2 \bar{Y}^2 + \sigma_Y^2)$$

(ii)  $r < n \leq S_1$

$$a_n = [M\lambda b + \lambda_c + (S_1 - n)\gamma_1 + S_2\gamma_2] \bar{X} - [r\mu + (n-r)\alpha_0] \bar{Y}$$

$$b_n = [M\lambda bc_O^2 + \lambda_c c_F^2 + (S_1 - n)\gamma_1 c_{W_1}^2 + S_2 \gamma_2 c_{W_2}^2] \bar{X}^2 + [M\lambda b + (S_1 - n)\gamma_1 + S_2 \gamma_2] \sigma_X^2 \\ + [r\mu + (n-r)\alpha_0] (c_R^2 \bar{Y}^2 + \sigma_Y^2)$$

(iii)  $S_1 < n \leq S_1 + S_2$

$$a_n = [M\lambda b + \lambda_c + (S_1 + S_2 - n)\gamma_2] \bar{X} - [r\mu + (n-r)\alpha_0] \bar{Y} \\ b_n = [M\lambda bc_O^2 + \lambda_c c_F^2 + (S_1 + S_2 - n)\gamma_2 c_{W_2}^2] \bar{X}^2 + [M\lambda b + (S_1 + S_2 - n)\gamma_2] \sigma_X^2 \\ + [r\mu + (n-r)\alpha_0] (c_R^2 \bar{Y}^2 + \sigma_Y^2)$$

(iv)  $S_1 + S_2 < n \leq T$

$$a_n = [(M + S_1 + S_2 - n)\lambda b + \lambda_c] \bar{X} - [r\mu + (n-r)\alpha_0] \bar{Y} \\ b_n = [(M + S_1 + S_2 - n)\lambda bc_O^2 + \lambda_c c_F^2] \bar{X}^2 + [(M + S_1 + S_2 - n)\lambda b] \sigma_X^2 \\ + [r\mu + (n-r)\alpha_0] (c_R^2 \bar{Y}^2 + \sigma_Y^2)$$

(v)  $jT < n \leq (j+1)T$ ;  $j = 1, 2, \dots, s-1$

$$a_n = [(M + S_1 + S_2 - n)\lambda b + \lambda_c] \bar{X} - \left[ r\mu + \sum_{i=1}^j \mu_i + (n - \overline{r+j})\alpha_j \right] \bar{Y} \\ b_n = [(M + S_1 + S_2 - n)\lambda bc_O^2 + \lambda_c c_F^2] \bar{X}^2 + [(M + S_1 + S_2 - n)\lambda b] \sigma_X^2 \\ + \left[ r\mu + \sum_{i=1}^j \mu_i + (n - \overline{r+j})\alpha_j \right] (c_R^2 \bar{Y}^2 + \sigma_Y^2)$$

(vi)  $rT < n < L$

$$a_n = [(M + S_1 + S_2 - n)\lambda b + \lambda_c] \bar{X} - \left[ r\mu + \sum_{i=1}^s \mu_i + (n - \overline{r+s})\alpha_s \right] \bar{Y} \\ b_n = [(M + S_1 + S_2 - n)\lambda bc_O^2 + \lambda_c c_F^2] \bar{X}^2 + [(M + S_1 + S_2 - n)\lambda b] \sigma_X^2 \\ + \left[ r\mu + \sum_{i=1}^s \mu_i + (n - \overline{r+s})\alpha_s \right] (c_R^2 \bar{Y}^2 + \sigma_Y^2)$$

**स्थिति (ब) :**  $S_1 < r \leq S_1 + S_2$

(i)  $0 < n \leq S_1$

$$a_n = [M\lambda + \lambda_c + (S_1 - n)\gamma_1 + S_2 \gamma_2] \bar{X} - n\mu \bar{Y} \\ b_n = [M\lambda c_O^2 + \lambda_c c_F^2 + (S_1 - n)\gamma_1 c_{W_1}^2 + S_2 \gamma_2 c_{W_2}^2] \bar{X}^2 + [M\lambda + (S_1 - n)\gamma_1 + S_2 \gamma_2] \sigma_X^2 \\ + n\mu (c_R^2 \bar{Y}^2 + \sigma_Y^2)$$

(ii)  $S_1 < n \leq r$

$$a_n = [M\lambda + \lambda_c + (S_1 + S_2 - n)\gamma_2] \bar{X} - n\mu \bar{Y}$$

$$b_n = [M\lambda c_0^2 + \lambda_c c_F^2 + (S_1 + S_2 - n)\gamma_2 c_{w_2}^2] \bar{X}^2 + [M\lambda + (S_1 + S_2 - n)\gamma_2] \sigma_X^2 \\ + [r\mu + (n-r)\alpha_0] (c_R^2 \bar{Y}^2 + \sigma_Y^2)$$

(iii)  $r < n \leq S_1 + S_2$

$$a_n = [M\lambda b + \lambda_c + (S_1 + S_2 - n)\gamma_2] \bar{X} - [r\mu + (n-r)\alpha_0] \bar{Y} \\ b_n = [M\lambda b c_0^2 + \lambda_c c_F^2 + (S_1 + S_2 - n)\gamma_2 c_{w_2}^2] \bar{X}^2 + [M\lambda b + (S_1 + S_2 - n)\gamma_2] \sigma_X^2 \\ + [r\mu + (n-r)\alpha_0] (c_R^2 \bar{Y}^2 + \sigma_Y^2)$$

(iv)  $S_1 + S_2 < n \leq T$

$$a_n = [(M + S_1 + S_2 - n)\lambda b + \lambda_c] \bar{X} - [r\mu + (n-r)\alpha_0] \bar{Y} \\ b_n = [(M + S_1 + S_2 - n)\lambda b c_0^2 + \lambda_c c_F^2] \bar{X}^2 + [(M + S_1 + S_2 - n)\lambda b] \sigma_X^2 \\ + [r\mu + (n-r)\alpha_0] (c_R^2 \bar{Y}^2 + \sigma_Y^2)$$

(v)  $jT < n \leq (j+1)T$ ;  $j = 1, 2, \dots, s-1$

$$a_n = [(M + S_1 + S_2 - n)\lambda b + \lambda_c] \bar{X} - \left[ r\mu + \sum_{i=1}^j \mu_i + (n - \overline{r+j})\alpha_j \right] \bar{Y} \\ b_n = [(M + S_1 + S_2 - n)\lambda b c_0^2 + \lambda_c c_F^2] \bar{X}^2 + [(M + S_1 + S_2 - n)\lambda b] \sigma_X^2 \\ + \left[ r\mu + \sum_{i=1}^j \mu_i + (n - \overline{r+j})\alpha_j \right] (c_R^2 \bar{Y}^2 + \sigma_Y^2)$$

(vi)  $rT < n < L$

$$a_n = [(M + S_1 + S_2 - n)\lambda b + \lambda_c] \bar{X} - \left[ r\mu + \sum_{i=1}^s \mu_i + (n - \overline{r+s})\alpha_s \right] \bar{Y} \\ b_n = [(M + S_1 + S_2 - n)\lambda b c_0^2 + \lambda_c c_F^2] \bar{X}^2 + [(M + S_1 + S_2 - n)\lambda b] \sigma_X^2 \\ + \left[ r\mu + \sum_{i=1}^s \mu_i + (n - \overline{r+s})\alpha_s \right] (c_R^2 \bar{Y}^2 + \sigma_Y^2)$$

**स्थिति (स) :**  $r > S_1 + S_2$

(i)  $0 < n \leq S_1$

$$a_n = [M\lambda + (S_1 - n)\gamma_1 + S_2\gamma_2 + \lambda_c] \bar{X} - n\mu \bar{Y} \\ b_n = [M\lambda c_0^2 + \lambda_c c_F^2 + (S_1 - n)\gamma_1 c_{w_1}^2 + S_2\gamma_2 c_{w_2}^2] \bar{X}^2 + [M\lambda + (S_1 - n)\gamma_1 + S_2\gamma_2] \sigma_X^2 \\ + n\mu (c_r^2 \bar{Y}^2 + \sigma_Y^2)$$

(ii)  $S_1 < n \leq S_1 + S_2$

$$a_n = [M\lambda b + \lambda_c + (S_1 + S_2 - n)\gamma_2] \bar{X} - n\mu \bar{Y}$$

$$b_n = [M\lambda b c_O^2 + \lambda_c c_F^2 + (S_1 + S_2 - n)\gamma_2 c_{W_2}^2] \bar{X}^2 + [M\lambda b + (S_1 + S_2 - n)\gamma_2] \sigma_X^2$$

$$+ n\mu (c_s^2 \bar{Y}^2 + \sigma_Y^2) (c_R^2 \bar{Y}^2 + \sigma_Y^2)$$

(iii)  $S_1 + S_2 < n \leq r$

$$a_n = [M + S_1 + S_2 - n]\lambda + \lambda_c \bar{X} - n\mu \bar{Y}$$

$$b_n = [(M + S_1 + S_2 - n)\lambda b c_O^2 + \lambda_c c_F^2] \bar{X}^2 + [(M + S_1 + S_2 - n)\lambda b] \sigma_X^2$$

$$+ n\mu (c_R^2 \bar{Y}^2 + \sigma_Y^2)$$

(iv)  $r < n \leq T$

$$a_n = [(M + S_1 + S_2 - n)\lambda b + \lambda_c] \bar{X} - [r\mu + (n-r)\alpha_0] \bar{Y}$$

$$b_n = [(M + S_1 + S_2 - n)\lambda b c_O^2 + \lambda_c c_F^2] \bar{X}^2 + [(M + S_1 + S_2 - n)\lambda b] \sigma_X^2$$

$$+ [r\mu + (n-r)\alpha_0] (c_R^2 \bar{Y}^2 + \sigma_Y^2)$$

(v)  $jT < n \leq (j+1)T$ ;  $j = 1, 2, \dots, s-1$

$$a_n = [(M + S_1 + S_2 - n)\lambda b + \lambda_c] \bar{X} - \left[ r\mu + \sum_{i=1}^j \mu_i + (n - \overline{r+j})\alpha_j \right] \bar{Y}$$

$$b_n = [(M + S_1 + S_2 - n)\lambda b c_O^2 + \lambda_c c_F^2] \bar{X}^2 + [(M + S_1 + S_2 - n)\lambda b] \sigma_X^2$$

$$+ \left[ r\mu + \sum_{i=1}^j \mu_i + (n - \overline{r+s})\alpha_s \right] (c_R^2 \bar{Y}^2 + \sigma_Y^2)$$

(vi)  $rT < n < L$

$$a_n = [(M + S_1 + S_2 - n)\lambda b + \lambda_c] \bar{X} - \left[ r\mu + \sum_{i=1}^s \mu_i + (n - \overline{r+s})\alpha_s \right] \bar{Y}$$

$$b_n = [(M + S_1 + S_2 - n)\lambda b c_O^2 + \lambda_c c_F^2] \bar{X}^2 + [(M + S_1 + S_2 - n)\lambda b] \sigma_X^2$$

$$+ \left[ r\mu + \sum_{i=1}^s \mu_i + (n - \overline{r+s})\alpha_s \right] (c_R^2 \bar{Y}^2 + \sigma_Y^2)$$

समीकरण (5) एवं (6) के प्रयोग से

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dx} [p(x)b(x)] - [p(x)a(x)] = \pi_0 T_0 \left[ 1 - \sum_{j=1}^L c_j u(x-j) \right] - \pi_L T_L \sum_{j=1}^L g_j u(x-L+j)$$

$$0 < x < L \quad \dots(12)$$

यहाँ  $u(\cdot)$  यूनिट स्टेप फंक्शन है,  $a(x) \equiv a_n, b(x) \equiv b_n$  का समीकरण (12) में प्रयोग से

$$\frac{1}{2}b_n \frac{d}{dx} p(x) - a_n p(x) = \pi_0 T_0 \bar{c}_n - \pi_L T_L g_n; \quad n-1 < x < n \quad ; \quad n=1,2,\dots,L$$

...(13)

$$\text{यहाँ } \bar{c}_n = 1 - \sum_{i=1}^{n-1} c_i, \quad g_n = \sum_{i=L-n+1}^L g_i.$$

समीकरण (13) का सामान्य हल है

$$p(x) = [\pi_L \xi_n - \pi_0 \psi_n] [1 - e^{(x-n+1)\phi_n^{-1}}] + e^{(x-n+1)\phi_n^{-1}} \left[ \sum_{j=1}^{n-1} (\pi_L \xi_j - \pi_0 \psi_j) \eta_j \right],$$

$n-1 < x < n; \quad n=1,2,\dots,L-1$

...(14)

और

$$p(x) = [\pi_L \xi_n - \pi_0 \psi_n] [1 - e^{(x-L)\phi_L^{-1}}], \quad L-1 < x < L$$

...(15)

यहाँ

$$\phi_n = \frac{b_n}{2a_n}; \quad n=1,2,\dots,L, \quad \xi_j = a_j^{-1} T_L g_j, \quad \psi_j = a_j^{-1} T_0 c_j, \quad \eta_j = (1 - e^{\phi_j^{-1}}) \prod_{i=j+1}^{n-1} e^{\phi_i^{-1}}$$

$$\text{और } \sum_{j=i}^{i-1} j = 0, \quad \prod_{i=j}^{j-1} e^{\phi_i^{-1}} = 1.$$

सीमा प्रतिबंध  $p_L(L-1) = p_{L-1}(L-1)$  का उपयोग करके, हमें विसरण प्रक्रिया के ऊपरी बाउंड्री पर रहने की प्रायिकता निम्नानुसार प्राप्त होती है।

$$\pi_L = \frac{\left[ \psi_{L-1} e^{\phi_{L-1}^{-1}} (e^{\phi_{L-1}^{-1}} - 1) + \psi_L (e^{\phi_L^{-1}} - 1) - e^{\phi_{L-1}^{-1}} \sum_{j=1}^{L-2} \xi_j \eta_j \right]}{\left[ \xi_{L-1} e^{\phi_{L-1}^{-1}} (e^{\phi_{L-1}^{-1}} - 1) + \xi_L (e^{\phi_L^{-1}} - 1) - e^{\phi_{L-1}^{-1}} \sum_{j=1}^{L-2} \xi_j \eta_j \right]} \pi_0$$

...(16)

समीकरण (11) में प्रसामान्यकरण शर्त का उपयोग करके, हमें विसरण प्रक्रिया के निचली परिसीमा पर रहने की प्रायिकता निम्नानुसार प्राप्त होती है :

$$\pi_0 = \left[ \left\{ 1 - \sum_{n=1}^{L-1} \left( \psi_n (1 - A_n) + \sum_{j=1}^{n-1} \psi_j \eta_j A_n \right) - \psi_L (1 - e^{-\phi_L^{-1}} A_L) \right\} + \frac{X}{Y} \left\{ 1 + \xi_L (1 - e^{-\phi_L^{-1}} A_L) + \sum_{n=1}^{L-1} \left( \xi_n (1 - A_n) + \sum_{j=1}^{n-1} \psi_j \eta_j A_n \right) \right\} \right]^{-1}$$

...(17)

$$\text{यहाँ } A_n = \phi_n (e^{\phi_n^{-1}} - 1); \quad n=1,2,\dots,L.$$

## निष्पादन अभिलक्षण

स्थाई अवस्था प्रायिकता का उपयोग करके हमें निष्पादन अभिलक्षण निम्नानुसार प्राप्त होते हैं:

- निकाय में असफल इकाइयों की अपेक्षित संख्या है-

$$\begin{aligned}
 L_s &= \int_0^L xp(x)dx + L\pi_L \\
 &= \sum_{n=1}^{L-1} \left[ B_n \left\{ (1-A_n)(n-\phi_n) - \frac{1}{2} \right\} + [A_n(n-\phi_n) + \phi_n] \sum_{j=1}^{n-1} B_j \right] \\
 &\quad + B_L e^{-\phi_L^{-1}} \left[ e^{\phi_L^{-1}} \left( L - \frac{1}{2} \right) - A_L(L-\phi_L) - \phi_L \right] + L\pi_L
 \end{aligned} \tag{18}$$

यहाँ  $B_j = (\pi_L \xi_j - \pi_0 \psi_j)$ .

- निकाय में ऑपरेटिंग इकाइयों की अपेक्षित संख्या है

$$\begin{aligned}
 E(O) &= M - \sum_{n=S_1+S_2+1}^L \left( \int_{n-1}^n (x-S_1+S_2)p(x)dx \right) - (L - \overline{S_1+S_2})\pi_L \\
 &= M - \sum_{n=S_1+S_2+1}^L \left( B_n(1-A_n) + A_n \left\{ \sum_{j=1}^{n-1} B_j \eta_j \right\} - B_n \left\{ (1-A_n)(n-\phi_n) - \frac{1}{2} \right\} \right) \\
 &\quad - (S_1+S_2) \left( \sum_{n=S_1+S_2+1}^{L-1} \left[ B_n(1-A_n) + A_n \left\{ \sum_{j=1}^{n-1} B_j \eta_j \right\} \right] + B_L(1-e^{-\phi_L^{-1}})A_L \right) \\
 &\quad - B_L e^{-\phi_L^{-1}} \left[ e^{\phi_L^{-1}} \left( L - \frac{1}{2} \right) - A_L(L-\phi_L) - \phi_L \right] + (L - \overline{S_1+S_2})\pi_L
 \end{aligned} \tag{19}$$

- टाइप 1 के अप्रयुक्त वार्म स्पेयर की अपेक्षित संख्या-

$$\begin{aligned}
 E(US_1) &= \sum_{n=1}^{S_1} \left( \int_{n-1}^n (S_1-x)p(x)dx \right) \\
 &= \sum_{n=1}^{S_1+S_2} \left[ S_1 \left\{ B_n(1-A_n) + A_n \left( \sum_{j=1}^{n-1} B_j \eta_j \right) \right\} - B_n \left\{ (n-\phi_n)(1-A_n) - \frac{1}{2} \right\} \right. \\
 &\quad \left. + \{ (n-\phi_n)A_n + \phi_n \} \left\{ \sum_{j=1}^{n-1} B_j \eta_j \right\} \right]
 \end{aligned} \tag{20}$$

- इसी प्रकार टाइप 2 के अप्रयुक्त वार्म स्पेयर की अपेक्षित संख्या

$$\begin{aligned}
E(US_2) &= S_2 \sum_{n=1}^{S_1} \left( \int_{n-1}^n (S_1 - x) p(x) dx \right) + \sum_{n=S_1+1}^{S_1+S_2} \left( \int_{n-1}^n (S_1 + S_2 - x) p(x) dx \right) \\
&= S_2 \sum_{n=1}^{S_1} \left[ S_1 \left\{ B_n (1 - A_n) + A_n \left( \sum_{j=1}^{n-1} B_j \eta_j \right) \right\} - B_n \left\{ (1 - A_n)(n - \phi_n) - \frac{1}{2} \right\} \right. \\
&\quad \left. + \left\{ \sum_{j=1}^{n-1} B_j \eta_j \right\} \left\{ A_n (n - \phi_n) + \phi_n \right\} \right] + \sum_{n=S_1+1}^{S_1+S_2} \left[ (S_1 + S_2) \left\{ B_n (1 - A_n) + A_n \left( \sum_{j=1}^{n-1} B_j \eta_j \right) \right\} \right. \\
&\quad \left. - B_n \left\{ (1 - A_n)(n - \phi_n) - \frac{1}{2} \right\} + \left\{ A_n (n - \phi_n) + \left\{ \sum_{j=1}^{n-1} B_j \eta_j \right\} \phi_n \right\} \right] \\
&\quad \dots(21)
\end{aligned}$$

- स्थाई मरम्मतकर्ता उपयोग है-

$$\begin{aligned}
RU &= \frac{\sum_{n=1}^r \left( \int_{n-1}^n x p(x) dx \right) + r \sum_{n=r+1}^L \left( \int_{n-1}^n p(x) dx \right)}{r} \\
&\quad \frac{\sum_{n=1}^r B_n \left\{ (1 - A_n)(n - \phi_n) - \frac{1}{2} \right\} + \left\{ \sum_{j=1}^{n-1} B_j \eta_j \right\} \left\{ A_n (n - \phi_n) + \phi_n \right\}}{r} \\
&\quad + r \sum_{n=r+1}^L \left\{ B_n (1 - A_n) + A_n \left( \sum_{j=1}^{n-1} B_j \eta_j \right) \right\} \\
&= \frac{\quad}{r} \\
&\quad \dots(22)
\end{aligned}$$

#### 4. संख्यात्मक सत्यापन

हमारे अनुमानित परिणामों की सटीकता को सत्यापित करने के लिए संख्यात्मक प्रयोग सॉफ्टवेयर MATLAB का उपयोग करके किया जाता है।  $E_3^{G(k)} / E_3^{G(k)} / r + s$  मॉडल के लिए समूह आकार बीजगणितीय वितरण के अनुसार माध्य  $k=2$  लेकर हम निष्पादन अभिलक्षण जैसे निकाय में असफल इकाइयों की अपेक्षित संख्या, निकाय में ऑपरेटिंग इकाइयों की अपेक्षित संख्या, स्थाई मरम्मतकर्ता उपयोग के लिए अलग-अलग प्राचल  $\lambda$ ,  $\alpha$  और  $\theta$  के साथ संवेदनशीलता का विश्लेषण करते हैं। चित्रों 1-6 में दिखाए गए संख्यात्मक परिणामों के लिए हम स्वतः प्राचल को  $M=9$ ,  $S_1=4$ ,  $S_2=3$ ,  $\gamma_1=0.3$ ,  $\gamma_2=0.3$ ,  $\lambda=0.5$ ,  $\mu=1$ ,  $\mu_1=0.5$ ,  $\mu_2=1$ ,  $r=3$ ,  $s=2$ ,  $T=4$ ,  $\alpha=0.05$  और  $\beta=0.9$  लेते हैं।

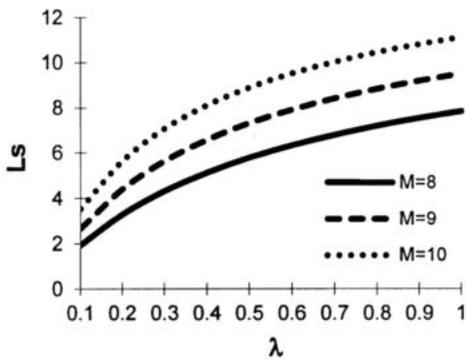
- कुछ निष्पादन अभिलक्षण पर निकाय प्राचल का प्रभाव चित्रों 1-6 में प्रदर्शित किया गया है। चित्रों 1 (a-c) में क्रमशः  $M$ ,  $r$  और  $s$  के विभिन्न मानों के लिए निकाय में असफल इकाइयों का अपेक्षित संख्या ( $L_s$ ) पर प्राचल  $\lambda$  के व्यवहार को दर्शाता है। चित्रों 2 (a-c) में क्रमशः  $M$ ,  $r$  और  $s$  के विभिन्न मानों के लिए सिस्टम में असफल इकाइयों का अपेक्षित संख्या ( $L_s$ ) पर  $\mu$  के व्यवहार को दर्शाया गया है। चित्रों 3-4 (a-c) में निकाय में ऑपरेटिंग इकाइयों का अपेक्षित संख्या ( $E_o$ ) पर  $M$ ,  $r$  और  $s$  के विभिन्न मानों के लिए प्राचल  $\lambda$  और  $\mu$  के प्रभाव को

प्रदर्शित करता है। स्थाई मरम्मतकर्ता उपयोग ( $R_u$ ) पर  $M$ ,  $r$  और  $s$  के विभिन्न मानों के लिए प्राचल  $\lambda$  और  $\mu$  के प्रभाव क्रमशः 5-6 (a-c) में चित्रित किए गए हैं।

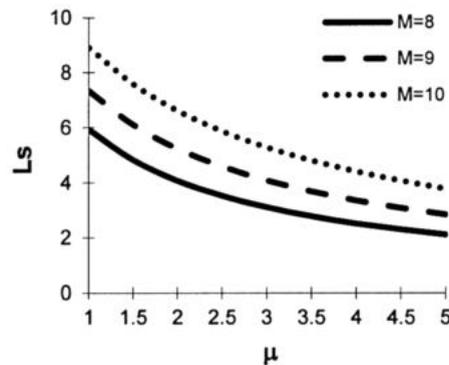
- ऑपरेटिंग यूनिट्स का असफलता क्षमता (मरम्मतकर्ता का मरम्मत क्षमता) बढ़ाने से विफल इकाईयों की अपेक्षित संख्या बढ़ती (घटती) है जैसा कि भौतिक परिस्थिति में देखा जाता है।
- यह भी देखा गया है कि स्थाई और अतिरिक्त मरम्मतकर्ता की संख्या बढ़ाने से विफल इकाईयों की अपेक्षित संख्या घटती है, जबकि ऑपरेटिंग इकाईयों की अपेक्षित संख्या बढ़ती है।
- स्थाई मरम्मतकर्ता उपयोग, परमानेंट मरम्मतकर्ता की संख्या बढ़ाने से घटता है जबकि अतिरिक्त मरम्मतकर्ता की संख्या बढ़ाने से बढ़ता है, जो काफी स्पष्ट है।
- ऑपरेटिंग इकाईयों की संख्या बढ़ाने से ऑपरेटिंग इकाईयों का अपेक्षित संख्या, स्थाई मरम्मतकर्ता उपयोग बढ़ता है जबकि विफल इकाईयों की अपेक्षित संख्या घटती है।

## 5. निष्कर्ष

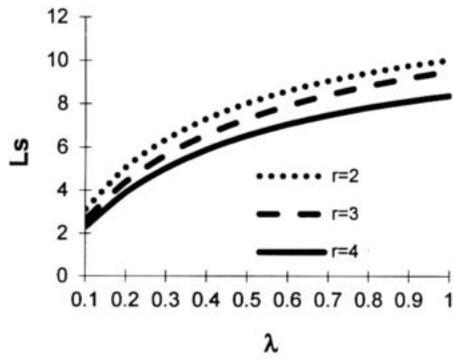
हमने मिश्रित स्पेयर के प्रावधान के साथ निकाय मरम्मत समस्या मॉडल विकसित किया है जहाँ सामान्य बंटन का उपयोग जीवन समय, मरम्मत समय और बैच आकार के लिए किया गया है। बैच विफलता और बैच मरम्मत, वास्तविक समय प्रणाली से निपटने के लिए हमारे मॉडल को अधिक बहुमुखी बनाती है। जटिल पंक्ति मॉडलों के लिए, सटीक समाधान प्राप्त करना मुश्किल है, सुझाए गए विसरण सन्निकटन निष्पादन को बेहतर करने में सहायक हो सकते हैं। दिया गया मॉडल उत्पादन / विनिर्माण स्थितियों के कई अनुप्रयोगों में अधिक परिष्कृत और उपयुक्त है क्योंकि इसमें अतिरिक्त मरम्मतकर्ता, बाकिंग, रिनेजिंग की अवधारणाओं के साथ मिश्रित स्पेयर और कॉमन कॉज असफलता के प्रावधान शामिल हैं। निष्पादन अभिलक्षण के लिए प्राप्त अनुमानित सूत्रों की आसानी से गणना की जा सकती है, जो कि संख्यात्मक उदाहरण लेकर बताया गया है। निकाय वर्णनकर्ता के प्रभावों की जांच करने के लिए संवेदनशीलता विश्लेषण सुविधा उपयोगी है।



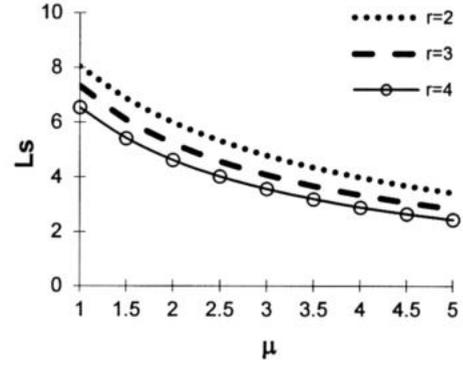
(a)



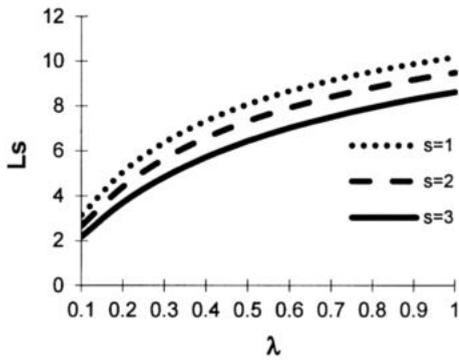
(a)



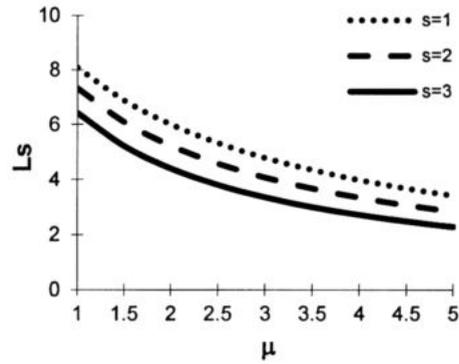
(b)



(b)



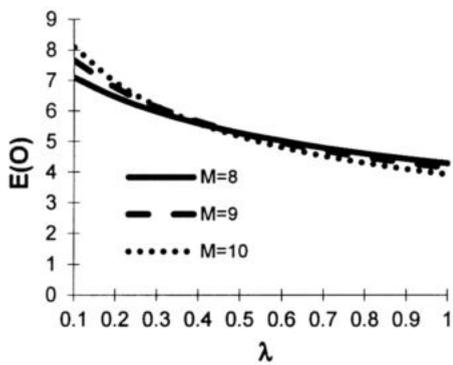
(c)



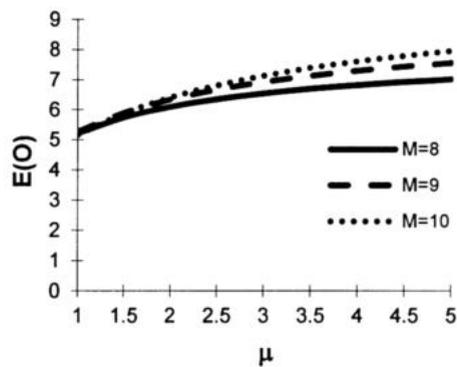
(c)

चित्र 1:  $L_s$  पर  $\lambda$  का प्रभाव (a)  $M$  (b)  $r$  (c)  $s$  के विभिन्न मानों के लिए

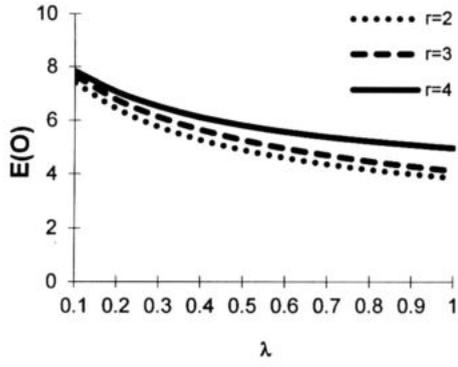
चित्र 2:  $L_s$  पर  $\mu$  का प्रभाव (a)  $M$  (b)  $r$  (c)  $s$  के विभिन्न मानों के लिए



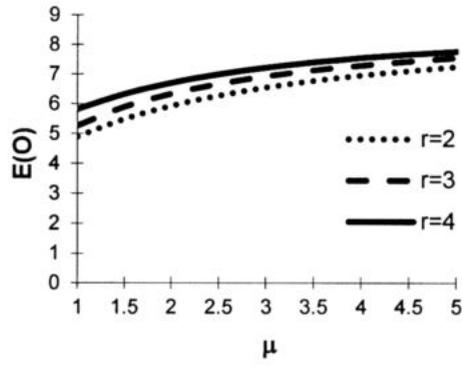
(a)



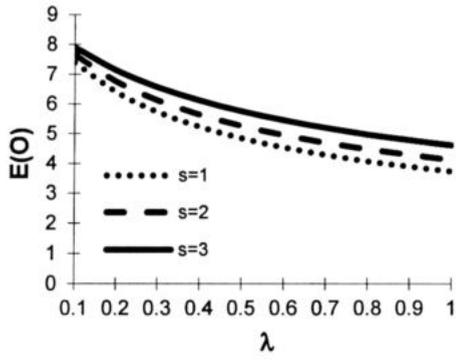
(a)



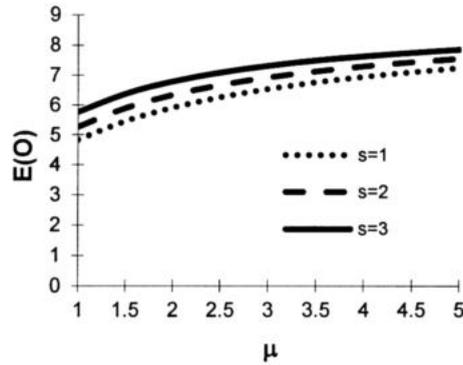
(b)



(b)



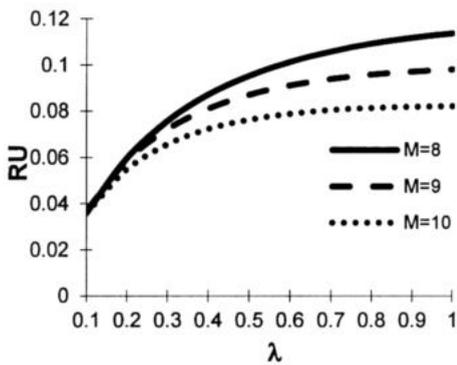
(c)



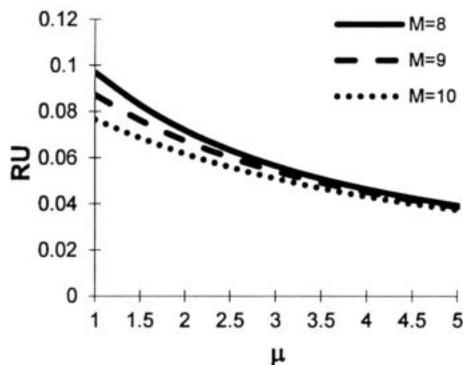
(c)

चित्र 3: E(O) पर  $\lambda$  का प्रभाव (a) M (b) r (c) s के विभिन्न मानों के लिए

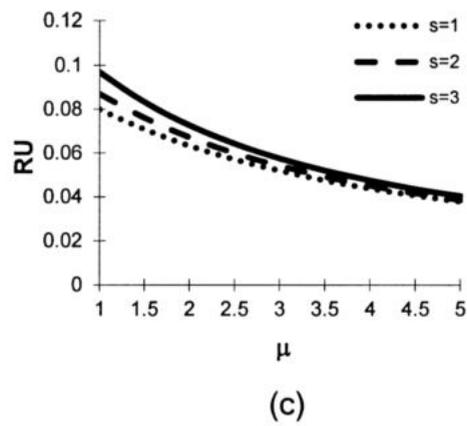
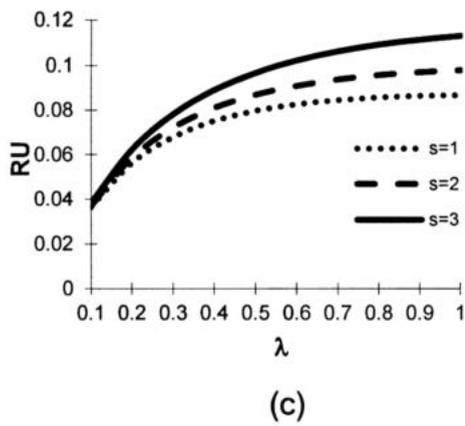
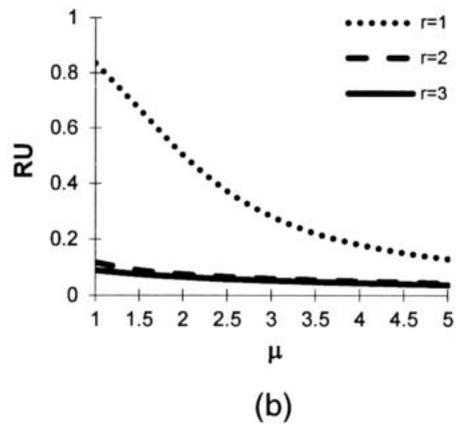
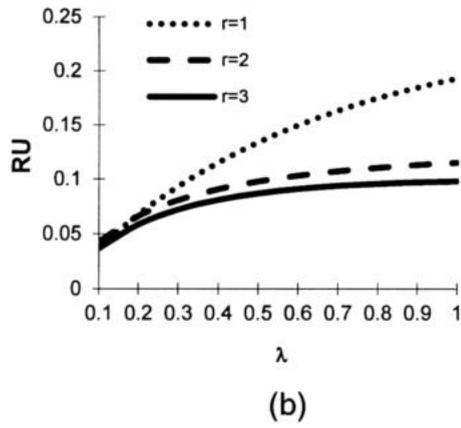
चित्र 4: E(O) पर  $\mu$  का प्रभाव (a) M (b) r (c) s के विभिन्न मानों के लिए



(a)



(a)



चित्र 5: RU पर  $\lambda$  का प्रभाव (a) M  
(b)  $r$  (c)  $s$  के विभिन्न मानों के लिए

चित्र 6: RU पर  $\mu$  का प्रभाव (a) M  
(b)  $r$  (c)  $s$  के विभिन्न मानों के लिए

## संदर्भ

1. Cherian J, Jain M, Sharma GC (1988) A diffusion approximation for a multi-component system with repair providing spare components. J. MACT 21:79-90.
2. Haryono and Sivazlian BD (1985) Analysis of the machine repair problem: A diffusion approach, Math. Comp. Sim. 27:339-364.
3. Iglehart DL (1965) Limiting diffusion approximation for the many-server queue and repairman problem. J. Appl. Prob. 2:429-449.
4. Jain M (1993) Diffusion approximation for  $G^X/G/m$  machine interference problem with spare machines. Microelectron. Reliab. 33:1415-1418.
5. Jain M (1997)  $(m, M)$  machine repair problem with spares and state dependent rates: A diffusion process approach. Microelectron. Reliab. 37:929-933.
6. Jain M, Shekhar C, Shukla S (2016) A time-shared machine repair problem with mixed spares under N-policy. J. Ind. Engg. Int. 12:45-157.
7. Jain M, Preeti (2014) Cost analysis of a machine repair problem with standby, working vacation and server breakdown. Inter. J. Math. Oper. Res. 6:437-451.
8. Jain M, Sharma GC (1986) A diffusion approximation for the  $G/G/r$  machine interference problem with spare machine. Indian J. Technol. 24:568-572.
9. Jain M, Sharma GC, Singh M (2002) Diffusion process for multi-repairmen machining system with spares and balking. Int. J. Engg. 15:49-56.
10. Jain M, Sharma GC, Baghel, KPS (2006): Diffusion process for  $G/G/R$  machining system with spares, balking and reneging. Int. J. Eng. 19:49-54.
11. Ke JC, Lee SL, Liou CH (2009) Machine Repair Problem in Production Systems with Spares and Server Vacations. RAIRO Operations Research 43:35-54.
12. Lee HW, Yoon SH, Lee SS (1995) Continuous approximations of machine repair system. Appl. Math. Model. 19:550-559.
13. Maheshwari S, Ali S (2013) Machine Repair Problem with Mixed Spares, Balking and Reneging. Int. J. Theo. Appl. Sci. 5:75-83.

14. Sharma DC (2011) Non-perfect M/M/R Machine repair problem with spares and two modes of failure. *Inter. J. Sci. Engg. Res*, 2:1-5.
15. Sharma GC, Jain M, Baghel KPS (2004) Performance modeling of machining system with mixed standby components, balking and renegeing. *Int. J. Engg.* 17:169-180.
16. Singh N, Rani S (2018) Recent Developments in Mathematical analysis of queues for Machine Repair Problem: A Short Survey. *International Journal of knowledge based computer systems* 6:23-29.
17. Sivazlian BD, Wang KH (1989) System characteristics and economic analysis of the G/G/r machine repair problem with warm standby using diffusion approximation. *Microelectron. Reliab.* 29:9829-9848.
18. Taylor J, Jackson RRP (1954) An application of the birth and death process to the provision of spare machines, *Oper. Res. Quat.* 95-108.
19. Wang KH (1994) Profit analysis of the M/M/R machine repair problem with spares and server breakdowns. *J. Oper. Res. Soc.* 45:539-548.
20. Wang KH, Kuo CC (2000) Cost and probabilistic analysis of series systems and mixed standby components. *Appl. Math. Model.* 24:957-967.
21. Wang KH, Ke JB, Ke JC (2007) Profit analysis of the M/M/R machine repair problem with balking, renegeing, and standby switching failures. *Comp. Oper. Res.* 34:835-847.
22. Singh N, Jain M, Sharma GC (2013) Diffusion approximation for  $G^X/G^Y/R+S$  machine repair problem (MRP) with mixed spares, balking, renegeing and additional removable repairmen. *JKAUES* 24:47-70.
23. Wang K, Chung C, Yang D (2015) Diffusion Approximation for G/G/R machine repair problems with balking and renegeing. *Journal of Testing and Evaluation* 43:179-190.

## पंक्ति निकाय में एकल सेवा प्रदाता के आपातकालीन अवकाश का विश्लेषणात्मक परीक्षण

चन्द्र शेखर  
गणित विभाग, बिड़ला प्रौद्योगिकी  
एवं विज्ञान संस्थान, पिलानी  
chandrashekhhar@pilani.bits-  
pilani.ac.in

श्रीकान्त वाष्ण्य  
गणित विभाग, बिड़ला प्रौद्योगिकी  
एवं विज्ञान संस्थान, पिलानी  
skvarshney91@gmail.com

अमित कुमार  
गणित विभाग, बिड़ला  
प्रौद्योगिकी एवं विज्ञान संस्थान,  
पिलानी  
amitk251@gmail.com

### सार

इस शोध लेख में हमने पंक्ति-सैद्धांतिक दृष्टिकोण के माध्यम से ग्राहक-सेवा निकाय में एकल सेवा प्रदाता के आपातकालीन अवकाश के प्रभाव की जाँच की है। इस अवकाश नीति के अनुसार, व्यस्त अवधि के दौरान, सेवा निकाय में प्रतीक्षारत ग्राहक की चल रही सेवा को पूर्ण किए बिना सेवा प्रदाता आपातकालीन अवकाश ले लेता है। निदर्शन के उद्देश्य के लिए, यह माना गया है कि ग्राहक के अंतर-आगमन का समय, ग्राहक सेवा का समय और सेवा प्रदाता के अवकाश की कालावधि चर-घातांकी रूप से बंटित हैं। अध्ययनगत निदर्शन की वैधता के लिए और मूल्यांकन हेतु कई निकाय-गुणवत्ता सूचकांकों उदाहरणतः निकाय में ग्राहकों की प्रत्याशित संख्या, सेवा प्रदाता की अपेक्षित कार्यक्षमता (थ्रूपुट), सेवा प्रदाता के अवकाश की प्रायिकता, आदि को स्थिर-स्थिति पंक्ति-आकार-बंटन का उपयोग करके प्राप्त किया गया है। अंत में गणितीय निदर्शन को विस्तार से समझने के लिए संख्यात्मक अनुकरण और संख्यात्मक चित्रण प्रदान किया गया है और पंक्ति संबंधी सूचकांकों का विश्लेषणात्मक प्रदर्शन भी किया गया है। अध्ययनगत प्रतिरूप से संबंधित महत्वपूर्ण मुद्दों हेतु त्वरित अंतर्दृष्टि प्रदान करने के लिए संख्यात्मक परिणामों को लेखाचित्र के द्वारा संक्षेप में सारांशित किया गया है। वर्तमान अध्ययन संबंधी भविष्य में शोध के साथ निष्कर्ष टिप्पणी भी दी गई है।

**मुख्य शब्द :** एकल सेवा प्रदाता, आपातकालीन अवकाश, संख्यात्मक अनुकरण, पंक्ति-सैद्धांतिक दृष्टिकोण।

### 1. प्रस्तावना

पिछले कुछ वर्षों में सेवा प्रदाता द्वारा चुनी गई विभिन्न प्रकार के अवकाश की नीतियों के अध्ययन ने पंक्ति और सेवा निकायों पर बहुत ही विशेष प्रभाव डाला है। यह कई क्षेत्रों में विशेष रूप से संगणक (कंप्यूटर) निकाय, संचार (कम्युनिकेशन) निकाय, लचीली विनिर्माण

(फ्लेक्सिबल मेनूफेक्चरिंग) निकाय, और आपूर्ति श्रृंखला (सप्लाई चेन) निकाय आदि में प्रत्याशित कुल लागत, संभव जनशक्ति इत्यादि को इष्टतम करने में अपने व्यापक अनुप्रयोगों के कारण उपयोगी रहा है। दोशी (1986) ने पहली बार पंक्तिबद्ध निकाय में सेवा प्रदाता के अवकाश के प्रभाव का सर्वेक्षण किया और कुछ सामान्य अपघटन परिणामों को उनकी संबंधित पद्धति के साथ सारांशित किया। जैन और अग्रवाल (2007) ने सक्रिय अवकाश की संकल्पना के साथ एक एर्लागियन सेवा  $M/E_k/1$  पंक्ति निकाय का विश्लेषण किया और जनक फलन (जेनेरेटिक फंक्शन) विधि को लागू करके निकाय में ग्राहकों की प्रत्याशित संख्या का स्थिर-स्थिति बंटन निर्धारित किया। जैन और उपाध्याय (2010) ने एन-पद्धति और अविश्वसनीय-सेवा प्रदाता (अनरिलेबल सर्वर) के साथ संशोधित बर्नोली अवकाश के अनुसूचना के साथ संप्रत्ययता का अध्ययन किया और यादृच्छिक और प्रस्थान क्षण पर पंक्ति-आकार बंटन प्राप्त किया। आव्यूह-ज्यामितीय दृष्टिकोण का उपयोग करते हुए, जैन और जैन (2010) ने सेवा प्रदाता के सक्रिय अवकाश और सेवा प्रदाता के कई प्रकार के व्यवधानों को शामिल करने वाले पंक्ति निकाय के स्थिर-स्थिति पंक्ति-आकार बंटन का अभिकलन किया। इसके अतिरिक्त, सिंह, जैन और कुमार (2014) ने पूरक-चर (सप्लीमेंट्री वेरिएबल) तकनीक को नियोजित करके निकाय के स्थिर-स्थिति व्यवहार का अध्ययन किया और प्वासॉ (Poisson) प्रक्रिया के अनुसार अपनी आगमन दरों में भिन्नता के कारण समूहबद्ध आगमन के लिए विभिन्न निकाय गुणवत्ता सूचकांक विकसित किए। जैन, शेखर और शुक्ला (2014) ने यांत्रिकी निकाय में दो विषम सेवा प्रदाताओं (हेट्रोजीनिअस सर्वर्स) की संकल्पना का उपयोग किया जिसमें पहला सेवा प्रदाता एन-पद्धति के अनुसार सेवा प्रदान करता है जबकि दूसरे को यादृच्छिक समय-अवधि के अवकाश पर जाने की स्वतंत्रता होती है। उन्होंने चौथे क्रम (फोर्थ आर्डर) की रूंगे-कुट्टा (Runge-Kutta) विधि का उपयोग करके शासी निदर्श की तत्कालिक-स्थिति-प्रायिकताएँ प्राप्त कीं।

हाल ही में जैन, शेखर और शुक्ला (2016) ने यांत्रिकी निकाय के लिए सक्रिय अवकाश के साथ एफ-पद्धति की संप्रत्ययता को चित्रित किया और आव्यूह विधि का उपयोग करके स्थिर स्थिति के लिए प्रायिकताएँ प्राप्त कीं। निकाय के गुणवत्ता सूचकांकों की संवेदनशीलता का पता लगाने के लिए, जैन, शेखर और मीणा (2017) ने निकाय के विभिन्न प्राचलों के साथ संख्यात्मक अनुकरण का प्रदर्शन किया और इष्टतम सेवा क्षमता और सीमा (एफ) को निर्धारित करने के लिए कुआसी-न्यूटन (Quasi Newton) विधि और प्रत्यक्ष खोज विधि (डायरेक्ट-सर्च मेथड) का उपयोग किया। हाल ही में केम्पा और कोवेनिक (2018) ने ग्राहकों की एक सामान्य स्वतंत्र प्रवाह, चर-घातांकी प्रसंस्करण के समय और एकल सक्रिय अवकाश नीति (सिंगल वर्किंग वेकेशन पालिसी) के साथ एक एकल-चैनल परिमित-मध्यवर्ती पंक्ति निकाय की परिकल्पना की और समय-निर्भर पंक्ति-आकार-बंटन की गणना के लिए एक एम्बेडेड-मार्कोव-चेन और वोलटेरा-प्रकार के एकीकरण-समीकरणों के विचार का सुझाव दिया।

शोध समीक्षा से यह बिल्कुल स्पष्ट है कि सेवा निकाय में लाभ के कारण कई अवकाश की नीतियों के साथ पंक्ति निकाय की समस्या पर व्यापक अध्ययन किए गए हैं। लेकिन शोध समीक्षा में एक शोध रिक्ति देखी गई है कि सेवा प्रदाता के यथार्थवादी सुविधा जैसे आपातकालीन

अवकाश और इसके अनुप्रयोगों और खराबियों के लिए कोई अध्ययन नहीं किया गया है। इस तथ्य से प्रेरित होकर हमने इस लेख को प्रस्तुत किया है जिसमें एकल सेवा प्रदाता की आपातकालीन अवकाश की संकल्पना भी शामिल है। इसके अलावा प्रदर्शन सूचकांकों पर निकाय के विभिन्न प्राचलों के प्रभाव को दर्शाने के लिए संख्यात्मक अनुकरण का उपयोग किया गया है।

शेष शोध-पत्र निम्नलिखित प्रकार से संयोजित किया गया है। अनुच्छेद 2 में हमने अध्ययनगत प्रतिरूप के गणितीय प्रतिरूपण के लिए मान्यताएँ और अंकन प्रस्तुत किए हैं और स्थिर-स्थिति चैपमैन-कोल्मोगोरोव अवकल-अंतर समीकरणों को शामिल किया है। पंक्ति-आकार-बंटन के साथ, अनुच्छेद 3 में निकाय के विभिन्न प्रदर्शन सूचकांकों को प्रस्तुत किया गया है। अनुच्छेद 4 में इष्टतम लागत के साथ विभिन्न निर्णय मानकों के इष्टतम मूल्यों को प्राप्त करने के लिए प्रत्याशित लागत फलन विकसित किया गया है। अगले अनुच्छेद 5 में उसके निदर्शन को प्रमाणित करने के लिए कुछ संख्यात्मक अनुकरण निष्पादित किए गए हैं। अंत में अनुच्छेद 6 में भावी परिप्रेक्ष्य के साथ वर्तमान अध्ययन के महत्व को स्पष्ट करने के लिए निष्कर्ष प्रदान किए गए हैं।

## 2. गणितीय प्रतिरूपण

इस अनुच्छेद में हमने एकल सेवा प्रदाता की आपातकालीन अवकाश नीति के आधार पर एक पंक्ति निदर्श विकसित किया है। सेवा निकाय में कार्यरत स्थिति के दौरान सेवा प्रदाता प्रतीक्षारत ग्राहक की चल रही सेवा को पूर्ण किए बिना उत्पन्न गंभीर स्थिति में अवकाश लेता है। इसके अतिरिक्त, प्रतिरूपण उद्देश्य के लिए, हमने निम्नलिखित अंकन और मान्यताएँ मानी हैं :

- ग्राहक आगमन क्षमता  $\lambda$  के साथ एक स्वतंत्र प्वासॉ प्रक्रम के अनुसार निकाय में आते हैं। यदि सेवा प्रदाता खाली है, तो पहुंचे हुए ग्राहक तुरंत सेवा प्राप्त करते हैं अन्यथा प्रतीक्षा पंक्ति में शामिल हो जाते हैं।
- एकल सेवा प्रदाता की सेवा का समय समान और स्वतंत्र रूप से औसत क्षमता  $\mu$  के साथ चरघातांकी बंटन से वितरित किया गया है। सेवा प्रदाता प्रतीक्षा पंक्ति से ग्राहक चुनने के लिए 'पहले आओ पहले पाओ' (एफसीएफएस) सेवा अनुशासन का पालन करता है।
- कार्यरत स्थिति में सेवा प्रदाता औसत क्षमता मान  $\delta$  के साथ प्वासॉ प्रक्रम के साथ प्रतीक्षारत ग्राहक की चल रही सेवा को पूर्ण किए बिना किसी भी कठिन परिस्थिति में आपातकालीन अवकाश ले सकता है।
- सेवा प्रदाता के अवकाश का समय चर घातांकी रूप से औसत समय  $1/\theta$  के साथ बंटित किया गया है।
- सभी प्रक्रियाओं और घटनाओं को बार-बार दोहराया जाता है और ये एक-दूसरे से स्वतंत्र होती हैं।

गणितीय निर्दर्शन के उद्देश्य के लिए शासी पंक्ति निकाय की स्थितियों को तत्कालिक समय  $t$  पर निम्न प्रकार परिभाषित किया गया है :

$$J(t) \equiv \begin{cases} 0, & \text{सेवा प्रदाता तत्कालिक समय } t \text{ पर अवकाश पर है} \\ 1, & \text{सेवा प्रदाता तत्कालिक समय } t \text{ पर व्यस्त है} \end{cases}$$

और

$N(t) \equiv$  तत्कालिक समय  $t$  पर निकाय में ग्राहकों की संख्या

अतः, संकेत-चिह्न  $\{J(t), N(t); t \geq 0\}$  सतत-समयानुपाती मार्कोव श्रंखला (CTMC) का स्थिति-अंतराल  $\Omega \equiv \{(j, n); j = 0, 1 \text{ and } n = 0, 1, \dots, K\}$  में प्रतिनिधित्व करता है। स्थिर-स्थिति के विश्लेषण के लिए हम निम्नलिखित संकेतों का उपयोग करते हैं :

$P_{0,n} \equiv$  सेवा निकाय में  $n$  ग्राहकों के होने तथा सेवा प्रदाता के अवकाश पर होने की प्रायिकता।

$P_{1,n} \equiv$  सेवा निकाय में  $n$  ग्राहकों के होने तथा सेवा प्रदाता के व्यस्त होने की प्रायिकता।

अब, जन्म-मरण (बर्थ-डेथ) प्रक्रिया के उचित सिद्धांतों का उपयोग करके शासी चैपमैन कोल्मोगोरोव अवकल-अंतर समीकरणों को निकाय की विभिन्न स्थितियों से जुड़ी स्थिर-स्थिति प्रायिकताओं का मूल्यांकन करने के लिए निम्नलिखित समीकरण दिए गए हैं-

$$-(\lambda + \theta)P_{0,0} + \delta P_{1,0} = 0 \quad (1)$$

$$-(\lambda + \theta)P_{0,n} + \lambda P_{0,n-1} + \delta P_{1,n} = 0; 1 \leq n \leq K-1 \quad (2)$$

$$-\theta P_{0,K} + \lambda P_{0,K-1} + \delta P_{1,K} = 0 \quad (3)$$

$$-(\lambda + \delta)P_{1,0} + \theta P_{0,0} + \mu P_{1,1} = 0 \quad (4)$$

$$-(\lambda + \delta + \mu)P_{1,n} + \lambda P_{1,n-1} + \theta P_{0,n} + \mu P_{1,n+1} = 0; 1 \leq n \leq K-1 \quad (5)$$

$$-(\delta + \mu)P_{1,K} + \lambda P_{1,K-1} + \theta P_{0,K} = 0 \quad (6)$$

### 3. स्थिर-स्थिति विश्लेषण तथा निकाय के प्रदर्शन सूचकांक

स्थिर-स्थिति रैखिक समीकरणों (1)-(6) की उपर्युक्त निकाय की स्थिर-स्थिति प्रायिकताओं के संदर्भ में हल को ढूँढने के लिए हम आव्यूह रूप में रैखिक समीकरणों की समरूप निकाय को परिवर्तित करके मानक रैखिक-बीजगणितीय अवधारणाओं को निम्नप्रकार नियोजित करते हैं :

$$\mathbf{AP} = \mathbf{0}$$

जहाँ  $\mathbf{A}$   $(2K + 2) \times (2K + 2)$  कोटि का एक गुणक आव्यूह है जो कि प्राकृतिक रूप से अव्युत्क्रमणीय है।  $\mathbf{P}$  प्रायिकताओं  $[P_{0,0}, P_{0,1}, \dots, P_{0,K}, P_{1,0}, P_{1,1}, \dots, P_{1,K}]^T$  का एक स्तंभ सदिश

है तथा 0 उपयुक्त आयाम का शून्य सदिश है। अब असामान्यीकृत परिस्थिति  $eP = 1$  का उपयोग करके, जहाँ  $e$   $(2K + 2)$  कोटि का पंक्ति सदिश है जिसके कि सारे अवयव 1 हैं, उपर्युक्त रैखिक समीकरण (7) रैखिक समीकरणों के असममितिक निकाय में निम्न प्रकार परिवर्तित हो जाता है :-

$$QP = B$$

जहाँ आव्यूह  $Q$  के सभी अवयव, अंतिम पंक्ति को छोड़ कर जिसमें कि सभी अवयव 1 से प्रतिस्थापित कर दिए जाते हैं, आव्यूह  $A$  के समान हैं तथा  $B$ ,  $(2K + 2)$  कोटि का एक स्तम्भ सदिश है जिसके अपने अंतिम अवयव 1 को छोड़ कर सभी अवयव 0 हैं। चूँकि,  $Q$  प्राकृतिक रूप से व्युत्क्रमणीय आव्यूह है इसलिए उपर्युक्त रैखिक समीकरण (8) का हल आसानी से  $P = Q^{-1}B$  के द्वारा प्रतिलोम नियम को संतुष्ट करते हुए प्राप्त किया जा सकता है।

सेवा-निकाय की विशेषताओं को निर्धारित करने और निष्पादन की जांच करने के लिए हमने निकाय की विभिन्न स्थितियों की स्थिर-स्थिति प्रायिकताओं के संदर्भ में विभिन्न प्रदर्शन सूचकांकों को निम्नानुसार चित्रित किया है-

- निकाय में ग्राहकों की प्रत्याशित संख्या

$$L_s = \sum_{j=0}^1 \sum_{n=0}^K n P_{j,n} \quad (7)$$

- पंक्ति में ग्राहकों की प्रत्याशित संख्या

$$L_q = \sum_{j=0}^1 \sum_{n=1}^K (n-1) P_{j,n} \quad (8)$$

- सेवा प्रदाता के अवकाश पर होने की प्रायिकता

$$P_v = \sum_{n=0}^K P_{0,n} \quad (9)$$

- सेवा प्रदाता के व्यस्त होने की प्रायिकता

$$P_B = \sum_{n=1}^K P_{1,n} \quad (10)$$

- सेवा प्रदाता की प्रत्याशित कार्यक्षमता (थ्रूपुट)

$$\tau_p = \sum_{n=1}^K \mu P_{1,n} \quad (11)$$

- निकाय में प्रत्याशित प्रतीक्षा समय

$$W_s = \frac{L_s}{\lambda} \quad (12)$$

#### 4. लागत विश्लेषण

तंत्र अभिकल्पक और निर्णयकर्ता निकाय की प्रत्याशित कुल लागत को कम करने के लिए निर्णय प्राचलों के इष्टतम मूल्यों को निर्धारित करने में रुचि रखते हैं। इसलिए, हमने विभिन्न परिस्थितियों में किए गए विभिन्न लागत तत्वों और तीन निर्णायक प्राचलों  $(\mu, \theta, \delta)$  पर विचार करके लागत फलन विकसित किया है, जो कि प्राकृतिक रूप से सतत है। विभिन्न गतिविधियों से जुड़े लागत वाले तत्वों को निम्नानुसार माना है और परिभाषित किया गया है:

$C_h \equiv$  निकाय में मौजूद प्रत्येक ग्राहक के लिए धारित राशि

$C_b \equiv$  सक्रिय सर्वर के लिए खर्च की गई लागत

$C_m \equiv$  क्षमता  $\mu$  के साथ प्रत्येक ग्राहक के लिए सेवा प्रदान करने के लिए खर्च की गई लागत

$C_t \equiv$  सेवा प्रदाता के अवकाश पर होने पर निकाय में खर्च की गई लागत

$C_d \equiv$  सर्वर के आपातकालीन अवकाश से जुड़े खर्च की लागत

उपर्युक्त परिभाषित लागत तत्वों का उपयोग करके हमने निम्नानुसार लागत फलन  $TC(\mu, \theta, \delta)$  विकसित किया है :

$$TC(\mu, \theta, \delta) = C_h L_S + C_b P_B + C_m \mu + C_t \theta + C_d \delta \quad (13)$$

परिकल्पित प्रतिरूपण की लागत-न्यूनीकरण प्रायोगिक समस्या को गणितीय रूप से निम्नानुसार वर्णित किया जा सकता है :

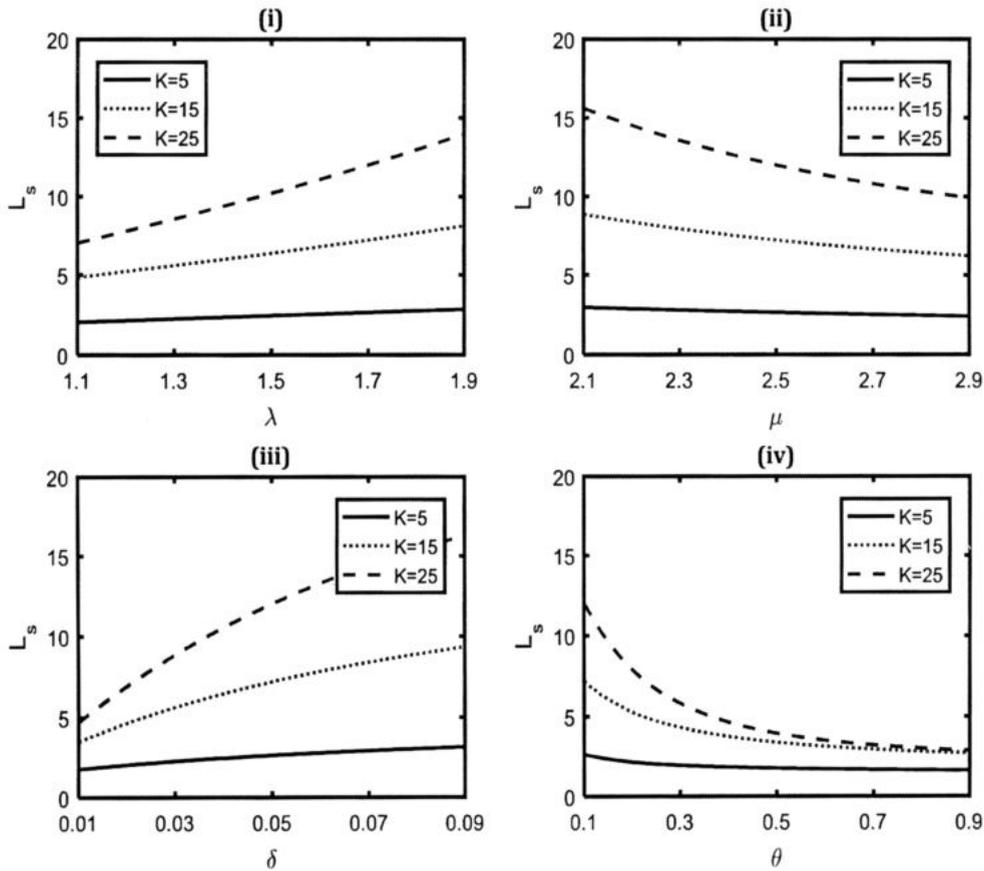
$$TC(\mu^*, \theta^*, \delta^*) = \min_{(\mu, \theta, \delta)} TC(\mu, \theta, \delta) \quad (14)$$

#### 5. संख्यात्मक परिणाम

इस अनुच्छेद में हम कई निर्णायक प्राचलों, विशेष रूप से अवकाश की समय-अवधि, सेवा क्षमता इत्यादि के संदर्भ में निकाय के विभिन्न प्रदर्शन सूचकांकों की जांच करके सेवा प्रदाता की आपातकालीन अवकाश नीति के आधार पर पंक्ति निकाय के लिए मात्रात्मक मूल्यांकन प्रस्तुत कर रहे हैं। विभिन्न लेखाचित्रों के माध्यम से संख्यात्मक अनुकरणीय परिणामों को दर्शाकर हम अपने सूत्रीकरण और पद्धति को मान्य कर रहे हैं जो निर्णयकर्ता के लिए वास्तविक सेवा निकाय जैसे कि विद्युत ग्रिड निकाय, निकाय के मूल्यांकन और संचालन और निकाय के प्रदर्शन में सुधार, आदि के निर्दर्शन के लिए सहायक होता है।

पंक्ति विश्लेषण के उद्देश्य के लिए, हम निकाय के कई प्राचलों के मानों को  $K = 15; \lambda = 1.7; \mu = 2.5; \delta = 0.05$  और  $\theta = 0.1$  के रूप में नियत करते हैं। मेटलैब प्रोग्रामन (MATLAB

programming) भाषा और आव्यूह विधि का उपयोग करके, हम निकाय की विभिन्न स्थितियों की स्थिर-स्थिति प्रायिकतायें प्राप्त करते हैं।



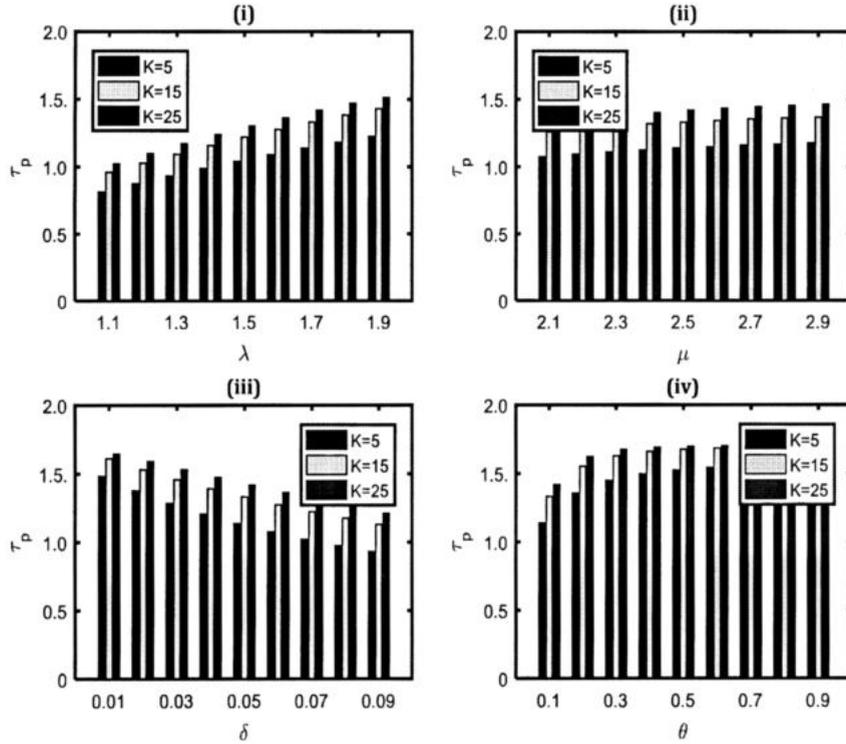
चित्र 1:

$K$  के विभिन्न मानों के लिए (i)  $\lambda$ , (ii)  $\mu$ , (iii)  $\delta$  और (iv)  $\theta$  की तुलना में निकाय में ग्राहकों की प्रत्याशित संख्या ( $L_s$ )

प्राचलिक (parametric) प्रोग्रामन के लिए, चित्र 1 में ग्राहकों की प्रत्याशित संख्या ( $L_s$ ) का चित्रण किया है। लेखाचित्र 1 के प्रत्येक उप-चित्र में हम शासी प्राचलों जैसे कि निकाय में ग्राहकों की आगमन क्षमता  $\lambda$ , सेवा प्रदाता की सेवा क्षमता  $\mu$ , आपातकालीन अवकाश के मानक  $\delta$   $\lambda$  और  $\delta$  के मानों में वृद्धिशील परिवर्तन करने पर निकाय में ग्राहकों की प्रत्याशित संख्या ( $L_s$ ) का मान स्पष्ट रूप से बढ़ता जाता है। इसी तरह, जैसे ही हम  $\mu$  और  $\theta$  के मानों को बढ़ाते हैं,  $L_s$  का मान कम हो जाता है, जैसा कि सतत अनुकरण में अपेक्षित है।

चित्र 2 निकाय के सेवा प्रदाता की प्रत्याशित कार्यक्षमता (थ्रूपुट) ( $\tau_p$ ) पर निकाय की क्षमता ( $K$ ) के विभिन्न मानों के साथ प्राचलों  $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\theta$  और  $\delta$  के प्रभाव को दर्शाता है। चित्र 2(ii) और 2(iv) में हम देखते हैं कि  $K$  के बढ़ते मानों के लिए जैसे ही हम प्राचलों  $\mu$  और  $\theta$  को बढ़ाते हैं, सेवा ले चुके ग्राहकों की प्रत्याशित संख्या का मान अर्थात् निकाय का थ्रूपुट बढ़ जाता है। इसी तरह थ्रूपुट ( $\tau_p$ ),  $\delta$  के बढ़ते मान के साथ घटता जाता है। यह सेवा निकाय पर आपातकालीन अवकाश का प्रभाव दिखाता है। वर्तमान अध्ययन से, हम निर्बाध सेवा सुविधा के लिए सेवा निकाय में अतिरिक्त सेवा सुविधा के

प्रावधान का सुझाव दे रहे हैं। इसके अलावा,  $\delta$  के एक निश्चित मान के लिए निकाय का थ्रूपुट  $K$  के बढ़ते मानों के साथ बढ़ता जाता है, जो कि पर्याप्त स्पष्ट परिणाम है।

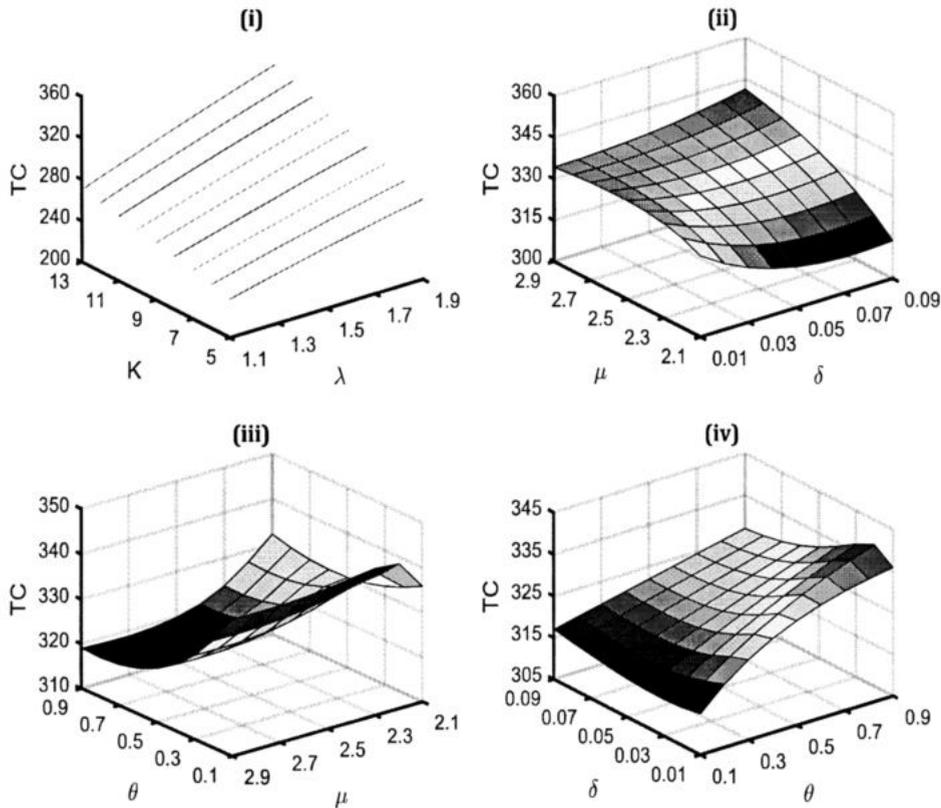


चित्र 2 :  $K$  के विभिन्न मानों के लिए (i)  $\lambda$ , (ii)  $\mu$ , (iii)  $\delta$  और (iv)  $\theta$  की तुलना में निकाय का थ्रूपुट ( $\tau_p$ )

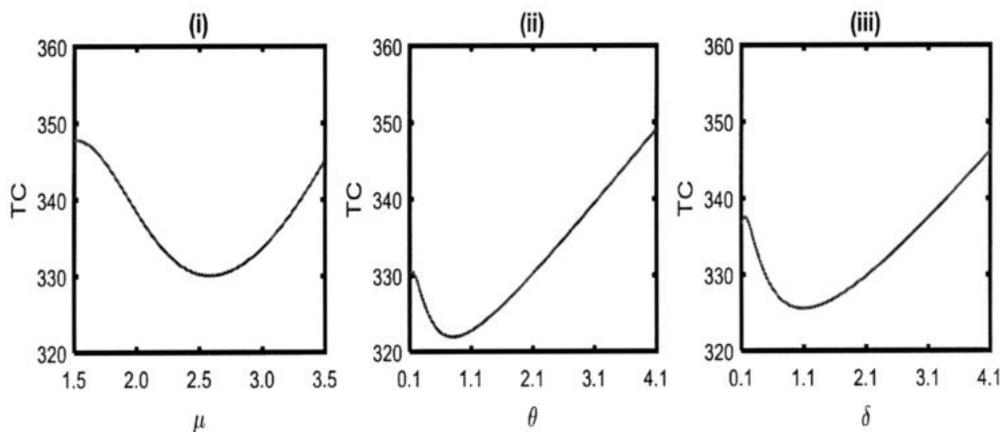
निकाय के विभिन्न प्राचलों के लिए समीकरण (15) में परिभाषित प्रत्याशित कुल लागत ( $TC$ ) में परिवर्तनशीलता चित्र 3 में  $\lambda, \mu, \theta, K$  और  $\delta$  के सापेक्ष प्रदर्शित की गई है। चित्र 3 के लिए हमने निकाय के कई प्राचलों का मान लेखाचित्र 1-2 के समान लिया है और अपने संबंधित प्रदर्शन सूचकांकों से जुड़े कई लागत तत्वों को जैसे कि  $C_h = 10; C_m = 60; C_t = 10; C_b = 200$  और  $C_i = 10$  चुना है। यह आसानी से देखा जा सकता है कि प्रत्याशित कुल लागत ( $TC$ ) प्राचलों में वृद्धिशील परिवर्तन के साथ बढ़ती जाती है। चित्र 3(i) से यह देखा गया है कि  $K$  और  $\lambda$  में वृद्धिशील परिवर्तनों के साथ प्रत्याशित कुल लागत के बढ़ते मान प्राप्त होते हैं जो निकाय की संरचना के लिए काफी स्पष्ट है। प्रत्याशित कुल लागत ( $TC$ ) का मान  $\theta$  और  $\mu$  के बढ़ते मानों के साथ घटता है और फिर एक निश्चित स्थिति के बाद यह तेज़ी से बढ़ना शुरू होता है जैसा कि चित्र 3(iii) में देखा जा सकता है। यह संकेत देता है कि सेवा सुविधा में वृद्धि हमेशा बेहतर सेवा प्रदान नहीं करती है। इष्टतम सेवा के लिए लागत और थ्रूपुट के अनुसार, इष्टतम परिकल्पित प्राचल निर्धारित किए जाने चाहिए।

चित्र 4 निर्णायक प्राचलों के संबंध में प्रत्याशित कुल लागत फलन (16) की उत्तल (convex) प्रकृति का प्रतिनिधित्व करता है। हम देखते हैं कि चित्र 3 में उपर्युक्त लागत मूल्यों से जुड़े  $\mu, \theta$  और  $\delta$  के इष्टतम मान क्रमशः  $\mu^* = 2.6$ ,  $\theta^* = 0.9$  और  $\delta^* = 1.0$  के करीब हैं। निकाय संसाधनों के प्रतिबंध के अनुसार विश्लेषक इष्टतम सेवा लागत के लिए निर्देशित प्राचलों को

निर्धारित कर सकता है। गहराई से विश्लेषण के लिए, निकाय कुछ मानक इष्टतमता तकनीकों या प्रकृति प्रेरित इष्टतमता तकनीकों को नियोजित कर सकता है।



चित्र 3: निकाय के विभिन्न निर्णायक मानक (i)  $K$ , (ii)  $\lambda$ , (iii)  $\mu$ , (iv)  $\delta$  और (v)  $\theta$  की तुलना में निकाय की कुल प्रत्याशित लागत



चित्र 4: निर्णायक प्राचलों (i)  $\mu$ , (ii)  $\theta$  और (iii)  $\delta$  की तुलना में प्रत्याशित कुल लागत इष्टतम मान

## 6. निष्कर्ष तथा भविष्य की संभावनाएं :

इस लेख में हमने एक सीमित क्षमता वाले पंक्ति निकाय में सेवा प्रदाता के आपातकालीन अवकाश की संख्यात्मक जांच की है। स्थिर-स्थिति की प्रतिक्रियाएं प्राप्त करने के लिए हमने चैपमैन-कोल्मोगोरोव अवकल-अंतर समीकरण निरूपित किए हैं जिनकी सहायता से हम निकाय

के गुणवत्ता सूचकांकों को निर्धारित कर सकते हैं। हमने निकाय की प्रत्याशित कुल लागत के लिए लागत फलन विकसित किया है जिसकी सहायता से हमने न केवल लागत इष्टतमता समस्या बनाई है बल्कि निर्णायक प्राचलों ( $\mu, \theta, \delta$ ) के इष्टतम मान भी प्राप्त किए हैं। इसके अलावा, निकाय के विभिन्न प्राचलों के प्रभावों का अध्ययन करने के लिए विभिन्न गुणवत्ता सूचकांकों का संख्यात्मक अनुकरण भी किया गया है। अंत में इष्टतम हलों को चित्रित करने और प्राप्त करने के लिए विभिन्न संख्यात्मक प्रयोग प्रदान किए गए हैं।

इसके अलावा, निकाय की प्रत्याशित कुल लागत का विश्लेषण विकसित निदर्श की वैधता और उपयोगिता को बहुत प्रभावी ढंग से प्रदर्शित करता है, जो तंत्र अभिकल्पक और निर्णयकर्ता द्वारा रखरखाव की लागत को कम करने में सहायक होगा, यह किसी संगठन की अत्याधिक वांछनीय आवश्यकता है। समूह में ग्राहकों के आने और यांत्रिकी निकाय जैसी कुछ और परिकल्पनाओं को शामिल करके इस कार्य को और भी बढ़ाया जा सकता है।

#### **अभिस्वीकृति :**

शोधार्थी इस शोध-पत्र में मूल्यवान रचनात्मक टिप्पणियों और सुझावों के लिए संपादकीय दल, निर्णायक मंडल एवम् प्रबुद्ध निर्देशों को धन्यवाद प्रेषित करते हैं। लेखक (श्री.वा.) वित्तीय सहायता के लिए वैज्ञानिक तथा औद्योगिक अनुसंधान परिषद, नई दिल्ली, भारत (क्रमांक संख्या एसआरएफ / नेट (09/719(0068)/2015-ईएमआर-1)) को भी अपना धन्यवाद देते हैं।

## संदर्भ

1. Doshi BT (1986) Queueing systems with vacations: A survey. Queueing Systems 1:29-66.
2. Jain M, Agrawal PK (2007)  $M/E_K/1$  queueing system with working vacation. Quality Technology and Quantitative Management 4:455-470.
3. Jain M, Upadhyaya S (2010) Optimal repairable  $M^x/G/1$  queue with multi-optional services and Bernoulli vacation. International Journal of Operational Research 7:109-132.
4. Jain M, Jain A (2010) Working vacations queueing model with multiple types of server breakdowns. Applied Mathematical Modelling 34:1-13.
5. Singh CJ, Jain M, Kumar B (2014) Analysis of  $M^x/G/1$  queueing model with balking and vacation. International Journal of Operational Research 19:154-173.
6. Jain M, Shekhar C, Shukla S (2014) Vacation queueing model for a machining system with two unreliable repairmen. International Journal of Operational Research 20:469-491.
7. Jain M, Shekhar C, Shukla S (2016) Queueing analysis of machine repair problem with controlled rates and working vacation under F-policy. Proceedings of the National Academy of Sciences, India Section A: Physical Sciences 86:21-31.
8. Jain M, Shekhar C, Meena RK (2017) Admission control policy of maintenance for unreliable server machining system with working vacations. Arabian Journal for Science and Engineering 42:2993-3005.
9. Kempa WM, Kobielnik M (2018) Transient solution for the queue-size distribution in a finite-buffer model with general independent input stream and single working vacation policy. Applied Mathematical Modelling 59:614-618.

## पर्यावरण सहयोग और तंत्रिका नेटवर्क के साथ गोदाम के लिए रासायनिक उद्योग की आपूर्ति श्रृंखला प्रबंधन : एक समीक्षा लेख

अजय सिंह यादव  
गणित विभाग  
एस.आर.एम., गाजियाबाद

नवीन अहलावत  
कंप्यूटर विज्ञान विभाग  
एस.आर.एम., गाजियाबाद

आर. पी. महापात्रा  
कंप्यूटर विज्ञान और अभियांत्रिकी विभाग  
एस.आर.एम., गाजियाबाद

शरत शर्मा  
व्यापार शासन प्रबंध विभाग  
एस.आर.एम., गाजियाबाद

गरिमा पांडे  
रासायनिकी विभाग  
एस.आर.एम., गाजियाबाद

### सार

पर्यावरणीय समस्याओं के साथ गोदाम (वेयरहाउस) के लिए रासायनिक उद्योग सामग्री प्रबंधन की आपूर्ति श्रृंखला का रासायनिक उद्योग की पूरी आपूर्ति श्रृंखला में सूची इष्टतम करने के लिए तंत्रिका नेटवर्क का उपयोग किया जा सकता है। हम रासायनिक उद्योग सामग्री आपूर्ति श्रृंखला में सूची इष्टतमता के लिए आवश्यक अतिरिक्त स्टॉक स्तर और कमी स्तर की गतिशील प्रकृति को विशेष रूप से निर्धारित करने पर ध्यान केंद्रित कर रहे हैं जैसे पर्यावरणीय समस्याओं के लिए रासायनिक उद्योग सामग्री की कुल आपूर्ति को श्रृंखला प्रबंधन से कम किया जाना। समस्या की जटिलता तब बढ़ जाती है जब इस उत्पाद में पर्यावरणीय समस्याओं की प्रक्रिया के लिए रासायनिक उद्योग की आपूर्ति श्रृंखला प्रबंधन में अधिक उत्पाद और एक से अधिक सदस्य शामिल होते हैं। यहां, हम एक इष्टतमन पद्धति का प्रस्ताव दे रहे हैं जो पर्यावरणीय चिंताओं के लिए रासायनिक उद्योग सामग्री के प्रबंधन श्रृंखला की आपूर्ति श्रृंखला के प्रत्येक सदस्य पर इष्टतम स्टॉक स्तर को बनाए रखने में बाधा को दूर करने के लिए सर्वोत्तम इष्टतमन एल्गोरिथ्म में से एक तंत्रिका नेटवर्क का उपयोग करता है। हम इष्टतमता के लिए रासायनिक उद्योग अध्ययन मॉडल के आपूर्ति श्रृंखला प्रबंधन के चार तरीकों पर अपनी विधि लागू कर रहे हैं।

**कुंजी शब्द :** पर्यावरण, आपूर्ति श्रृंखला प्रबंधन, गोदाम, तंत्रिका नेटवर्क इष्टतमता।

### 1. प्रस्तावना

पर्यावरणीय सहयोग का उपयोग कर रासायनिक उद्योग के लिए आपूर्ति श्रृंखला प्रबंधन को "पर्यावरण सहयोग का उपयोग करके रासायनिक उद्योग की आपूर्ति श्रृंखला प्रबंधन" के रूप में परिभाषित किया जा सकता है। पर्यावरण सहयोग का उपयोग कर रासायनिक उद्योग के लिए

आपूर्ति श्रृंखला प्रबंधन में प्रतिभागियों के बीच उत्पादन, सूची, स्थान और परिवहन का समन्वय बाजार के लिए जिम्मेदारी और दक्षता का सर्वोत्तम मिश्रण प्राप्त करने के लिए हो सकता है। "साहित्य समीक्षा के बाद यह महसूस किया गया है कि पहले के शोधों में कुछ त्रुटियां हैं। एकीकृत सूची मॉडल के क्षेत्र में उपर्युक्त स्थितियों को पर्यावरण सहयोग के उपयोग से रासायनिक उद्योग के रासायनिक उद्योग प्रबंधन की आपूर्ति श्रृंखला के साथ रखा जाता है। दूसरी तरफ, लागत के न्यूनतमीकरण (इनवेंटरी मॉडलों) के लिए हाल के वर्षों में कुछ शोधकर्ताओं का ध्यान आकर्षित किया है, लेकिन उन्हें केवल रासायनिक उद्योग सामग्री की आपूर्ति श्रृंखला का एक पक्ष माना जाता है, जो या तो खरीदार या विक्रेता पक्ष है। जैसा कि पहले उल्लेख किया गया है, पर्यावरण सहयोग के उपयोग से रासायनिक उद्योग की आपूर्ति श्रृंखला प्रबंधन में प्रतिस्पर्धी बाजार में सफल होने के लिए संस्थाओं का एकीकरण आवश्यक है। दुर्भाग्यवश, शोधकर्ताओं ने बाजार परिवर्तनों का अध्ययन करने से रासायनिक उद्योग सामग्री की आपूर्ति श्रृंखला प्रबंधन के इस महत्वपूर्ण मुद्दे पर चिंतन नहीं किया। उपरोक्त वर्णित सभी शोधों और शोधपत्र/कमियों के आधार पर, इस शोधपत्र में एकीकृत उद्योग मॉडल के पर्यावरणीय सहयोग का उपयोग करके रासायनिक उद्योग की सफल आपूर्ति श्रृंखला प्रबंधन के लिए निरंतर लागत में कमी का सामना करने वाले उत्पादों के साथ एकीकृत सूची प्रतिदर्श शामिल है। तंत्रिका नेटवर्क जैविक तंत्रिका तंत्र के सरलीकृत मॉडल हैं और इसलिए मानव मस्तिष्क द्वारा किए गए कंप्यूटिंग के प्रकार से उनकी प्रेरणा मिली है। सामान्य रूप से एक तंत्रिका नेटवर्क मस्तिष्क से प्रेरित एक वास्तुकला में न्यूरोन्स नामक प्रसंस्करण तत्वों की एक बड़ी संख्या का अत्यधिक अंतःस्थापित नेटवर्क होता है। एक तंत्रिका नेटवर्क बड़े पैमाने पर समांतर हो सकता है और इसलिए समानांतर वितरित प्रसंस्करण को प्रदर्शित करने के लिए कहा जाता है। तंत्रिका नेटवर्क मैपिंग क्षमताओं या पैटर्न एसोसिएशन, सामान्यीकरण, मजबूती, त्रुटि सहनशीलता और समांतर और उच्च गति सूचना प्रसंस्करण जैसी विशेषताओं को प्रदर्शित करते हैं।

## 2. साहित्य समीक्षा

नर्मधा आदि (2010) ने यूनिफॉर्म क्रॉसओवर जेनेटिक (आनुवंशिक) एल्गोरिथ्म का उपयोग करके प्रस्तावित मल्टी-उत्पाद सूची इष्टतमीकरण, राधाकृष्णन आदि (2009) ने जेनेटिक एल्गोरिथ्म का उपयोग कर आपूर्ति श्रृंखला प्रबंधन में एक सूची दी है। सिंह और कुमार (2011) ने कुशल आपूर्ति श्रृंखला प्रबंधन में एक सूची दी है। कन्नन आदि (2010) ने बंद लूप आपूर्ति श्रृंखला मॉडल को हल करने के लिए आनुवंशिक (जेनेटिक) एल्गोरिथ्म दृष्टिकोण पर चर्चा की। जवाहर और बालाजी (2009) ने एक निश्चित चार्ज से जुड़े दो चरण आपूर्ति श्रृंखला वितरण समस्या के लिए एक जेनेटिक एल्गोरिथ्म प्रस्तावित किया। झांग आदि (2013) ने सहयोगी आपूर्ति श्रृंखला में आदेश वितरण के लिए एक संशोधित बहु-मानदंड अनुकूलन जेनेटिक एल्गोरिथ्म प्रस्तुत किया। चे और चियांग (2010) ने उत्पाद असंबली के साथ मल्टी-ऑब्जेक्ट बिल्ड-टू-ऑर्डर सप्लाइ चैन प्लानिंग के लिए एक संशोधित पेरटो जेनेटिक एल्गोरिथ्म प्रस्तावित किया। यिंमर और डेमर्ली (2010) ने गतिशील आपूर्ति श्रृंखला शेड्यूलिंग के दो चरण इष्टतमता

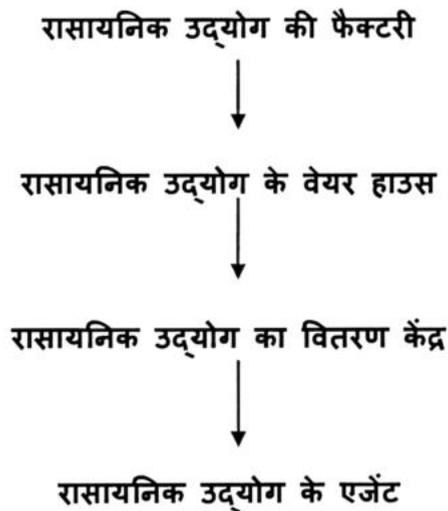
के लिए आनुवंशिक दृष्टिकोण प्रस्तुत किया। वांग आदि (2011) ने दो-एखेलॉन आपूर्ति श्रृंखला में स्टोकास्टिक मांग के साथ प्रस्तावित स्थान और आबंटन का अध्ययन किया। रामकुमार, आदि (2011) ने इरेट्रम को "बंद लूप आपूर्ति श्रृंखला प्रतिदर्श को हल करने के लिए एक जेनेटिक एल्गोरिथ्म दृष्टिकोण" प्रस्तावित किया।

चांगदार आदि (2015) ने अस्फुट वातावरण में बाधित नापसंद समस्या को हल करने के लिए एक बेहतर अनुवांशिक एल्गोरिथ्म आधारित दृष्टिकोण प्रदान किया है। जियांग आदि (2015) ने मल्टी-यूनिट निकाय के लिए रखरखाव निवारक और सूची नीतियों के संयुक्त इष्टतमन को छोड़कर बिगड़ती स्पेयर पार्ट सामग्री सूची है का विवेचन किया। डे आदि (2008) ने मुद्रास्फीति और धन के समय-मूल्य के तहत परिमित समय क्षितिज पर गतिशील मांग और अंतराल मूल्यवान लीड - समय के साथ दो भंडारण सामग्री सूची समस्या का प्रस्ताव दिया। जवाहर और बालाजी (2012) ने जेनेटिक एल्गोरिथ्म आधारित बहु-अवधि निश्चित चार्ज वितरण समस्या के लिए ह्युरिस्टिक विधि आधारित एक सुझाव दिया। यादव आदि (2016a) ने परिवर्तनीय होल्डिंग लागत, समय-आधारित मांग और कमी के साथ बिगड़ती वस्तुओं के लिए एक सहकारी, दो - गोदाम सूची मॉडल का प्रस्ताव दिया। वेबुल बंटन में गिरावट के लिए रैंप टाइप डिमांड और आंशिक बैक-ऑर्डरिंग के साथ एक समान मॉडल, दो गोदाम सामग्री सूची प्रतिदर्श पर विचार किया गया। मुद्रास्फीति और जेनेटिक एल्गोरिथ्म के तहत होल्डिंग लागत वाले बिगड़ती वस्तुओं के लिए एक दो भंडारण प्रतिदर्श को प्रस्तुत किया। सिंह आदि (2016 a,b) ने कण झुंड इष्टतमता के तहत होल्डिंग लागत वाले बिगड़ती वस्तुओं के लिए दो-गोदाम प्रतिदर्श का प्रस्ताव दिया। मुद्रास्फीति और सॉफ्ट कंप्यूटिंग तकनीकों के तहत होल्डिंग लागत वाले बिगड़ती वस्तुओं के लिए दो-गोदाम प्रतिदर्श पर एक समान मॉडल पर विचार किया गया। यादव आदि (2016b) ने जेनेटिक एल्गोरिथ्म का उपयोग करते हुए दो-गोदाम वाले इलेक्ट्रॉनिक घटक सूची प्रतिदर्श और बिगड़ने वाले आइटमों के लिए एक बहु लक्ष्य इष्टतमीकरण का विश्लेषण किया। शर्मा आदि (2016) ने दो स्टोरेज प्रबंधन के तहत भुगतान में सशर्त रूप से अनुमत देरी के साथ अ-त्वरित बिगड़ने वाले आइटमों के लिए एक इष्टतम आदेश नीति पर ध्यान केंद्रित किया। यादव आदि (2016c) ने सूची नियंत्रण में आपूर्ति श्रृंखला प्रबंधन के साथ गोदाम के लिए जेनेटिक एल्गोरिथ्म और कण झुंड इष्टतमीकरण के विश्लेषण का कार्य किया।

### 3. तंत्रिका नेटवर्क का उपयोग कर पूर्वानुमान विश्लेषण

प्रस्तावित विधि आवश्यक सूची नियंत्रण की आवश्यकता वाले स्टॉक स्तर का अध्ययन करने के लिए तंत्रिका नेटवर्क का उपयोग करती है। यह कार्य पूर्व-आवश्यकता है जो किसी प्रकार का सामग्री सूची नियंत्रण प्रभावी बनाएगा। इस उद्देश्य के लिए, हम सहायता के रूप में के-माध्य गुच्छन का उपयोग कर रहे हैं। व्यावहारिक रूप से, आपूर्ति श्रृंखला लंबाई  $N$  है, जिसका मतलब है रासायनिक उद्योग की आपूर्ति श्रृंखला में रासायनिक वस्तुओं का कारखाना, रासायनिक उद्योग सामग्री का गोदाम, रासायनिक उद्योग के वितरण केंद्र, रासायनिक उद्योग के आपूर्तिकर्ता, रासायनिक उद्योग के सदस्य इत्यादि। उदाहरण के लिए, यहां हम चार चरण

आपूर्ति श्रृंखला का उपयोग करने जा रहे हैं, जो चित्र 1 में दिखाया गया है। हमारी अनुकरणीय आपूर्ति श्रृंखला में रासायनिक उद्योग का कारखाना, रासायनिक उद्योग का गोदाम, रासायनिक उद्योग का वितरण केंद्र और रासायनिक उद्योग के सदस्य शामिल हैं। आपूर्ति श्रृंखला में हमने माना है कि, कारखाना भारी स्टॉक होल्डिंग क्षेत्र है जहां रासायनिक उद्योग के गोदाम की आवश्यकता के अनुसार स्टॉक रासायनिक उद्योग का निर्माण होता है। रासायनिक उद्योग का गोदाम भारी स्टॉक होल्डिंग क्षेत्र है, जहां रासायनिक उद्योग के वितरण केंद्र के अनुसार स्टॉक रासायनिक उद्योग का निर्माण होता है। फिर रासायनिक उद्योग का वितरण केंद्र रासायनिक उद्योग के सदस्यों के लिए आपूर्ति की जाने वाले स्टॉक का खयाल रखेगा। जैसा कि पहले चर्चा की गई थी, हमारे दृष्टिकोण की ज़िम्मेदारी पिछले अभिलेख का उपयोग करके इष्टतम स्टॉक स्तर की भविष्यवाणी करना है। इस भविष्यवाणी स्टॉक स्तर का उपयोग करके स्टॉक की कोई अतिरिक्त मात्रा नहीं होगी और किसी भी कमी के लिए कम साधन भी होंगे। इसलिए यह कहा जा सकता है कि हमारा दृष्टिकोण अंतिम स्टॉक स्तर की मात्रा देता है, इसे रासायनिक उद्योग की चार आपूर्ति श्रृंखला, रासायनिक उद्योग का कारखाना, (i) रासायनिक उद्योग का गोदाम, (ii) रासायनिक उद्योग का वितरण केंद्र और उद्योग के सदस्यों में आयोजित किया जाना चाहिए।



**चित्र 1. रासायनिक उद्योग के चार चरण आपूर्ति श्रृंखला**

प्रस्तावित पद्धति में हम इष्टतम मूल्य खोजने के लिए तंत्रिका नेटवर्क का उपयोग कर रहे हैं। इस पद्धति के संचालन का प्रवाह स्पष्ट रूप से चित्र में दिखाया गया है, जो इष्टतमीकरण विश्लेषण के लिए प्रयुक्त चरणों को दर्शाता है। प्रारंभ में अधिक मात्रा में स्टॉक स्तर की मात्रा और रासायनिक उद्योग योगदानकर्ताओं की विभिन्न आपूर्ति श्रृंखला में कमी की मात्रा में शून्य या शून्येतर मानों का प्रतिनिधित्व किया जाता है। शून्य का अर्थ है कि योगदानकर्ता को रासायनिक उद्योग को कोई सामग्री सूची नियंत्रण की आवश्यकता नहीं होती है, जबकि गैर-शून्य डेटा को रासायनिक उद्योग की सूची नियंत्रण की आवश्यकता होती है। शून्येतर डेटा,

स्टॉक की अतिरिक्त मात्रा के साथ-साथ कमी राशि दोनों को बताता है। अतिरिक्त राशि को सकारात्मक मूल्य के रूप में दिया जाता है और कमी राशि को ऋणात्मक मूल्य के रूप में वर्णित किया जाता है। पहली प्रक्रिया को गुच्छन (क्लस्टर) कहते हैं जो स्टॉक स्तरों को गुच्छित करता है, जो या तो अधिक या कमी में हैं और स्टॉक स्तर जो न तो अतिरिक्त हैं और न ही कम से कम कमी में हैं। यह शून्य और शून्येतर मानों को क्लस्टर करके किया जाता है। इस उद्देश्य के लिए हम कुशल तंत्रिका नेटवर्क का उपयोग कर रहे हैं। तंत्रिका नेटवर्क की प्रक्रिया के बाद, काम हमारे कार्य के दिल अर्थात् तंत्रिका नेटवर्क पर अपनी कार्यवाही शुरू करता है।

#### 4. कार्यान्वयन परिणाम

हमने MATLAB में इष्टतम सूची नियंत्रण के लिए तंत्रिका नेटवर्क के आधार पर विश्लेषण लागू किया है। जैसा कि कहा गया है, हमारे पास रासायनिक उद्योग के सदस्य के प्रत्येक रासायनिक उद्योग आपूर्ति श्रृंखला में रासायनिक और उद्योग के साथ-साथ कच्चे माल के लीड समय की प्रत्येक आपूर्ति श्रृंखला को भरने के लिए उत्पाद स्टॉक स्तर के प्रमुख समय में अतिरिक्त और कमी स्टॉक स्तर के बारे में विस्तृत जानकारी है। इस जानकारी वाले नमूना डेटा को तालिका 1 में दिया गया है-

तालिका 1: रासायनिक उद्योग के रासायनिक उद्योग आपूर्ति श्रृंखला के प्रत्येक सदस्य में अपने स्टॉक स्तर के साथ एक नमूना डेटा सेट किया गया

टी आई	एफ.आई.आई.	डब्ल्यूसीआई	डीसीआई	एसीआई
1	74	64	54	40
2	78	68	55	45
3	72	67	52	41
4	79	61	58	42
5	75	62	51	48
6	72	63	59	43
7	76	69	57	44
8	71	67	53	49
9	76	62	56	47
10	73	61	50	46

तालिका 2: डेटाबेस से नमूना डेटा जिसमें स्टॉक के लिए अग्रणी समय है

टी आई	एफ.आई.आई.	डब्ल्यूसीआई	डीसीआई	एसीआई
1	71	69	54	45
2	72	68	55	46

3	73	67	54	47
4	74	66	56	48
5	75	65	53	49
6	76	64	57	40
7	77	63	52	41
8	78	62	58	42
9	79	61	51	43
10	70	60	59	44

तालिका 2 में नमूना डेटा दर्शाया गया है जिसमें परिवहन आईडी और स्टॉक के लिए अग्रणी समय हैं। रासायनिक उद्योग के चार सदस्य के रासायनिक उद्योग आपूर्ति श्रृंखला के लिए, तीन अग्रणी समय प्राप्त किए जा सकते हैं।

टी 2 एफ.आई.आई. से डब्ल्यूसीआई तक उत्पाद की गतिविधियों के लिए अग्रणी समय है;  
टी 3 डब्ल्यूसीआई से डीसीआई तक उत्पाद की गतिविधियों के लिए अग्रणी समय है;  
टी 4 डीसीआई से एसीआई तक उत्पाद की गतिविधियों के लिए अग्रणी समय है;

**तालिका 3: प्रारंभिक यादृच्छिक व्यक्तियों**

टी आई	एफ.आई.आई.	डब्ल्यूसीआई	डीसीआई	एसीआई
1	12	-24	35	12
2	15	21	31	-23

तंत्रिका नेटवर्क आधारित विश्लेषण के लिए, हमें यादृच्छिक व्यक्तियों को उत्पाद आईडी का प्रतिनिधित्व करने वाले 17 कणों और रासायनिक उद्योग के सदस्यों के साथ रासायनिक उद्योग आपूर्ति श्रृंखला का उत्पादन करना होगा। तालिका 3, दो यादृच्छिक व्यक्तियों का वर्णन करती है।

इसी तरह, तालिका 4 यादृच्छिक वेग का प्रतिनिधित्व करता है जो व्यक्ति के प्रत्येक कण से मेल खाती हैं।

**तालिका 4: व्यक्ति के प्रत्येक कण के अनुरूप प्रारंभिक यादृच्छिक वेग**

टी आई	एफ.आई.आई.	डब्ल्यूसीआई	डीसीआई	एसीआई
1	0.12	0.15	0.12	0.14
2	0.21	0.24	0.25	0.23

ऊपर उल्लिखित अभिसरण मानदंडों को पूरा करने के बाद प्राप्त अंतिम व्यक्ति डेटाबेस तालिका 5 में दिया गया है-

**तालिका 5: अंतिम व्यक्ति का डेटाबेस प्रारूप**

टी आई	एफ.आई.आई.	डब्ल्यूसीआई	डीसीआई	एसीआई
1	12	-18	-23	23

इस प्रकार प्राप्त अंतिम व्यक्ति रासायनिक उद्योग सूची इष्टतमता के रासायनिक उद्योग आपूर्ति श्रृंखला के लिए आवश्यक जानकारी प्रदान करने वाले सात सदस्यों में से प्रत्येक में एक उत्पाद आईडी और अतिरिक्त या कमी स्टॉक स्तर का प्रतिनिधित्व करता है।

### 5. औद्योगिक विकास और पर्यावरण पर इसका प्रभाव

प्रौद्योगिकी के असाधारण विकास ने वस्तुओं का उत्पादन करने और जीवन के स्तर को बढ़ाने के लिए हमारी क्षमता में वृद्धि की है। हालांकि, इसने पर्यावरण प्रदूषण जैसे माध्यमिक कार्यक्रम उत्पन्न किए हैं। जीवन की गुणवत्ता में गिरावट का असर प्रभावित हुआ है। नई तकनीक द्वारा उत्पादित जीवन की गुणवत्ता में वृद्धि ने पर्यावरण पर अपने नकारात्मक प्रभावों को प्रभावित किया है। हाल ही में हालांकि, कुछ संदेह हैं कि जीवन की गुणवत्ता में सुधार करने के लिए प्रौद्योगिकी के आगे के विकास की गारंटी दी जाएगी। यह देखा जा रहा है कि उत्पादकता में वृद्धि न केवल कच्ची सामग्री में गिरावट को बढ़ाती है बल्कि अपशिष्ट के निर्वहन के कारण पर्यावरण को भी प्रभावित करती है। एक तरफ, पर्यावरण ऊर्जा और सामग्रियों का स्रोत है, जो मानव जरूरतों को पूरा करने के लिए माल और सेवाओं में परिवर्तित हो जाते हैं; दूसरी ओर, यह उत्पादकों और उपभोक्ताओं द्वारा उत्पन्न अपशिष्ट और उत्सर्जन के लिए एक सिंक है।

जीवन में उपयोग किए जाने वाले रासायनिक उत्पादों की संख्या और विविधता तेजी से बढ़ रही है। उनके निर्माण के लिए, कभी-कभी नए रसायनों का उपयोग किया जाता है, जिनके अज्ञात या हानिकारक स्वास्थ्य प्रभाव होते हैं। इसमें कोई संदेह नहीं है कि इन रसायनों से, समाज को बहुत लाभ मिला है, लेकिन वे अपने उत्पादन के दौरान उत्पन्न अपशिष्ट के माध्यम से संभावित खतरे लाए हैं। लाखों टन विषाक्त या अन्यथा खतरनाक पदार्थ हर साल पर्यावरण में प्रवेश करते हैं।

समस्या की सबसे चिंताजनक विशेषताओं में से एक यह है कि रसायनों के संपर्क के दीर्घकालिक परिणामों के बारे में बहुत कम जान है। अब हम जानते हैं कि इनमें से कुछ रसायन कैंसर का कारण हो सकता है, शहरी बच्चों में विकृतियां, और उत्परिवर्ती परिवर्तन हो सकते हैं। कई अन्य रसायनों के समान प्रभाव होने की संभावना है, लेकिन उन्हें दिखाने के लिए समय लगता है और उनके कारणों को इंगित करना मुश्किल होता है। हम अभी भी नहीं जानते कि कौन

खतरनाक है। जब रासायनिक उत्पाद पर्यावरण में होते हैं, तो ये रसायन फैलते हैं और बहुत जटिल रूप से फैलते हैं और उन्हें अन्य पदार्थों में परिवर्तित किया जा सकता है जिनके विभिन्न प्रभाव होते हैं।

रसायनों से होने वाले खतरों का एक आम उदाहरण कीटनाशकों के उपयोग के इतिहास से देखा जा सकता है। बाजार में एक नई कीटनाशक की शुरुआत 2-3 साल के शोध के बाद तब लागू की जाती है अगर जब यह मानव स्वास्थ्य पर हानिकारक प्रभाव नहीं दिखाती है। इस तरह की एक छोटी शोध अवधि के बाद, यह समझना मुश्किल है कि रासायनिक उत्पादों और/या कैंसरजन्य गुण है या नहीं। अक्सर जिस आधार पर रासायनिक निर्णय किया जाता है वह व्यक्तिपरक और विवादास्पद है। प्रौद्योगिकी के विकास के लिए, इसके सभी परिणामों के लिए, हमारे अस्तित्व को धनी और अधिक सार्थक बनाकर जीवन की गुणवत्ता में सुधार हुआ है। इस अर्थ में तकनीक पर्यावरण विरोधी नहीं रही है। हालांकि, कुछ संदेह उठते हैं कि यह होगा या नहीं। हम एक मंच पर हैं जहां यह स्पष्ट नहीं है कि प्रौद्योगिकी के आगे विकास वास्तव में जीवन की गुणवत्ता में सुधार करेगा या यह पर्यावरण को खराब करके इसे बर्बाद कर देगा। अब यह जात है कि विश्व प्रदूषण कुछ हिस्सों में पारिस्थितिक आपदा के करीब एक स्तर तक पहुंच गया है।

भारतीय रसायन उद्योग विकासशील देशों में सबसे बड़ा और सबसे उन्नत है। भारतीय रसायन उद्योग में पेट्रोलियम उत्पाद, पॉलिमर, उर्वरक, रंग, दवाएं और फार्मास्यूटिकल्स, कीटनाशकों, खाद्य और औद्योगिक तेल, सिंथेटिक पेंट, स्याही और कई विशेष कार्बनिक और अकार्बनिक रसायन शामिल हैं। भारतीय रासायनिक उद्योग के प्रमुख हिस्सों में कपड़ा और दवा उद्योग शामिल हैं।

## 6. निष्कर्ष

तंत्रिका नेटवर्क का उपयोग करके पर्यावरणीय सहयोग और स्थायित्व प्रदर्शन के लिए रासायनिक उद्योग की आपूर्ति श्रृंखला प्रबंधन रासायनिक उद्योग का एक महत्वपूर्ण घटक आपूर्ति श्रृंखला सूची प्रबंधन है। पर्यावरण सहयोग के लिए रासायनिक उद्योग के आपूर्ति श्रृंखला प्रबंधन में सूची इष्टतमता करने के लिए तंत्रिका नेटवर्क पर आधारित श्रेष्ठ और कुशल दृष्टिकोण प्रदान किया गया है। हम पर्यावरणीय सहयोग के लिए रासायनिक उद्योग के आपूर्ति श्रृंखला प्रबंधन में सूची इष्टतमता के लिए आवश्यक इष्टतम स्टॉक स्तर और कमी स्तर की भविष्यवाणी करने में जटिलता को विशेष रूप से निर्धारित करने पर भी ध्यान केंद्रित किया है, ताकि रासायनिक उद्योग लागत की कुल रासायनिक उद्योग आपूर्ति श्रृंखला सूची प्रबंधन को कम किया जा सके। हमने इष्टतमीकरण के लिए पर्यावरण सहयोग अध्ययन मॉडल के लिए रासायनिक उद्योग के रासायनिक उद्योग आपूर्ति श्रृंखला पर अपनी विधियों को लागू किया है। प्रस्तावित विधि लागू की गई और MATLAB का उपयोग करके इसका प्रदर्शन मूल्यांकन किया गया है।

## संदर्भ

1. Changdar C, Mahapatra GS, Pal RK (2015) An improved genetic algorithm based approach to solve constrained knapsack problem in fuzzy environment, *Expert Systems with Applications* 42(4):2276-2286.
2. Che ZH, Chiang CJ (2010) A modified Pareto genetic algorithm for multi-objective build-to-order Supply Chain planning with product assembly, *Advances in Engineering Software* 41(7-8):1011-1022.
3. Dey JK, Mondal SK, Maiti M, (2008) Two storage inventory problem with dynamic demand and interval valued lead-time over finite time horizon under inflation and time-value of money. *European Journal of Operational Research* 185(1):170-194.
4. Jawahar N, Balaji AN (2009) A genetic algorithm for the two-stage Supply Chain distribution problem associated with a fixed charge. *European Journal of Operational Research* 194(2):496-537.
5. Jawahar N, Balaji AN (2012) A genetic algorithm based heuristic to the multi-period fixed charge distribution problem. *Applied Soft Computing* 12(2):682-699.
6. Jiang Y, Chen M, Zhou D (2015) Joint optimization of preventive maintenance and inventory policies for multi-unit systems subject to deteriorating spare part inventory. *Journal of Manufacturing Systems* 35:191-205.
7. Kannan G, Sasikumar P, Devika K (2010) A genetic algorithm approach for solving a closed loop Supply Chain model: A case of battery recycling, *Applied Mathematical Modelling* 34(3):655-670.
8. Narmadha S, Selladurai V, Sathish G (2010) Multi-Product Inventory Optimization using Uniform Crossover Genetic Algorithm, *International Journal of Computer Science and Information Security* 7(1):170-179.
9. Radhakrishnan P, Prasad VM, Gopalan MR (2009) Inventory Optimization in Supply Chain management of chemical industry using Genetic Algorithm, *International Journal of Computer Science and Network Security* 9(1):33-40.
10. Ramkumar N, Subramanian P, Narendran TT, Ganesh K (2011) Erratum to "A genetic algorithm approach for solving a closed loop Supply Chain

model: A case of battery recycling”, Applied Mathematical Modelling 35(12):5921-5932.

11. Sharma S, Yadav AS, Swami A (2016) An optimal ordering policy for non-instantaneous deteriorating items with conditionally permissible delay in payment under two storage management, International Journal of Computer Applications 140(4):16-25.
12. Singh RK, Yadav AS, Swami A, (2016a) A two-warehouse model for deteriorating items with holding cost under particle swarm optimization, International Journal of Advanced Engineering, Management and Science (IJAEMS) 2(6):858-864.
13. Singh RK, Yadav AS, Swami A (2016b) A two-warehouse model for deteriorating items with holding cost under inflation and soft computing techniques, International Journal of Advanced Engineering, Management and Science (IJAEMS) 2(6):869-876.
14. Singh SR, Kumar T (2011) Inventory optimization in efficient supply chain management of chemical industry, International Journal of Computer Applications in Engineering Sciences 1(4):428-434.
15. Yadav AS, Sharma P, Swami A (2016c) Analysis of genetic algorithm and particle swarm optimization for warehouse with supply chain management of chemical industry in inventory control, International Journal of Computer Applications 154(5):10-17.
16. Yadav AS, Swami A, Singh RK (2016b) A two-storage model for deteriorating items with holding cost under inflation and Genetic Algorithms International Journal of Advanced Engineering, Management and Science (IJAEMS) 2(4):251-258.
17. Yadav AS, Swami A, Kumar S, Singh RK (2016a) Two-warehouse inventory model for deteriorating items with variable holding cost, time-dependent demand and shortages, Journal of Mathematics (IOSR-JM) 12(2):47-53.
18. Yimer AD, Demirli K (2010) A genetic approach to two-phase optimization of dynamic Supply Chain scheduling, Computers & Industrial Engineering 58(3):411-422.

19. Zhang H, Deng Y, Chan FTS, Zhang X (2013) A modified multi-criterion optimization genetic algorithm for order distribution in collaborative, Supply Chain Applied Mathematical Modelling 37(14-15):7855-7864.

## गार्डनिया से यौगिकों के निष्कर्षण की समस्या को व्हेल इष्टतमीकरण कलन विधि से समाधान

अमरजीत सिंह

गणित विभाग, जानकी देवी मेमोरियल कॉलेज, नई  
दिल्ली

ई-मेल : amarjeetiitr@gmail.com

वनिता गर्ग

आईटीएस इंजीनियरिंग कॉलेज,  
46, नॉलेज पार्क III, ग्रेटर नॉएडा

ई-मेल : vanitagarg16@gmail.com

### सार

पिछले कुछ वर्षों से, प्रकृति से प्रेरित इष्टतमीकरण तकनीकें वास्तविक जीवन की समस्याओं को हल करने में बहुत महत्वपूर्ण भूमिका निभा रही हैं। इन एल्गोरिथ्मों की विशेषता यह है कि ये उन समस्याओं को भी हल करने में सक्षम हैं जिन्हें परंपरागत तरीकों से हल नहीं किया जा सकता है। चिकित्सा के क्षेत्र में गार्डनिया से विभिन्न औषधियों के यौगिकों के निष्कर्षण की समस्या एक बहुत महत्वपूर्ण समस्या है। इस शोध-पत्र में व्हेल इष्टतमीकरण कलन विधि की कार्यप्रणाली पर चर्चा की गई है तथा गार्डनिया से यौगिकों के निष्कर्षण की समस्या को व्हेल इष्टतमीकरण कलन विधि से हल किया गया है।

### 1. प्रस्तावना

ब्रह्माण्ड के अपने कुछ नियम हैं, जिनका पालन ब्रह्माण्ड तथा उसमें रहने वाले सभी जीव जन्तु करते हैं। ब्रह्माण्ड के इन नियमों को समझने के लिए मनुष्यों ने जिस भाषा को बनाया है उसे विज्ञान कहते हैं। कार्य क्षेत्र की दृष्टि से देखते हुए विज्ञान को कई भागों में वर्गीकृत किया गया है। जैसे भौतिक विज्ञान, रसायन विज्ञान, गणितीय विज्ञान इत्यादि। गणितीय विज्ञान, विज्ञान की वह शाखा है जिसमें इन नियमों का गणितीय निदर्श बनाकर इन्हें गणितीय सिद्धांतों द्वारा हल किया जाता है। इन हलों के द्वारा इन नियमों की व्याख्या की जाती है। इष्टतमीकरण विज्ञान की वह शाखा है जिसमें उद्देश्य फलन, जो कुछ चरों पर निर्भर करता है, का मान सबसे कम या सबसे अधिक कब होगा इसका अध्ययन किया जाता है। यह उद्देश्य फलन अधिकतर किसी वास्तविक समस्या का गणितीय निदर्श होता है, जैसे यदि कोई व्यक्ति अपनी चल सम्पत्ति को एक से अधिक व्यवसायों में इस प्रकार निवेश करता है कि कुल लाभ अधिक से अधिक हो या कोई व्यक्ति एक स्थान से दूसरे स्थान पर जाने के लिए मार्गों का चयन इस प्रकार करता है कि कुल लगने वाला समय कम से कम हो तो यह इष्टतमीकरण की समस्या है। इस प्रकार की समस्याओं को इष्टतमीकरण की विधियों द्वारा हल किया जाता है।

साहित्य में इष्टतमीकरण की बहुत सी विधियाँ उपलब्ध हैं परन्तु इनमें से कोई भी विधि सभी समस्याओं को हल नहीं कर सकती। अतः समस्याओं की प्रकृति के अनुसार ही विधियों का चयन किया जाता है। साहित्य में अभी भी कुछ जटिल समस्याएं उपलब्ध हैं जिनका अभी भी किसी विधि से यथार्थ हल नहीं निकल पाया है। अतः ऐसी स्थिति में नयी विधियों का आविष्कार किया जाता है जिनसे इन जटिल समस्याओं का यथार्थ या पहले से अधिक शुद्ध हल निकाला जा सके।

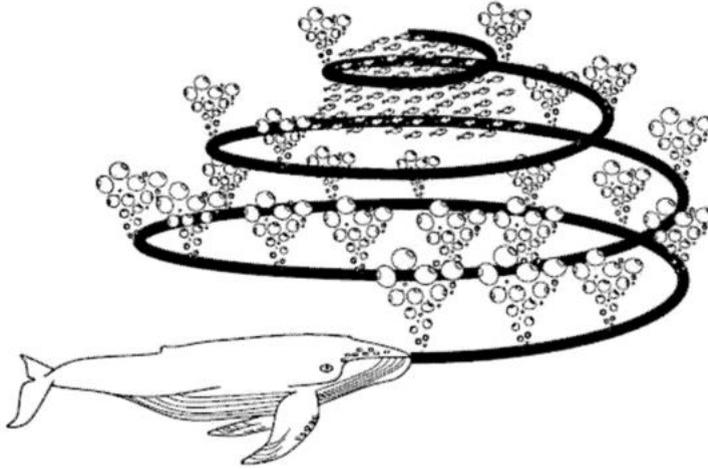
**तालिका 1: प्रकृति से प्रेरित विधियाँ तथा उनके प्रेरणा स्रोत**

प्रकृति से प्रेरित कलन विधि	प्रेरणा स्रोत
जेनेटिक एल्गोरिथ्म [1]	डार्विन के विकास का सिद्धांत
पार्टिकल स्वार्म इष्टतमता [2]	पक्षियों का एकत्र होना या मछली झुंड का सामाजिक व्यवहार
ग्रेविटेशनल सर्च एल्गोरिथ्म[3]	गुरुत्वाकर्षण का नियम
ग्लोवॉर्म स्वार्म इष्टतमता [4]	प्रकाश के कीड़े के व्यवहार को अनुकरण करना
व्हेल ऑप्टिमाइज़ेशन एल्गोरिथ्म [5]	हंपबैक व्हेल के भोजन के लिये घूमने के व्यवहार से प्रेरणा

पिछले कुछ समय से प्रकृति से प्रेरित होकर कुछ विधियों का आविष्कार किया गया है जिनमें जेनेटिक एल्गोरिथ्म, कण झुंड (पार्टिकल स्वार्म) इष्टतमता, व्हेल इष्टतमता इत्यादि प्रमुख हैं। तालिका 1 में कुछ प्रकृति से प्रेरित विधियों को तथा उनके प्रेरणा स्रोत को दर्शाया गया है। इन सभी विधियों में प्रतिनिधियों की एक जनसँख्या को खोज के स्थान पर यादृच्छिक रूप से रखा जाता है। जिन स्थानों पर प्रतिनिधियों को रखा गया है उन सभी स्थानों पर उद्देश्य फलन का आकलन किया जाता है। इन सभी फलन मानों की आपस में तुलना करके सबसे अच्छे मान वाले प्रतिनिधि का चयन किया जाता है। जनसँख्या में उपस्थित, सबसे अच्छा प्रतिनिधि बाकी सभी प्रतिनिधियों को एक प्रक्रिया, जो विधियों के द्वारा निर्धारित की जाती है, के द्वारा अपनी तरफ आकर्षित करता है जिसके कारण बाकी सभी प्रतिनिधि अपने स्थान से कुछ दूरी पर स्थानांतरित हो जाते हैं। यह दूरी सभी प्रतिनिधियों के लिये अलग-अलग होती है जिसको एक समीकरण द्वारा निर्धारित किया जाता है। इस प्रकार एक नयी विस्थापित जनसँख्या, जिसकी संख्या पहली जनसँख्या के बराबर होती है, मिल जाती है। नयी जनसँख्या के सभी प्रतिनिधियों का मान फिर से उद्देश्य फलन से ज्ञात करके सबसे अच्छा प्रतिनिधि चयन करते हैं। यह प्रक्रिया तब तक चलती है जब तक विधि के समापन की स्थिति नहीं मिल जाती है।

## 2. व्हेल इष्टतमीकरण कलन विधि

मिर्जलीली और लुईस [5] ने व्हेल ऑप्टिमाइज़ेशन एल्गोरिथ्म (WOA) को 2016 में प्रस्तावित किया। यह हंपबैक व्हेल के भोजन के लिये घूमने के व्यवहार से प्रेरित है। हंपबैक व्हेल के भोजन ढूढ़ने की इस विधि को बबल-नेट फीडिंग विधि द्वारा जाना जाता है। इस तंत्र में एक विशेष प्रकार के बुलबुले, जैसा कि चित्र 1 में दिखाए गए हैं चक्र या '9' के आकार वाले पथ के अनुसार बनाए जाते हैं। गोल्डबोजेन आदि [6] ने हंपबैक व्हेल के भोजन के लिये घूमने वाले व्यवहार की जांच करने के लिए टैग सेंसर का उपयोग किया जिसमें उन्होंने दो दाव-पेंच को पाया (i) घुमावदार पथ से ऊपर आना: हंपबैक व्हेल पहले लगभग 12 मीटर नीचे कूदते हैं और उसके बाद शिकार के चारों ओर घुमावदार आकार में तैरते हुए सतह की ओर आते हैं। (ii) दोहरे-लूप: इसमें तीन अलग-अलग चरणों को शामिल किया गया है: मूंगा लूप, लूटेल, और कैप्चर लूप। अधिक जानकारी [6] से प्राप्त की जा सकती है।



चित्र 1: बबल-नेट फीडिंग विधि [5]

हंपबैक व्हेल भोजन ढूढ़ने के दौरान तीन युक्तियों यानी शिकार की खोज करना, शिकार की घेराबंदी करना और बबल-नेट फीडिंग विधि द्वारा हमला करना, का उपयोग करते हैं। शिकार की तलाश में हंपबैक व्हेल एक-दूसरे की स्थिति के अनुसार खोज करते हैं और नए समाधानों को यादृच्छिक रूप से खोजते हैं। शिकार की घेराबंदी में हंपबैक व्हेल शिकार के क्षेत्र को समझते हैं और उन्हें घेरने के बाद शिकार के स्थान को पहचानते हैं। चूंकि खोज स्थान में इष्टतम समाधान की स्थिति के बारे में कोई प्राथमिक जानकारी नहीं है, इसलिए WOA वर्तमान जनसंख्या में सर्वोत्तम समाधान को लक्ष्य या इष्टतम के करीब मानता है। इसे परिभाषित करने के बाद, अन्य खोज प्रतिनिधि सर्वोत्तम खोज प्रतिनिधि की ओर अपनी स्थिति का नवीनीकरण करते हैं। बबल-नेट फीडिंग विधि में हंपबैक व्हेल शिकार के चारों ओर एक सिकुड़ने वाले घुमावदार घेरे के आकार के पथ पर तैरते हैं।

व्हेल इष्टतमीकरण कलन विधि की कार्यप्रणाली निम्न प्रकार है :

माना जनसंख्या का आकार  $N$  है और पुनरावृत्तियों की अधिकतम संख्या  $T$  है। कलन विधि में दो प्राचल  $a$  और  $b$  हैं। जैसे-जैसे पुनरावृत्ति 1 से  $T$  तक बढ़ती है वैसे-वैसे प्राचल  $a$ , 2 से 0 तक रैखिक रूप से घटता है और प्राचल  $b$ , -1 से -2 तक घटता है। फिर गुणांक  $A_i, C_i$  और एक यादृच्छिक संख्या  $l_i$  का मूल्यांकन प्रतिनिधि  $i$  के लिए निम्नानुसार किया जाता है :

$$\begin{aligned} A_i &= a(2r_1 - 1) \\ C_i &= 2r_2 \\ l_i &= (b-1)r_3 + 1 \end{aligned} \quad \dots(1)$$

यहाँ  $r_1, r_2$  और  $r_3$  तीन 0 से 1 के बीच समान रूप से वितरित यादृच्छिक युक्तियाँ हैं। फिर एक यादृच्छिक संख्या  $p_r$  उत्पन्न की जाती है; यदि  $p_r < 0.5$  और  $|A_i| \geq 1$  तब  $i$  वां प्रतिनिधि अपना  $d$  वां घटक यानी  $x_i^d(t+1)$  निम्नलिखित समीकरणों द्वारा यादृच्छिक प्रतिनिधि की सहायता से नवीनीकरण करता है।

$$D_i^d = |C_i \cdot x_{rand}^d(t) - x_i^d(t)| \quad \dots(2)$$

$$x_i^d(t+1) = x_{rand}^d(t) - A_i \cdot D_i^d \quad \dots(3)$$

यहाँ  $x_{rand}^d(t)$  वर्तमान जनसंख्या से चुने गए एक यादृच्छिक प्रतिनिधि की स्थिति का  $d$  वाँ घटक है। यदि  $p_r < 0.5$  और  $|A_i| < 1$  तब  $i$  वाँ प्रतिनिधि अपना  $d$  वाँ घटक यानी  $x_i^d(t+1)$  निम्नलिखित समीकरणों द्वारा  $x_{best}^d$  प्रतिनिधि की सहायता से नवीनीकरण करता है।

$$D_i^d = |C_i \cdot x_{best}^d(t) - x_i^d(t)| \quad \dots(4)$$

$$x_i^d(t+1) = x_{best}^d(t) - A_i \cdot D_i^d \quad \dots(5)$$

यदि  $p_r \geq 0.5$  तब, व्हेल की स्थिति  $x_i(t)$  और शिकार की स्थिति  $x_{best}(t)$  के बीच की दूरी  $D_i^d = |x_{best}^d(t) - x_i^d(t)|$  का मूल्यांकन किया जाता है तथा इसका उपयोग हंपबैक व्हेल द्वारा कुंडली के आकार में गति करने के लिए किया जाता है।

$$x_i^d(t+1) = D_i^d \cdot e^{bl} \cdot \cos(2\pi l_i) + x_{best}^d(t) \quad \dots(6)$$

स्थिरांक  $b$  कुंडली के आकार को नियंत्रित करता है।

### 3. गार्डनिया से यौगिकों के निष्कर्षण की समस्या का निर्माण

गार्डनिया फलों से तीन जैवसक्रिय, क्रोसिन ( $Y_1$ ), जीनिपोसाइड ( $Y_2$ ) और फेनोलिक ( $Y_3$ ) यौगिकों, को प्राप्त किया जाता है जो तीन स्वतंत्र चर, इथेनॉल की सांद्रता ( $X_1$ ), निष्कर्षण तापमान ( $X_2$ ) और निष्कर्षण समय ( $X_3$ ) से प्रभावित होते हैं। शशी, दीप और कटियार [7] ने इस समस्या के गणितीय निदर्श को अपने शोध-पत्र में प्रकाशित किया है जिसमें उन्होंने यंग आदि [8] के डेटा का उपयोग करके न्यूनतम वर्ग फिटिंग की विधि का प्रयोग करके एक अरेखीय बहु उद्देश्य इष्टतमीकरण समस्या को प्रस्तुत किया। इस शोधपत्र में उपर्युक्त समस्या को

व्हेल इष्टतमीकरण कलन विधि से हल किया गया है। उपर्युक्त समस्या का गणितीय निदर्श, जो [7,8] में उल्लेखित है, इस प्रकार है:

सूत्रीकरण में प्रत्येक प्राप्ति तीन स्वतंत्र चरों के एक फलन के रूप में होती है। ये फलन द्वितीय कोटि के बहुपद निदर्श समीकरण होते हैं जो इस प्रकार है:

$$Y_k = b_0 + \sum_{i=1}^3 b_i X_i + \sum_{i=1}^3 b_{ii} X_i^2 + \sum_{i \neq j=1}^3 b_{ij} X_i X_j \quad \dots(7)$$

जहां  $Y_k$  प्राप्ति को,  $b_0$  एक स्थिरांक को,  $b_i, b_{ii}$  और  $b_{ij}$  निदर्श के क्रमशः रैखिक, वर्गिक और संवादात्मक गुणांक को दर्शाते हैं।  $X_i$  और  $X_j$  स्वतंत्र चर हैं। प्राप्ति  $Y_1, Y_2$  और  $Y_3$  के परिणामी समीकरण निम्नानुसार हैं:

$$Y_1 = 3.8384907903 + 0.0679672610 X_1 + 0.0217802311 X_2 + 0.0376755412 X_3 - 0.0012103181 X_1^2 + 0.0000953785 X_2^2 - 0.0002819634 X_3^2 + 0.0005496524 X_1 X_2 - 0.0009032316 X_2 X_3 + 0.0008033811 X_1 X_3 \quad \dots(8)$$

$$Y_2 = 46.6564201287 + 0.6726057655 X_1 + 0.4208752507 X_2 + 0.9999909858 X_3 - 0.0161053654 X_1^2 - 0.0034210643 X_2^2 - 0.0116458859 X_3^2 + 0.0122000907 X_1 X_2 - 0.0095644212 X_2 X_3 + 0.0089464814 X_1 X_3 \quad \dots(9)$$

$$Y_3 = -6.3629169281 + 0.4060552042 X_1 + 0.3277005337 X_2 + 0.3411029105 X_3 - 0.0053585731 X_1^2 - 0.0020487593 X_2^2 - 0.0042291040 X_3^2 + 0.0017226318 X_1 X_2 - 0.0011990977 X_2 X_3 + 0.0007814998 X_1 X_3 \quad \dots(10)$$

यह समस्या एक बहु-उद्देशीय इष्टतमीकरण समस्या को दर्शाती है जिसमें तीनों प्राप्तियों को अधिकतम करने की आवश्यकता होती है।

बहुउद्देशीय समस्या इष्टतमीकरण वह समस्या है जिसमें कई उद्देश्य फलनों को एक साथ इष्टतम किया जाता है। भारत विधि बहु-उद्देश्य इष्टतमीकरण समस्याओं को संभालने की एक सरल और प्रभावी तकनीक है। इस तकनीक में उपयोगकर्ता प्रत्येक उद्देश्य फलनों के लिए अलग-अलग या समान भार परिभाषित करके इन समस्याओं को एक उद्देश्य समस्या में परिवर्तित कर देते हैं। इस शोधपत्र में सभी उपज फलनों को बराबर भार देकर समस्या को एक उद्देश्य समस्या में परिवर्तित करके इसको व्हेल इष्टतमीकरण कलन विधि से हल किया गया है। गणितीय रूप से, दिए गए प्राप्ति फलनों  $Y_1, Y_2$  और  $Y_3$  के लिए, उद्देश्य निम्न फलन को हल करना है :

$$\text{अधिकतमीकरण } g = w_1 Y_1 + w_2 Y_2 + w_3 Y_3 \quad \dots(11)$$

जहां  $w_1, w_2$  और  $w_3$  उपयोगकर्ता द्वारा दिये गये भार हैं। इस शोधपत्र में इन्हें  $w_1 = 0.33, w_2 = 0.33$  और  $w_3 = 0.34$  रखा गया है।

#### 4. अभिकलनात्मक परिणाम

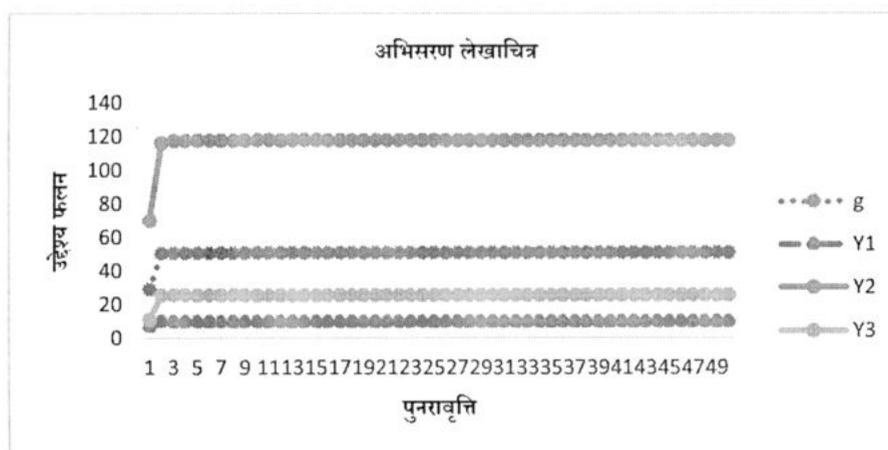
इस अनुच्छेद में व्हेल इष्टतमीकरण कलन विधि द्वारा गार्डिनिया से यौगिकों के निष्कर्षण की समस्या को हल करने पर प्राप्त संख्यात्मक परिणामों को प्रस्तुत किया गया है तथा इन परिणामों की साहित्य में उपलब्ध परिणामों से तुलना की गई है। जनसंख्या में उम्मीदवार की

संख्या को 30 रखकर अधिकतम 100 पुनरावृत्तियों तक कलन विधि को चलाया गया है। 30 स्वतंत्र प्रयोगों के आधार पर प्राप्त परिणामों को तालिका 2 तथा चित्र 2 में दिखाया गया है। इन प्रयोगों को करने में प्रयुक्त संगणक का विन्यास इस प्रकार है: इंटेल (आर) कोर (टीएम) आई 3-2350 एम सीपीयू @ 2.30 गीगाहर्ट्ज़, रैम: 4.00 गीगा बाइट, परिचालन तंत्र: विंडो 10, एकीकृत विकास पर्यावरण: मेटलेब 2013।  $X_1, X_2$  और  $X_3$  को 0 से 100 के बीच खोजा गया है।

**तालिका 2: विभिन्न कलन विधि द्वारा प्राप्त उपज**

कलन विधि/ उपज	क्रोसिन ( $Y_1$ ),	जीनिपोसाइड ( $Y_2$ )	फेनोलिक ( $Y_3$ )
व्हेल इष्टतमीकरण	<b>9.6418</b>	<b>117.7906</b>	<b>25.2781</b>
डीडीएक्स-एलएलएम [7]	8.43	110.026	24.81
प्रतिक्रिया पृष्ठ विधि [8]	8.36	108.5	24.5
एलएक्स-बीबीओ[9]	9.2504	113.924	25.2279

उपर्युक्त समस्या को शशी, आदि [7] ने (डीडीएक्स-एलएलएम) से, बिन आदि [8] ने प्रतिक्रिया पृष्ठ विधि से तथा गर्ग और दीप [9] ने लाप्लासियन बिओगेओग्रफी पर आधारित इष्टतमीकरण (एलएक्स-बीबीओ) से हल किया। उनके द्वारा प्राप्त परिणामों को तालिका 2 में दर्शाया गया है। गार्डनिया से यौगिकों के निष्कर्षण की समस्या को व्हेल इष्टतमीकरण कलन विधि द्वारा हल करने पर यह निष्कर्ष निकलता है कि जब इथेनॉल की सांद्रता  $X_1 = 63.482211\%$ , निष्कर्षण तापमान  $X_2 = 100^\circ \text{C}$  और निष्कर्षण समय  $X_3 = 27.290530$  मिनट है तब प्राप्त क्रोसिन ( $Y_1 = 9.6418$ ), जीनिपोसाइड ( $Y_2 = 117.7906$ ) और फेनोलिक ( $Y_3 = 25.2781$ ) की प्राप्त मात्रा अधिकतम है। व्हेल इष्टतमीकरण कलन विधि से प्राप्त परिणामों को तालिका 2 में बोल्ड अक्षरों से दर्शाया गया है।



**चित्र 2: उद्देश्य फलन के व्यवहार का अभिसरण लेखाचित्र**

उद्देश्य फलन के व्यवहार का निरीक्षण करने के लिए पुनरावृत्ति के बीतने के साथ अभिसरण लेखाचित्र को खींचा गया है तथा उसको चित्र 2 में दिखाया गया है जिसमें क्षैतिज अक्ष पर पुनरावृत्तियों को तथा ऊर्ध्वाधर अक्ष पर उद्देश्य फलन को दिखाया गया है। लेखाचित्र से यह निष्कर्ष निकलता है कि व्हेल इष्टतमीकरण कलन विधि अपनी प्रारंभिक कुछ पुनरावृत्तियों में इष्टतमता की तरफ तेजी से अभिसरण करती है।

## 5. निष्कर्ष

इस शोध-पत्र में गार्डनिया से यौगिकों के निष्कर्षण की समस्या को व्हेल इष्टतमीकरण कलन विधि से हल किया गया है। उपर्युक्त अध्ययन से, यह निष्कर्ष निकलता है कि व्हेल इष्टतमीकरण कलन विधि इस अध्ययन में विचार किए गए अन्य परिणामों की तुलना में सबसे अधिक आशाजनक परिणाम देती है।

## संदर्भ

1. Holland JH (1992) Genetic Algorithm, Scientific American 267:66-73.
2. Kennedy J Particle (2011) Swarm Optimization, Encyclopedia of Machine Learning. Springer, Boston, MA, 760-766.
3. Rashedi J, Nezamabadi-pour H, Saryazdi S GSA (2009) A gravitational search algorithm. Information Sciences 179:2232-2248.
4. Krishnanand KN, Ghosh D (2009) Gloworm optimization optimization for simultaneous capture of multiple local optima of multimodal functions. Swarm Intelligence 3:87-124.
5. Mirjalili S, Lewis A (2016) The Whale optimization algorithm. Advances in Engineering Software 95:51-67.
6. Goldbogen JA, Friedlaender AS, Calambokidis J, Mckenna MF, Simon M, Nowacek DP (2013) Integrative approaches to the study of baleen whale diving behavior, feeding performance, and foraging ecology. Bio Science 63:90-100.
7. Shashi, Deep K, Katiyar VK (2010) Multi-Objective extraction optimization of bioactive compounds from gardenia using real coded genetic algorithm. 6th World Congress of Bio Maconics 31:1436-1466.
8. Yang B, Liu X, Gao Y (2009) Extraction optimization of bioactive compounds (crocin, geniposide and total phenolic compounds) from Gardenia (Gardenia jasminoides Ellis) fruits with response surface methodology. Innovative Food Science and Emerging Technologies 10:610-615.
9. Garg V, Deep K (2016) Optimal extraction of bioactive compounds from gardenia using laplacian biogeography based optimization, Kim J., Jim Zad. (Edited) Harmony Search algorithm Advances in Intelligent Systems and Computing, Vol. 382. Springer, Berlin, Heidelberg 251-258

## प्रकृति प्रेरित अनुकूलन पर तकनीकी संक्षिप्त समीक्षा

सानिया बहगुणा  
चंडीगढ़ विश्वविद्यालय,  
चंडीगढ़

कुसुम दीप  
गणित विभाग, आईआईटी रुड़की,  
रुड़की

अशोक पाल  
चंडीगढ़ विश्वविद्यालय  
चंडीगढ़

### सार

प्रकृति प्रेरित इष्टतमता, कलनविधि अभिकलनीय बुद्धिमत्ता के सबसे महत्वपूर्ण क्षेत्र हैं। सॉफ्ट कंप्यूटिंग और इष्टतमता सिद्धांत ने हाल ही में कई शोधकर्ताओं की रुचि को अनुप्रयुक्त हित की ओर आकर्षित किया है। इन क्षेत्रों में शोध विज्ञान, अभियांत्रिकी, उद्योग, व्यापार, अर्थशास्त्र और प्रबंधन आदि में बड़ी संख्या में वास्तविक दुनिया की अनुप्रयोग समस्याओं के लिए बुनियादी शोध विषयों की एक विस्तृत श्रृंखला को शामिल करता है। वर्तमान शोधपत्र में कलन विधि की संक्षिप्त समीक्षा इन श्रेणियों के तहत इस क्षेत्र में प्रवेश करने वाले नए शोधकर्ताओं/विद्वानों के लिए लाभप्रद मानी जाएगी। ये कलन विधि उन समस्याओं को कुशल उपकरण प्रदान करते हैं जिनको, परंपरागत और चिर प्रतिष्ठित गणितीय तरीकों का उपयोग करके, हल करना संभव नहीं है क्योंकि कलन विधि को निरंतरता, भिन्नता और उत्परिवर्तन आदि संतुष्ट होने के लिए किसी भी गणितीय स्थिति की आवश्यकता नहीं होती है। ये इष्टतमता तकनीक मेटा-ह्युरिस्टिक हैं जिसका अर्थ सरल, लचीला, व्युत्पन्न मुक्त और स्थानीय इष्टतमता ज्ञात करना है।

### 1. प्रस्तावना

इष्टतमता विकल्पों के दिए गए सेट के बीच सबसे अच्छा विकल्प चुनने का एक अधिनियम है। इष्टतमता एक ऐसी प्रक्रिया है जो सबसे बड़ा या सबसे छोटा संभव मान खोजने में सहायक है तथा अपने दायरे में रहकर समस्या का सटीक हल निकालने में योगदान देती है। इष्टतमता को परिभाषा के अपने प्रांत में प्राप्त कर सकते हैं। इस प्रांत को खोज स्थान कहा जाता है और एक फलन के इष्टतम मान (सबसे सही संभव मूल्य) को खोजने के लिए गणितीय विचारों को 'इष्टतमता तकनीक' कहा जाता है [1]। वास्तविक जीवन में आ रही समस्याओं को सुलझाना एक कठिन कार्य है पर सशक्त इष्टतमता द्वारा इन समस्याओं को सुलझाना काफी आसान हो जाता है। साथ ही साथ एनपी-हार्ड समस्याओं को भी इस तरह की इष्टतमता से हल किया जा सकता है। हालांकि एनपी हार्ड समस्याओं के लिए कोई कुशल एल्गोरिथ्म नहीं हैं पर प्रयास त्रुटि जैसी अन्य इष्टतमता विधियों से इस तरह की समस्याओं को सुलझाया जा सकता है। शोधकर्ताओं ने पुष्टि की है कि प्राकृतिक व्यवस्था प्रभावी रूप से कई जटिल इष्टतमता

समस्याओं को हल करने में सक्षम हैं जिन्हें मौजूदा निर्धारक एल्गोरिथम से सुलझाया नहीं जा सकता है। इसी कारण समस्या को सुलझाने के लिए प्राकृतिक व्यवस्था का अध्ययन शोधकर्ताओं में काफी प्रचलित है। शोधकर्ताओं ने प्राकृतिक प्रजातियों द्वारा खाद्य पदार्थ खोजने के व्यवहार और डिजाइन किए गए एल्गोरिथम का विश्लेषण किया है जिसका उपयोग कई विज्ञान और इंजीनियरिंग क्षेत्रों में संख्यात्मक इष्टतमता समस्याओं को हल करने के लिए किया जा सकता है। इन नए एल्गोरिथमों में कण झुंड इष्टतमता, कुकू सर्च एल्गोरिथम और फायरफ्लाई एल्गोरिथम जैसे कई एल्गोरिथमों ने अपनी उच्च दक्षता के कारण लोकप्रियता प्राप्त की है।

## 2. प्रेरणा के स्रोत

प्रकृति ने कई शोधकर्ताओं को कई तरीकों से प्रेरित किया है और यह प्रेरणा का एक समृद्ध स्रोत है। प्रकृति-प्रेरित एल्गोरिथम का मुख्य उद्देश्य किसी दी गई समस्या के लिए वैश्विक इष्टतम हल ढूँढना है। शोधकर्ता धीरे-धीरे ये महसूस कर रहे हैं कि प्रकृति के कई निकाय ऊपर बताई गई इष्टतमता समस्याओं का सफलतापूर्वक समाधान करने में सक्षम हैं। शोधकर्ताओं के लिए प्रकृति से प्रेरित एल्गोरिथम का लाभ यह है कि वे समस्याओं के व्यापक समुच्चय पर लागू होते हैं और उन्हें उत्परिवर्तन, निरंतरता या कार्यों की स्पष्ट परिभाषा की आवश्यकता नहीं होती और यह प्रसंमात्य खोज व्यक्ति का उपयोग करते हैं। खोज और शोषण सभी प्रकृति-प्रेरित एल्गोरिथम में दो प्रमुख कारक हैं [2]। जहां अन्वेषित में वैश्विक इष्टतमता को खोजने के लिए अन्वेषित सहायक है वहीं स्थानीय इष्टतमता की खोज के लिए शोषण लाभकारी है। किसी भी प्रकृति से प्रेरित एल्गोरिथम के लिए इन दो कारकों के बीच संतुलन बनाए रखना अनिवार्य है। सभी एल्गोरिथम को आगे चार श्रेणियों में बांटा गया है जो (ए) स्वॉर्म बुद्धिमत्ता आधारित (बी) जैव-प्रेरित (एसआई आधारित नहीं), (सी) भौतिकी और रसायन विज्ञान आधारित और (डी) अन्य है।

### (ए) स्वॉर्म बुद्धिमत्ता आधारित :

ये विधि जानवरों के सामूहिक व्यवहार से प्रेरित है। जानवर और पक्षी बहुत ही बुनियादी नियमों का पालन करते हैं, लेकिन जब कंप्यूटर विज्ञान के दृष्टिकोण से देखा जाता है तो उनके व्यवहार को एल्गोरिथम के रूप में अनुकरण किया जा सकता है और विभिन्न वास्तविक जीवन समस्याओं को हल करने के लिए इसका उपयोग किया जा सकता है। अगर समूह के अलावा नमूने को व्यक्तिगत तौर पर देखा जाए तो हमें अल्पबुद्धि प्रतीत होगा पर समूह के साथ वही नमूना एक समझदार तरीके का पालन करता दिखेगा।

समूह से संबंधित इन एजेंटों को अनजान माना जा सकता है लेकिन पूरे निकाय में कई एजेंट होते हैं जो कुछ स्वयं-संगठन प्रणाली दिखाते हैं और कुछ प्रकार की सामूहिक बुद्धि की तरह व्यवहार कर सकते हैं। वे आमतौर पर समन्वय और आत्म-संगठनात्मकता के लिए विकेन्द्रीकृत नियंत्रण का उपयोग करते हैं और इस प्रकार यह निर्धारित करने के लिए कोई केंद्रीय इकाई

नहीं है कि प्रत्येक एजेंट को कैसे व्यवहार करना चाहिए। स्वॉर्म बुद्धिमत्ता एक उभरता हुआ नया क्षेत्र है और प्रत्येक पुनरावृत्ति के दौरान आत्म-संगठनात्मकता और सीखने जैसे लाभ के कारण व्यापक रूप से स्वीकार्य और व्यापक रूप से उपयोग किया जाता है। इस शोधपत्र में हम पीएसओ, एसीओ, एबीसी इत्यादि जैसे विभिन्न झुंड आधारित इष्टतमता तकनीक के बारे में बात करेंगे।

### **(बी) जैव-प्रेरित :**

ये एल्गोरिथ्म प्रकृति-प्रेरित एल्गोरिथ्म के बहुमत का निर्माण करते हैं और वास्तव में समुच्चय सिद्धांत बिंदु से ये प्रकृति-प्रेरित एल्गोरिथ्म और स्वॉर्म-आधारित एल्गोरिथ्म के उप-समूह जैव-प्रेरित एल्गोरिथ्म के उप-समूह हैं। कई जैव-प्रेरित एल्गोरिथ्म सीधे झुकाव व्यवहार का उपयोग नहीं करते हैं। इसलिए, उन्हें जैव-प्रेरित कहना बेहतर है, लेकिन एसआई आधारित नहीं है। कुछ एल्गोरिथ्म, उदाहरण के लिए, जेनेटिक एल्गोरिथ्म जो जैव-प्रेरित हैं लेकिन बुद्धिमत्ता आधारित नहीं हैं। अंतरवर्ती विकास जैसे कुछ एल्गोरिथ्म भी हैं जो जैव-प्रेरित नहीं हैं क्योंकि जैव-प्रेरितों के लिए कोई सीधा संबंध नहीं है लेकिन इसमें आनुवांशिक एल्गोरिथ्म के लिए कुछ समानताएं हैं ताकि उन्हें एक के रूप में भी संदर्भित किया जा सके।

### **(सी) भौतिकी और रसायन शास्त्र आधारित :**

सभी मेटा-ह्युरिस्टिक एल्गोरिथ्म जैव-प्रेरित नहीं हैं क्योंकि प्रेरणा के स्रोत अक्सर भौतिकी और रसायन शास्त्र से आते हैं। एल्गोरिथ्म जो जैव-प्रेरित नहीं हैं, अधिकांश के लिए कुछ शारीरिक और / या रासायनिक नियमों, विद्युत प्रभार, गुरुत्वाकर्षण, नदी प्रणाली इत्यादि सहित नकल करके विकसित किया गया है। इन्हें उप-श्रेणियों में विभाजित किया जा सकता है लेकिन इसका उपयोग सभी मौलिक नियमों के रूप में नहीं किया जाता है, यद्यपि नियम एक ही हैं।

### **(डी) अन्य एल्गोरिथ्म :**

कुछ एल्गोरिथ्म हैं जो उपर्युक्त तीन श्रेणियों में नहीं आते हैं क्योंकि शोधकर्ता नए एल्गोरिथ्म विकसित कर रहे हैं जिनकी प्रेरणा का स्रोत सामाजिक, भावनात्मक आदि है, इसलिए अन्य एल्गोरिथ्म श्रेणी में इन प्रकार के एल्गोरिथ्म डालना बेहतर है।

### **प्रकृति-प्रेरित एल्गोरिथ्म की समीक्षा :**

जैसा कि पहले प्रेरणा के विभिन्न स्रोतों की बुनियादी अवधारणा पर चर्चा की गई है, अब हम कुछ प्रकृति-प्रेरित इष्टतमता तकनीकों पर चर्चा करेंगे जो स्वॉर्म बुद्धिमत्ता आधारित हैं।

### **कण स्वॉर्म इष्टतमता :**

कण स्वॉर्म इष्टतमता (पीएसओ) एक उदारवादी खोज एल्गोरिथ्म है जो पक्षियों के समूह के सामाजिक व्यवहार से प्रेरित है। कण समूह इष्टतमता में स्वॉर्म नामक जीव की आबादी होती

है और प्रत्येक जीव को एक कण कहा जाता है जो एक बहुआयामी खोज स्थान में किसी स्थान या संभावित उम्मीदवार समाधान का प्रतिनिधित्व करता है। इसमें प्रत्येक कण व्यवहार्य समस्या स्थान के माध्यम से समाधान के रूप में चलता है

नए इष्टतम समाधान खोजें: उदाहरण के लिए, पक्षियों का एक समाधान स्थान में उड़ना है और उनका आलसी व्यवहार इष्टतम समाधान निर्धारित करता है। वे अपने भोजन गंतव्य तक पहुंचने के लिए कुछ रास्ते का पालन करते हैं। एक पक्षी के बाद सबसे छोटा रास्ता स्थानीय या कण का सबसे अच्छा समाधान माना जाता है। कण अब तक उनके स्थानीय सर्वोत्तम स्थिति (समाधान एलबेस्ट) की तरफ बढ़ते हैं। वे किसी भी विशेष स्थिति में किसी भी कण द्वारा जाने वाले सबसे अच्छे (सबसे छोटे) पथ, वैश्विक सर्वोत्तम (gbest) समाधान का पथ भी रखते हैं। प्रत्येक कण एक वेग से जुड़ा हुआ होता है, जिसके माध्यम से यह स्थानीय और वैश्विक सर्वोत्तम पथ, 'एन' आयाम समष्टि में स्थिति और gbest और lbest के संबंध में एक कण की वर्तमान स्थिति में तेजी से हो जाता है। पक्षी अपने खाद्य स्रोतों तक पहुंचने के लिए, इष्टतम (सर्वोत्तम) पथ खोजने के लिए एक दूसरे के साथ संवाद करते हैं। इसलिए, वे अपने स्थानीय सर्वोत्तम समाधान और वैश्विक सर्वोत्तम समाधान के अनुभव से सीखते हैं। वैश्विक इष्टतम समाधान प्राप्त होने तक एल्गोरिथ्म का अध्ययन जारी रहता है। एसपीएसओ एल्गोरिथ्म में सरल कार्यान्वयन, व्युत्पन्न मुक्त, कुछ नियंत्रण प्राचल, अभिकलनीय रूप से कुशल, समझने में आसान, मजबूत जैसे कई लाभ हैं। यह एक कुशल वैश्विक खोज एल्गोरिथ्म है क्योंकि यह बेहद सटीक है।

### **कृत्रिम मधुमक्खी कॉलोनी:**

एबीसी एल्गोरिथ्म मधुमक्खियों के खोज व्यवहार का अनुकरण करता है। एबीसी एल्गोरिथ्म एक जनसंख्या आधारित प्रसंमात्य खोज तकनीक है जो कार्यान्वयन में अपेक्षाकृत तेज़ और सरल है। एबीसी के संदर्भ में समाधान मधुमक्खियों के खाद्य स्रोत हैं। एक समाधान की सटीकता खाद्य स्रोत की गुणवत्ता है। छिद्र में मधुमक्खियों की कुल संख्या तीन प्रकारों में विभाजित है: दर्शक मधुमक्खी, स्काउट मधुमक्खी और नियोजित मधुमक्खी। खाद्य स्रोतों की संख्या और दर्शक मधुमक्खियों या नियोजित मधुमक्खी की संख्या बराबर होती है। नियोक्ता मधुमक्खियों द्वारा एकत्र की गई जानकारी का उपयोग करके छत्ते में वापस रहते हैं जबकि नियोजित मधुमक्खी खाद्य स्रोतों के संबंध में प्रथासरत होती हैं। नए खाद्य स्रोतों को यादृच्छिक रूप से दर्शक मधुमक्खियों द्वारा खोजा जाता है। एबीसी एक पुनरावृत्ति खोज एल्गोरिथ्म है। एबीसी चार चरणों में काम करता है: प्रारंभ, नियोजित मधुमक्खी चरण, दर्शक मधुमक्खी चरण, स्काउट मधुमक्खी चरण। इस एल्गोरिथ्म को अभिकलनीय, नियंत्रण, इष्टतमता, यातायात इत्यादि सहित कई जटिल इंजीनियरिंग समस्याओं पर लागू किया जा सकता है।

यह एल्गोरिथ्म बहुआयामी समस्याओं और बहुआयामी इष्टतमता समस्याओं को हल करता है। इसका उपयोग अनियंत्रित संख्यात्मक इष्टतमता समस्याओं और बाध्य इष्टतमता समस्याओं के साथ-साथ तंत्रिका नेटवर्क को प्रशिक्षित करने के लिए किया गया है।

चींटी कॉलोनी इष्टतमता या एसीओ झुंड बुद्धि के परिवार से संबंधित है। यह आबादी आधारित, मेटा-ह्युरिस्टिक, समस्याओं को सुलझाने की विकेंद्रीकृत संभाव्य तकनीक है। यह खाद्य स्रोतों और उनके उपनिवेशों के बीच पथ की तलाश करने के चींटियों के व्यवहार के आधार पर आलेख में इष्टतम पथ प्राप्त करने का एक खोज तरीका प्रदान करता है। इस झुंड खूफिया आधारित एल्गोरिथ्म में चींटियां अपने घोंसले और खाद्य स्रोत के बीच सबसे छोटा रास्ता खोजती हैं। प्रत्येक चींटी एक उद्देश्य फलन के लिए एक संभावित समाधान का प्रतिनिधित्व करती है। चींटियां संकेत के निशान के माध्यम से अपना संचार स्थापित करती हैं। आगे की चींटियाँ, अन्य चींटियों को आगे बढ़ते समय अपने पथ के पीछे एक संकेत छोड़ देती हैं। खाद्य स्रोत तक पहुंचने पर, चींटियां भोजन के साथ वापस लौटती हैं, फिर संकेत को उसी रास्ते पर छोड़ देती हैं। इसलिए, संकेत की उच्चतम मात्रा वाला पथ चींटी के बील से खाद्य स्रोत तक सबसे छोटा मार्ग दर्शाता है। प्रत्येक पथ में संकेत एकाग्रता समाधान की गुणवत्ता (फिटनेस मूल्य की भलाई) का प्रतिनिधित्व करती है। संकेत वाष्पीकरण के समय, आकर्षण खो देता है। जितनी अधिक चींटी कॉलोनी पर वापस आती है, संकेत आकर्षित करने के लिए ताकत खो देता रहता है और सबसे छोटा रास्ता इसे मजबूत रखता है, क्योंकि संकेत लंबे रास्ते पर तेजी से वाष्पित हो जाते हैं। अधिक चींटियां एक ही पथ से गुजरती हैं, इसलिए संकेत का घनत्व बढ़ाती रहती हैं। मानदंडों को पूरा करने तक प्रक्रिया जारी रहती है। इसका प्रारंभ में एनपी-हार्ड समस्याओं को हल करने के लिए उपयोग किया जाता था लेकिन बाद में इसका उपयोग विभिन्न इंजीनियरिंग समस्याओं को हल करने के लिए भी किया जाता है।

ग्रे वुल्फ इष्टतमक हाल ही में मेटा-ह्युरिस्टिक स्वॉर्म बुद्धिमत्ता इष्टतमता तकनीक है जिसमें ग्रे भेड़िया के नेतृत्व पदानुक्रम और शिकार व्यवहार को अनुकरण करता है। उनके पास बहुत सशक्त सामाजिक प्रभावशाली पदानुक्रम है। सामाजिक पदानुक्रम में चार स्तर होते हैं जो अल्फा ( $\alpha$ ), बीटा ( $\beta$ ), डेल्टा ( $\delta$ ) और ओमेगा ( $\Omega$ ) होते हैं। ग्रे भेड़िया शिकार का मुख्य चरण हैं- शिकार का पीछा करना, पीछा करना और आना, फिर शिकार करना, घुसपैठ करना और परेशान करना जब तक कि यह आगे बढ़ता नहीं है और अंततः शिकार पर हमला करता है। सामाजिक पदानुक्रम के गणितीय निदर्श में पहले तीन सर्वोत्तम समाधानों पर विचार किया जाता है जिसमें सर्वश्रेष्ठ समाधान को अल्फा के रूप में बीटा के रूप में दूसरा सबसे अच्छा और डेल्टा के रूप में तीसरा सबसे अच्छा समाधान जाना जाता है। जीडब्ल्यूओ का परीक्षण कई मानक परीक्षण कार्यों के लिए किया गया है और यह निष्कर्ष निकाला गया है कि यह कई झुंड बुद्धि तकनीकों से बेहतर है। आगे निष्कर्ष निकाला गया है कि अन्य झुंड आधारित इष्टतमता तकनीकों की तुलना में इसमें बेहतर अन्वेषण और शोषण विशेषताएं हैं। जीडब्ल्यूओ में कुछ प्राचल भी हैं जो कार्यान्वित करने में आसान हैं और इसे बहुमुखी और पिछले तकनीकों से बेहतर बनाते हैं।